

Лабораторный практикум по физике
Кафедра ПиТФ НГТУ

Лабораторная работа № 7
ИЗУЧЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ БОЛЬЦМАНА

Цель работы: проверка применимости распределения Больцмана к газу электронов, эмитированных из нагретого металлического катода, и определение температуры электронного газа.

1. Теория

В результате термоэлектронной эмиссии вблизи нагретого катода электронной лампы возникает “облако” электронов или электронный газ с температурой T , равной температуре катода. При включении между катодом и анодом некоторой задерживающей разности потенциалов $\varphi_A - \varphi_K = U$ электронный газ оказывается во внешнем силовом электрическом поле типа гравитационного поля притяжения.

В состоянии термодинамического равновесия в электронном газе при температуре T устанавливается распределение Больцмана по координатам микрочастиц:

$$dP(\vec{r}) = \frac{n(\vec{r})}{N} \cdot d^3\vec{r} = A \cdot e^{-\frac{W(\vec{r})}{k_B T}} \cdot d^3\vec{r} = A \cdot e^{-\frac{q\varphi(\vec{r})}{k_B T}} \cdot d^3\vec{r}. \quad (1)$$

Здесь $dP(\vec{r})$ есть вероятность найти электрон в объеме $d^3\vec{r}$ в окрестности точки с радиус-вектором \vec{r} ; N – полное число электронов в газе, A – нормировочная постоянная, $n(\vec{r})$ – концентрация электронов и $W(\vec{r}) = q\varphi(\vec{r})$ – потенциальная энергия электрона с зарядом q во внешнем поле в точке с радиус-вектором \vec{r} , $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К - постоянная Больцмана.

Поясним, как такого рода распределение частиц макросистемы по координатам возникает. Рассмотрим макросистему N частиц в объеме V при температуре T . В отсутствие силового поля вероятность найти частицу в объеме $\Delta V = d^3\vec{r}$ в окрестности точки \vec{r} дается выражением:

$$dP(\vec{r}) = \frac{d^3\vec{r}}{V} = \frac{n \cdot d^3\vec{r}}{n \cdot V} = \frac{n \cdot d^3\vec{r}}{N} = const, \quad n(\vec{r}) = \frac{N}{V} = n = const \quad (2)$$

и не зависит от координат! В присутствии силового поля ($m\vec{g} \neq 0$, $q\vec{E} \neq 0$) вероятность

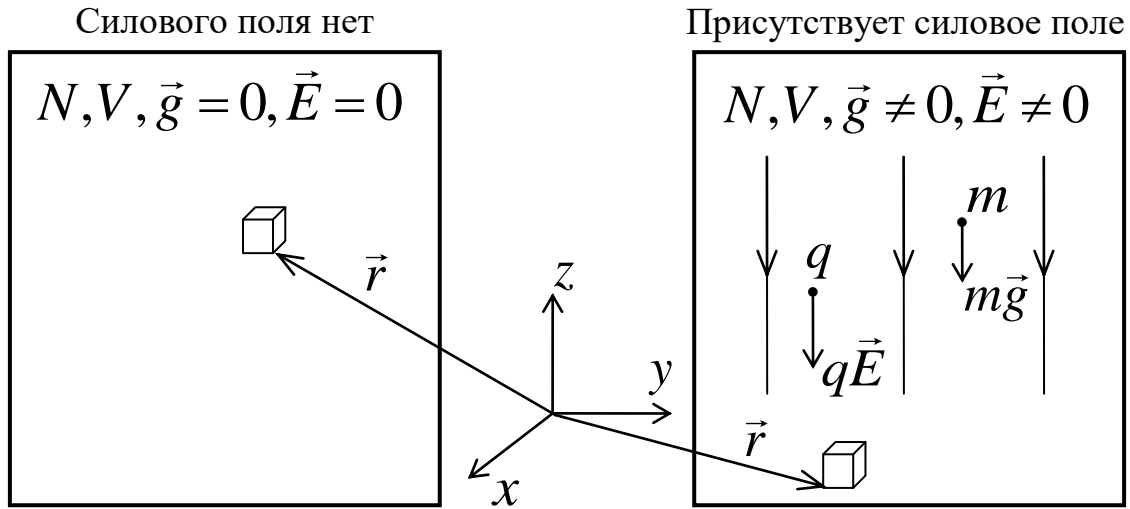


Рис. 1

(2) из за действия силового поля становится зависимой от местоположения частицы, то есть

$$dP(\vec{r}) = \frac{n(\vec{r}) \cdot d^3\vec{r}}{N} = \frac{n(\vec{r})}{N} \cdot d^3\vec{r} \neq const \quad (3)$$

