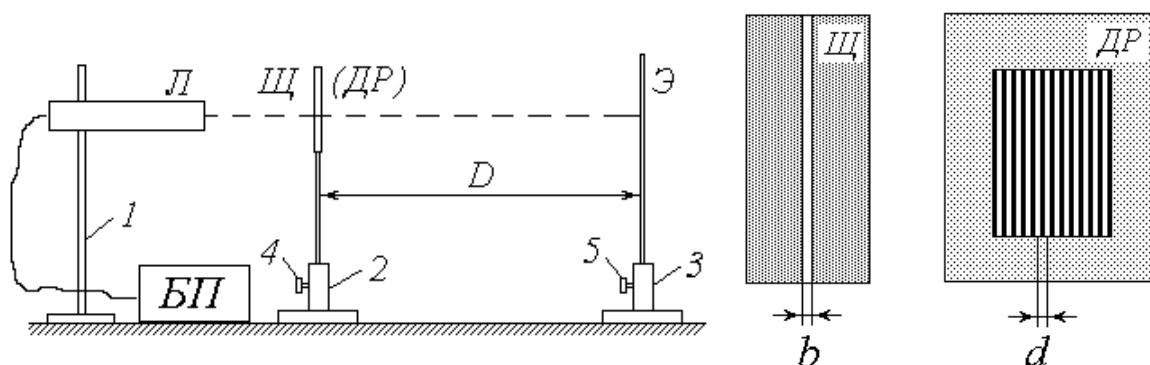




*Работа 5.2*  
**ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИИ СВЕТА  
 НА ОДИНОЧНОЙ ЩЕЛИ И ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКЕ**

- Цель работы:*
- 1) наблюдение картины дифракции Фраунгофера от одиночной щели и дифракционной решетки в монохроматическом свете;
  - 2) экспериментальное определение ширины щели и периода дифракционной решетки

*Схема экспериментальной установки*



- 1, 2, 3 – штативы; 4, 5 – регулировочные винты; Л – газовый лазер;  
 БП – блок питания лазера; Щ – пластинка со щелью;  
 ДР – дифракционная решетка; Э – экран

*Описание установки и методики измерений*

Установка для изучения дифракции света аналогична той, которая используется для наблюдения интерференционной картины в работе 5.1. Различие между ними заключается в том, что вместо пластинки П с горизонтальными щелями используется пластинка Щ с одной вертикальной щелью (упражнение 1) и дифракционная решетка ДР (упражнение 2). Их увеличенное схематическое изображение дано на схеме установки справа.

Рассмотрим прохождение через щель шириной  $b$  нормально падающей на нее плоской световой волны (на рис. 34 показан «вид сверху»). Согласно принципу Гюйгенса-Френеля каждая точка фронта волны (следовательно, каждая точка плоскости щели) является источником вторичных волн, распространяющихся во всех направлениях и заходящих в область геометрической тени. Так как эти вторичные волны когерентны, при наложении друг на друга они дают на экране Э картину интерференции. Сложность анализа этой картины заключается в необходимости учета бесконечного множества источников когерентных волн.

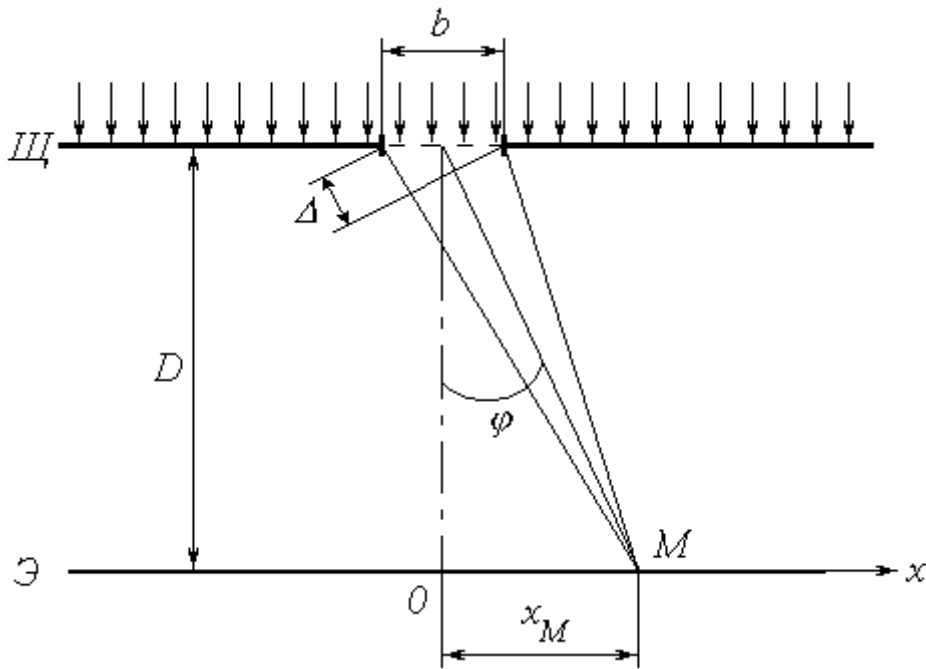


Рис. 34

Выясним результат наложения лучей в произвольной точке экрана  $M$ , расположенной на расстоянии  $x_M$  от центра картины (ось  $Ox$  направлена горизонтально в плоскости экрана). Если ширина щели  $b$  и расстояние  $x_M$  малы по сравнению с расстоянием  $D$  от щели до экрана ( $b \ll D$  и  $x_M \ll D$ ), то попадающие в точку  $M$  лучи практически параллельны друг другу и составляют с первоначальным направлением распространения некоторый малый угол  $\varphi$ . Результат интерференции вторичных волн зависит от величины этого угла, и интенсивность света в точке  $M$  определяется выражением

$$I_{\text{щ}}(\varphi) = I_0 \cdot \left[ \frac{\sin \Phi(\varphi)}{\Phi(\varphi)} \right]^2, \quad (1)$$

где

$$\Phi(\varphi) = \frac{\pi \cdot b \cdot \sin \varphi}{\lambda}; \quad (2)$$

$I_0$  – интенсивность света, идущего от всей щели в направлении первичного пучка;  $\lambda$  – длина волны света.

Из (2) следует, что  $\Phi(0) = 0$ ; учитывая первый замечательный предел

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1,$$

получим, что при  $\varphi = 0$  (в центре картины) имеет место максимум освещенности:  $I_{\text{щ}}(0) = I_0$ .

Функция (1) обращается в нуль при условии  $\Phi(\varphi) = \pm \pi \cdot m$ , где  $m \in \mathbb{N}$ . Подставляя в это условие выражение (2), получим уравнение,

позволяющее определить углы, при которых наблюдаются минимумы освещенности (темные полосы):

$$b \cdot \sin \varphi = \pm m \lambda. \quad (3)$$

Условие (3) можно также получить, воспользовавшись *методом зон Френеля*. Разобьем фронт волны (плоскость щели) на участки, разность хода от которых до точки  $M$  равна половине длины волны; так как соответствующая разность фаз равна  $\pm \pi$ , волны от двух таких соседних зон при наложении гасят друг друга. Таким образом, если для данной точки открыто четное число зон Френеля, то в ней наблюдается минимум интенсивности. Число зон можно найти, разделив разность хода крайних лучей  $\Delta$  (см. рис. 34) на половину длины волны. Учитывая, что  $\Delta = b \cdot \sin \varphi$  и положив количество зон равным четному числу  $2m$ , приходим к условию (3).

Между определяемыми этим условием минимумами наблюдаются слабо выраженные максимумы. На рис. 35 показан график зависимости интенсивности от синуса угла дифракции и соответствующая ему дифракционная картина на экране.