Покажем, как получается зависимость $n(\vec{r})$ в случае газа микрочастиц в однородном потенциальном силовом поле тяжести с потенциальной энергией микрочастицы $W(z) = mgz$. Для этого рассмотрим элемент объема $\Delta V = \Delta z \cdot \Delta S$ в газе микрочастиц на высоте z . Из условия равновесия этого элемента объема получаем соотношение:

$$(p(z + \Delta z) - p(z)) \cdot \Delta S \approx \frac{dp(z)}{dz} \Delta z \cdot \Delta S = -mgn(z)\Delta z \cdot \Delta S, \quad (4)$$

где $p(z)$ - давление газа на высоте z . Из уравнения Менделеева-Клапейрона $p(z) = n(z)k_B T$, примененного локально для газа в состоянии термодинамического равновесия на высоте z , выводим, подставляя давление $p(z)$ в (1.4), дифференциальное уравнение $\frac{dn(z)}{n(z)} = -\frac{mg}{kT} dz$, интегрируя это

уравнение, получаем так называемую барометрическую формулу для концентрации $n(z)$ или давления $p(z)$:

$$n(z) = n(0) \cdot e^{-mgz/k_B T} = n(0) \cdot e^{-W(z)/k_B T} \text{ или } p(z) = n(z)k_B T = p(0) \cdot e^{-W(z)/k_B T}, \quad (5)$$

где $W(z) = mgz$ - потенциальная энергия микрочастицы в однородном поле тяжести. Из распределения Больцмана типа (5), примененного в макросистеме частиц – нагретого электронного газа в электрическом силовом поле с потенциальной энергией $W(\vec{r}) = q\varphi(\vec{r})$, получаем следующее выражение для концентрации электронов n вблизи анода:

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{q(\varphi_A - \varphi_K)}{k_B T}} = n_0 \cdot e^{-\frac{qU}{k_B T}}. \quad (6)$$

Концентрация n_0 электронов вблизи поверхности катода определяется температурой катода. В эксперименте сила тока накала сохраняется постоянной, поэтому постоянны температура катода и температура “электронного облака”. Вследствие этого можно считать, что $n_0 = const$. Если внешний участок анодной цепи замкнуть, то в ней возникнет электрический ток.

Используя выражение $I = qn\langle V \rangle S$ для силы установившегося анодного тока через концентрацию n , среднюю скорость $\langle V \rangle$ движения электронов и площадь поверхности S анода, учитывая зависимость (6), выводим зависимость анодного тока лампы от анодного напряжения U :

$$I = I_0 \cdot e^{-\frac{qU}{k_B T}}. \quad (7)$$

Логарифмируя последнее выражение, получим:

$$\ln(I/I_0) = -\frac{qU}{k_B T} = +\frac{|q|U}{k_B T}. \quad (8)$$

Таким образом, если после обработки результатов эксперимента получится, что зависимость $\ln I$ от U окажется линейной, то это будет свидетельствовать о распределении электронов в постоянном электрическом поле в соответствии с законом Больцмана (1).

График зависимости (8) анодного тока от задерживающего напряжения $U = \varphi_A - \varphi_K < 0$ представлен на рисунке 1. В эксперименте наблюдается отклонение от линейной зависимости при малых задерживающих потенциалах, которое можно объяснить влиянием пространственного заряда, образующегося вблизи катода.