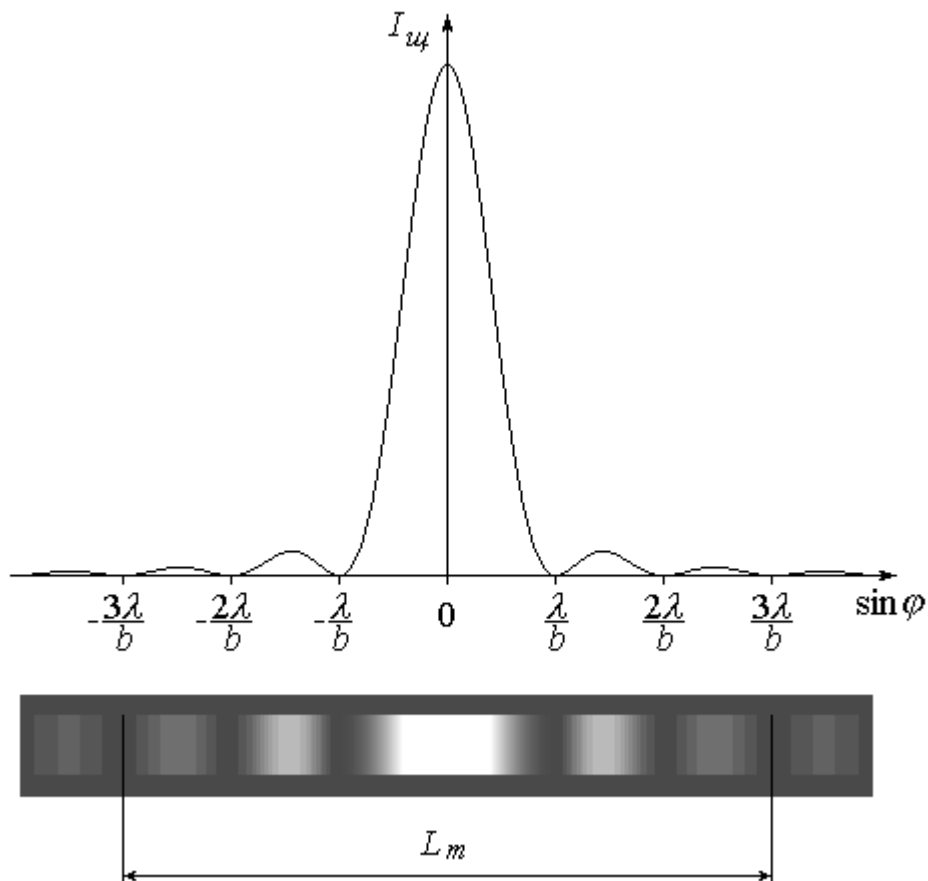


Рис. 35

Как видно из рис. 34, координата  $x$  точки  $M$  на экране (индекс « $M$ » при  $x$  здесь и в дальнейшем опустим) связана с углом  $\varphi$  простым соотношением  $x = D \cdot \operatorname{tg} \varphi$ . Поскольку угол  $\varphi$  мал, имеем

$$\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \frac{x}{D}. \quad (4)$$

Подставляя данное соотношение в условие (3), найдем координаты точек  $x_m$ , в которых имеет место  $m$ -й по счету, начиная от центра, минимум освещенности. Ограничившись положительной полуосью ( $x > 0$ ), получим:

$$x_m = m \cdot \frac{\lambda D}{b}. \quad (5)$$

Координату  $m$ -го минимума можно найти экспериментально путем обработки дифракционной картины (рис. 35). Для этого необходимо отметить по обе стороны от центрального максимума минимумы одного и того же порядка  $m$  (в примере на рисунке  $m = 3$ ) и измерить расстояние между ними  $L_m$ ; расстояние от центра картины до  $m$ -го минимума находится из очевидного соотношения

$$x_m = \frac{L_m}{2}. \quad (6)$$

Если известна длина волны лазерного излучения  $\lambda$  и расстояние от щели до экрана  $D$ , то с помощью выражения (5) можно определить ширину щели  $b$ :

$$b = \frac{m \lambda D}{x_m}. \quad (7)$$

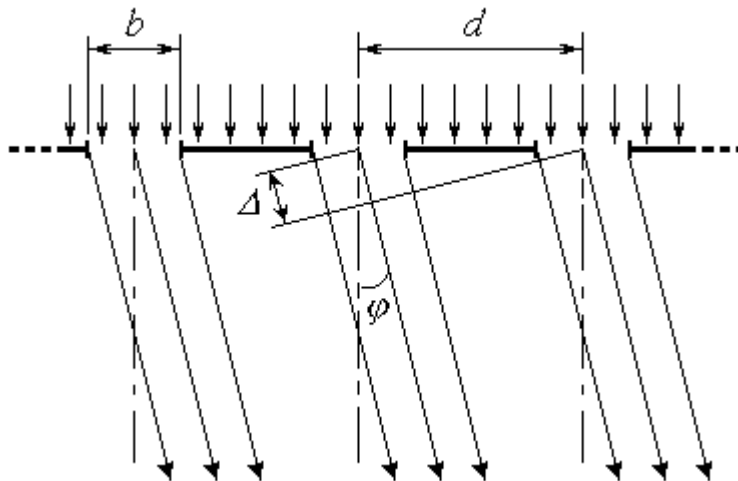


Рис. 36

Дифракционная решетка (ДР) представляет собой пластинку с множеством параллельных узких щелей одинаковой ширины  $b$ , находящихся на расстоянии  $d$  друг от друга (рис. 36). Расстояние между

центрами соседних щелей  $d$  называется *постоянной* (или *периодом*) дифракционной решетки.

При прохождении через решетку нормально падающей на нее плоской световой волны (см. рис. 36) происходят следующие явления: 1) интерференция вторичных волн, создаваемых точками в плоскости каждой из щелей (это явление подробно рассмотрено выше); 2) интерференция световых пучков от различных щелей. В результате наложения этих явлений на экране наблюдается дифракционная картина, имеющая довольно сложный характер. Так же, как и при дифракции от одиночной щели, интенсивность света в точке  $M$  экрана зависит от угла дифракции  $\varphi$ ; в случае решетки она определяется выражением

$$I(\varphi) = I_{щ}(\varphi) \cdot \left\{ \frac{\sin[N \cdot \Psi(\varphi)]}{\sin \Psi(\varphi)} \right\}^2, \quad (8)$$

где

$$\Psi(\varphi) = \frac{\pi \cdot d \cdot \sin \varphi}{\lambda}; \quad (9)$$

$N$  – общее число щелей (штрихов) решетки, накрываемых падающей световой волной;  $I_{щ}(\varphi)$  – функция, определяемая выражениями (1)-(2).

Благодаря множителю  $I_{щ}(\varphi)$  выражение (8) обращается в нуль при углах дифракции, определяемых условием (3); применительно к решетке оно является условием наблюдения *главных минимумов*.

Найдем значение  $I(\varphi)$  при  $\Psi(\varphi) = \pi \cdot k$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ . Раскрыв неопределенность в фигурных скобках выражения (8), вычислим предел:

$$\lim_{\alpha \rightarrow \pi \cdot k} \frac{\sin(N\alpha)}{\sin \alpha} = N \cdot (-1)^{(N-1)k}.$$

Интенсивность света при этом будет равна  $N^2 I_{щ}$ . Условие  $\Psi(\varphi) = \pi \cdot k$  с учетом выражения (9) имеет вид

$$d \cdot \sin \varphi = k\lambda \quad (10)$$

и определяет углы, под которыми наблюдаются *главные максимумы* освещенности. Число  $k$  называется *порядком* главного максимума. В частности, при  $k = 0$  и, следовательно,  $\varphi = 0$  (в центре картины) имеет место наиболее яркий *центральный максимум* интенсивностью  $I_{max} = N^2 I_0$ . Все остальные главные максимумы имеют меньшую интенсивность, зависящую от множителя  $I_{щ}(\varphi)$ .

Отметим, что условие главного максимума (10) можно получить на основе более простых соображений. Как было показано в описании к работе 5.1, пучки света от соседних щелей усиливают друг друга, если разность хода между ними  $\Delta$  кратна целому числу длин волн, т.е. подчиняется условию (5) на с. 104. Из рис. 36 видно, что в случае дифракционной решетки  $\Delta = d \cdot \sin \varphi$ . Подставляя это соотношение в вышеупомянутое условие, приходим к (10).

Дробь в фигурных скобках выражения (8) обращается в нуль при  $\Psi(\varphi) = \frac{\pi \cdot l}{N}$ , где  $l$  – целое число, не равное  $kN$ . Поэтому в промежутках между соседними главными максимумами наблюдается по  $(N-1)$  вторичных минимумов, чередующихся со слабо выраженными вторичными максимумами. При большом числе щелей  $N$  интенсивность самого яркого вторичного максимума составляет менее 5% интенсивности ближайшего главного максимума. В условиях данной лабораторной работы вторичные максимумы практически неразличимы и образуют бледную светлую полосу, на фоне которой в виде ярких пятен наблюдаются главные максимумы.

На рис. 37 показан график зависимости интенсивности  $I$  от  $\sin \varphi$  и соответствующая ему дифракционная картина на экране.