Температуру катода можно, в соответствии с формулой (8), определить по угловому коэффициенту прямолинейного участка графика рис. 2, а именно

$$T = \frac{|q|}{k_B} \frac{\Delta U}{\Delta(\ln I)} = \frac{|q|}{k_B} \frac{U_1 - U_2}{\ln I_1 - \ln I_2} = \frac{|q|}{k_B} \frac{U_1 - U_2}{\ln(I_1/I_2)} = \frac{|q|}{k_B} \frac{(|U_2| - |U_1|)}{\ln(I_1/I_2)} \quad (9)$$

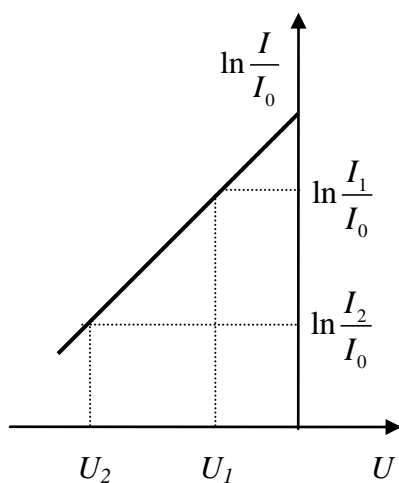


Рис. 2

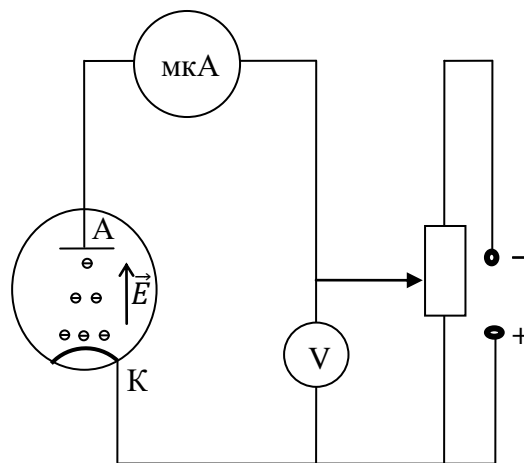


Рис. 3

2. Описание эксперимента

Схема установки показана на рис. 3. В ней используется электровакуумный диод с катодом и анодом цилиндрической формы. Анодный ток измеряется микроамперметром, а напряжение на аноде вольтметром.

Изменяя напряжение на аноде и измеряя ток, можно построить график экспериментальной зависимости $\ln I$ от U (см. рис. 2) и по нему определить температуру электронного газа.

3. Задание к работе

1. Меняя анодное напряжение от -1.2 В до 0 В через 0.05 В, измерьте соответствующие значения анодного тока.
2. Постройте зависимость $\ln I$ от U , где U вычислите по формуле (10).
3. Вычислите и отложите на графике значения погрешностей σ_U и $\sigma_{\ln I}$.
4. Определите по графику, используя формулу (9), (по разнесенным друг от друга двум точкам, например, соответствующим $U_1 = -1,15$ В и $U_2 = -0,05$ В) температуру электронов.
5. Результаты проведенных измерений и вычислений в лабораторной работе занесите в таблицу:

$U_I, \text{В}$	$I, \text{А}$	$U = U_I - IR, \text{В}$	$\ln I$	$T, \text{К}$
-1.2				
-1.15		$U_1 =$	$\ln I_1 =$	
-1.10				
...	...			
-0.05		$U_2 =$	$\ln I_2 =$	
0				

4. Контрольные вопросы

1. Что такое распределение Больцмана? Получите барометрическую формулу $n(z)$ или $p(z)$ (1.5).
2. Используя (1), вычисляя отношение концентраций электронов вблизи анода и катода, получите формулу (6) для концентрации электронов вблизи поверхности анода.
3. Получите зависимость анодного тока (7) от задерживающего напряжения.
4. В каких координатах нужно строить график зависимости анодного тока от задерживающего напряжения? Почему?
5. Как по графику определить температуру электронов?

6. Получилась ли ожидаемая зависимость анодного тока от задерживающего напряжения?
7. Как соотносятся температуры электронного газа в электронной лампе и молекул воздуха при нормальных условиях? Сравните средние скорости теплового движения электронов и молекул воздуха.

Литература

1. И.В.Савельев. Курс общей физики. – М.: Наука, т.1, любое издание.
2. Электричество и магнетизм. Физический практикум / под ред. В.И. Ивероной. – М.: Наука, 1968, с. 72-78.