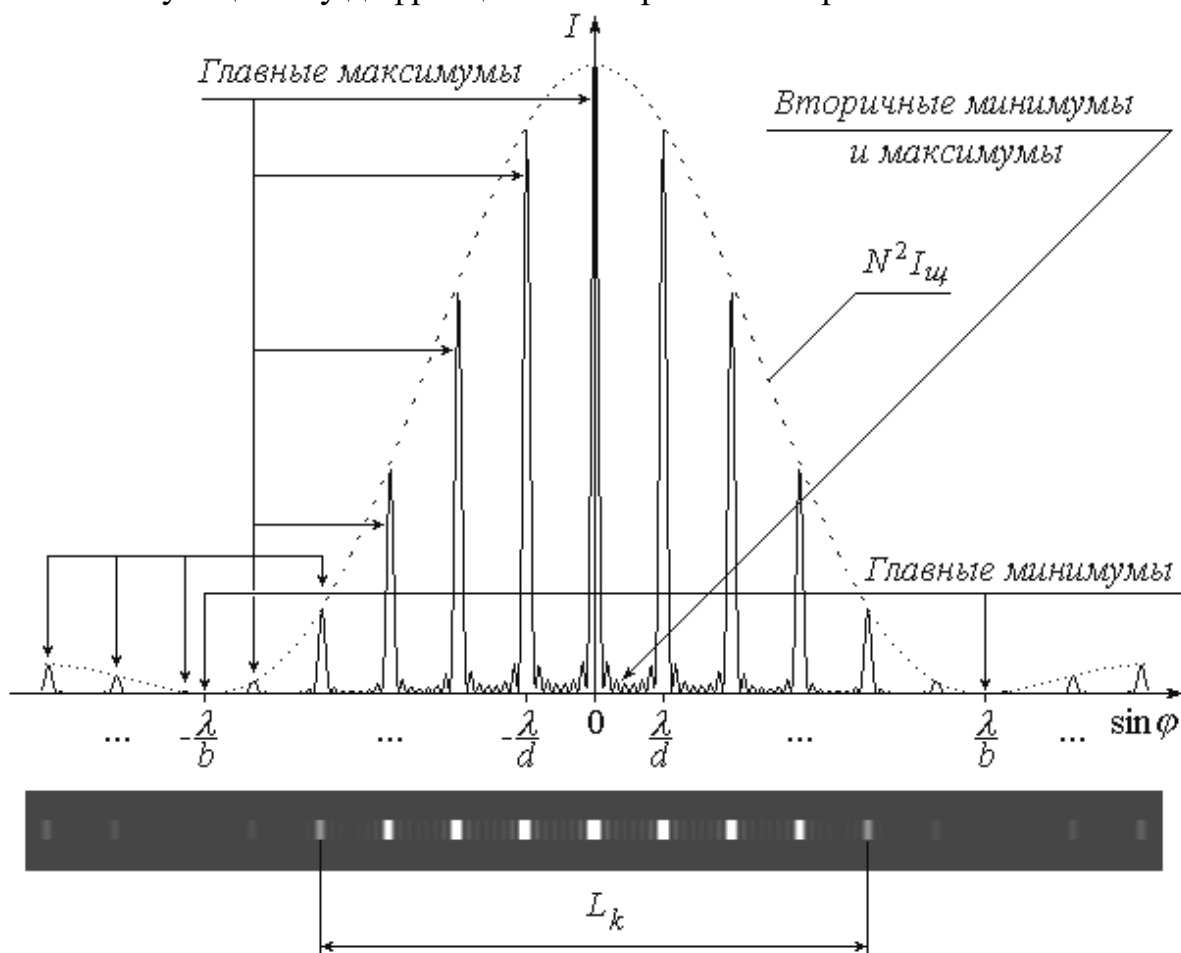


Рис. 37

Так же, как и при дифракции на одиночной щели, в данном случае координата  $x$  на экране и угол дифракции  $\varphi$  связаны соотношением (4), с учетом которого условие (10) позволяет определить координату  $k$ -го главного максимума:

$$x_k = k \cdot \frac{\lambda D}{d}. \quad (11)$$

Экспериментально значение  $x_k$  можно найти путем обработки дифракционной картины. Для этого слева и справа от центрального максимума нужно отметить положения главных максимумов одного и того же  $k$ -го порядка (в примере на рис. 37  $k = 4$ ) и измерить расстояние между ними  $L_k$ , после чего определить координату  $x_k$  как

$$x_k = \frac{L_k}{2}. \quad (12)$$

Зная  $x_k$ , а также расстояние от решетки до экрана  $D$  и длину волны света  $\lambda$ , из выражения (11) можно найти период дифракционной решетки:

$$d = \frac{k\lambda D}{x_k}. \quad (13)$$

### Порядок измерений и обработки результатов

#### Упражнение 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ШИРИНЫ ЩЕЛИ

1. Ознакомьтесь с приборами на рабочем столе; расположите их в нужной последовательности на одной прямой согласно схеме на с. 107; между лазером  $L$  и экраном  $\mathcal{E}$  поместите пластинку  $\mathcal{W}$  с вертикальной щелью.

2. Подключите к сети блок питания  $BП$  лазера. С помощью тумблера на панели  $BП$  включите лазер.

3. Запишите в тетрадь значение длины волны лазерного излучения  $\lambda = 0,633 \text{ мкм}$ .

4. Манипулируя штативом 2 и регулировочным винтом 4, направьте лазерный луч на щель.

5. Установите экран  $\mathcal{E}$  так, чтобы на нем наблюдалась четкая дифракционная картина.

6. С помощью рулетки или сантиметра измерьте расстояние  $D$  от щели до экрана (между центрами штативов 2 и 3).

7. Запишите значение  $D$  в табл. 1, выразив его в миллиметрах.

Таблица 1

Номер опыта	$D$ , мм	$t$	$L_m$ , мм	$x_m$ , мм	$b$ , мкм	$\Delta b$ , мкм	$(\Delta b)^2$ , мкм <sup>2</sup>
1							
...	...	...	...	...	...	...	...
$n$							
$\Sigma =$						$\Sigma =$	

8. Отсчитайте слева и справа от центра картины одинаковое число  $m$  минимумов; измерьте линейкой расстояние между ними  $L_m$  (см. рис. 35). Значения  $m$  и  $L_m$  (в мм) занесите в таблицу.

9. Изменяя расстояние  $D$  между щелью и экраном, повторите пп. 6-8 еще три-четыре раза (так, чтобы общее число опытов  $n$  было не менее четырех).

10. Для каждого опыта с помощью соотношения (6) найдите координату  $m$ -го минимума  $x_m$ . По формуле (7) рассчитайте ширину щели  $b$ ; последнюю выразите в мкм. Значения  $x_m$  и  $b$  занесите в таблицу.

11. Вычислите сумму найденных значений ширины щели и определите ее среднее значение  $\bar{b}$ .

12. Выполните все расчеты, необходимые для оценки случайной погрешности измерения ширины щели  $\Delta_s b$ . Найдите величину  $\Delta_s b$ , задаваясь доверительной вероятностью  $\alpha = 0,95$ .

13. Оцените абсолютные приборные ошибки прямых измерений  $\delta D$  и  $\delta L_m$ , а также относительные ошибки  $E_D$  и  $E_L$ . Найдите абсолютную приборную погрешность косвенного измерения  $\delta b$ , при необходимости воспользовавшись формулой:

$$\delta b = \bar{b} \cdot \sqrt{E_D^2 + E_L^2}.$$

14. Оцените полные абсолютную  $\Delta$  и относительную  $E$  погрешности. Сделав необходимые округления, запишите окончательный результат измерения ширины щели.

## Упражнение 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРИОДА ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ

1. Замените штатив 2 со щелью  $Щ$  на штатив с дифракционной решеткой  $ДР$ .

2. С помощью регулировочного винта 4 направьте лазерный луч на дифракционную решетку.

3. Установите экран Э так, чтобы на нем наблюдалась картина дифракции. Измерьте и запишите в табл. 2 расстояние  $D$  от решетки до экрана.

Таблица 2

Номер опыта	$D$ , мм	$k$	$L_k$ , мм	$x_k$ , мм	$d$ , мм
1					
...	...	...	...	...	...
$N$					

4. Отсчитайте от центра картины (среднего из трех наиболее ярких максимумов) влево и вправо по одинаковому количеству  $k$  главных максимумов (не считая центрального!); измерьте расстояние между ними  $L_k$ , как показано на рис. 37. Значения  $k$  и  $L_k$  занесите в таблицу.



5. Повторите пп. 3 и 4, изменяя расстояние  $D$  от решетки до экрана так, чтобы общее число опытов  $n$  было не менее четырех.

6. Для каждого опыта по формулам (12) и (13) рассчитайте координату  $k$ -го максимума  $x_k$  и период дифракционной решетки  $d$ . Результаты расчетов занесите в табл. 2.

7. Оцените среднее из измеренных значений  $\bar{d}$  и запишите его в тетрадь.

### *Контрольные вопросы*

1. Дифракция света. Принцип Гюйгенса-Френеля.
2. Метод зон Френеля и его применение для анализа дифракционной картины.
3. Дифракция Фраунгофера на одиночной щели. Условие наблюдения минимумов.
4. Дифракционная решетка. Период решетки. Характер дифракционной картины. Условия наблюдения главных максимумов и минимумов.
5. Дифракционная решетка как спектральный прибор. Угловая дисперсия и разрешающая способность решетки.