

## Р а б о т а № 36

### РАСПРОСТРАНЕНИЕ МОНОХРОМАТИЧЕСКОГО СВЕТА В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ТОНКОПЛЕНОЧНЫХ ВОЛНОВОДАХ

**Цель работы** – ознакомиться с особенностями распространения световой волны в диэлектрических тонкопленочных волноводах в условиях, когда длина волны сравнима с толщиной волноводного слоя. Определить толщину волноводного слоя и показатели преломления волноводного слоя и подложки.

#### Теоретическое введение

Диэлектрические тонкопленочные волноводы представляют собой пленку из прозрачного для рассматриваемых длин световых волн материала, нанесенную на прозрачную твердую подложку. Толщина пленки обычно сравнима с длиной световой волны в материале волновода, т.е. с величиной  $\lambda_0/n$ , где  $\lambda_0$  – длина волны в вакууме;  $n$  – показатель преломления материала пленки. На рис. 1 приведена схематично структура пленка–подложка. На этом рисунке обозначены показатели преломления трех сред:  $n_1$  – воздуха,  $n_2$  – пленки,  $n_3$  – подложки. Показатель преломления пленки выбирается наибольшим из трех величин.

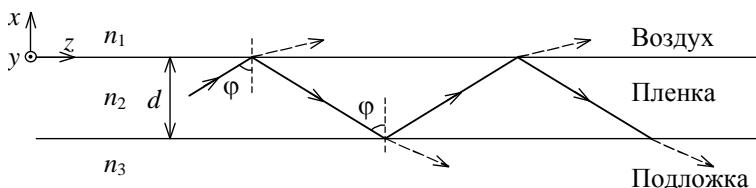


Рис. 1. Распространение световой волны в волноводе

Распространение световой волны по тонкой пленке можно представить себе как последовательные отражения волны от границ плен-

ка–воздух и пленка–подложка. Вообще говоря, при каждом таком отражении возникает еще преломленная волна, распространяющаяся в воздухе и подложке, так что энергия светового пучка должна постепенно уменьшаться до нуля. Если показатель преломления вещества пленки будет больше показателя преломления окружающих ее сред, т.е. воздуха и подложки, то при достаточно больших углах  $\varphi$  падения световой волны на поверхность волновода может быть осуществлено ее полное внутреннее отражение, преломленная волна исчезнет и свет будет распространяться без уменьшения энергии.

Электромагнитные волны, распространяющиеся вдоль оси  $z$  в волновой структуре, называют волноводными модами. Различают два типа волноводных мод: ТЕ- и ТМ-моды. В ТЕ-моде поле **E** перпендикулярно к плоскости падения волны на границу раздела сред, так что поле **E** имеет только составляющую  $E_y$  вдоль оси  $y$  (рис. 2, а). В ТМ-моде поле **B** перпендикулярно плоскости падения волны, поле **B** имеет только одну составляющую  $B_y$  вдоль оси  $y$  (рис. 2, б).

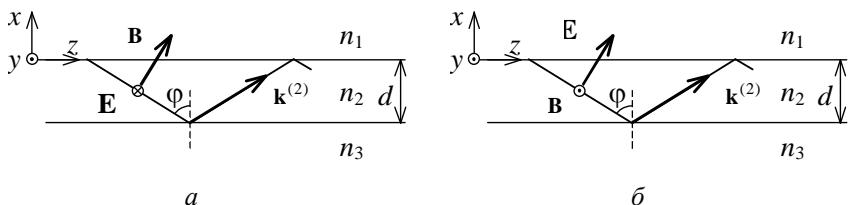


Рис. 2. ТЕ-мода (а) и ТМ-мода (б)

Примем следующее удобное для дальнейшего рассмотрения определение моды. Мода, по определению, должна описываться выражением вида

$$E_y(x, z, t) = \beta_y(x) \cos(\omega t - k_z^{(2)} z), \quad B_y(x, z, t) = B_y(x) \cos(\omega t - k_z^{(2)} z), \quad (1)$$

т. е. согласно (1) мода в каждой точке пространства – это распространяющаяся со скоростью  $V = \omega / k_z^{(2)}$  вдоль оси  $z$  волна. Здесь

$\mathbf{k}^{(2)} = (k_x^{(2)}, 0, k_z^{(2)})$  – волновой вектор электромагнитной волны в среде с показателем преломления  $n_2$ .

Образование моды можно интерпретировать физически как результат интерференции волн, распространяющихся поперек (вниз и вверх вдоль оси  $x$ ) волнового слоя. В выражениях для полей (1) и других зависимости от координаты  $y$  нет, так как волноводная структура предполагается безгранично продолженной в обоих направлениях оси  $y$  и пространство, таким образом, однородно по  $y$ .

Условия существования мод ТЕ и ТМ волнового слоя могут быть получены в рамках геометрической оптики. В геометрической оптике волнам сопоставляются лучи. Так, например, плоской волне соответствует луч – прямая, перпендикулярная к фронту волны. Сопоставляя волнам лучи, удобно прослеживать изменения фазы волны вдоль лучей. Зная изменение фазы волны, можно получить условия максимумов или минимумов при интерференции когерентных волн, описать явление дифракции т. д.

Как отмечалось выше, волноводные моды существуют лишь при выполнении условий полного внутреннего отражения на границах волноводной пленки:

$$\sin \varphi > \frac{n_3}{n_2}, \quad \sin \varphi > \frac{n_1}{n_2}. \quad (2)$$

На первый взгляд кажется, что условие (2) полного внутреннего отражения на обеих границах является достаточным для существования волноводных мод. Однако полное внутреннее отражение – это лишь необходимое условие. Иными словами, не все лучи, которые удовлетворяют условию полного внутреннего отражения, образуют моду. Помимо условий (2) для существования моды необходимо также выполнение резонансных условий в направлении, поперечном волноводному слою (т.е. вдоль оси  $x$ ).

Чтобы получить резонансные условия, представим волноводную моду как зигзагообразную (плоскую на каждом прямоугольном участке) монохроматическую волну, распространяющуюся в волно-

водной пленке. Такой волне (рис. 3) соответствует зигзагообразный луч, меняющий свое направление при отражениях от границ пленки.

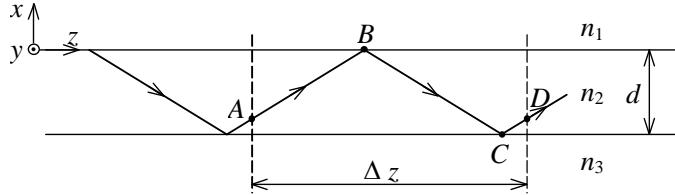


Рис. 3. К выводу резонансных условий существования волноводных мод

Изменение полей **E** и **B** вдоль зигзагообразного луча можно описать известными выражениями для TE- и TM-мод соответственно:

$$\begin{aligned} E_y(x, z, t) &= E_0 \cos\left(\omega t - k_z^{(2)} z - k_x^{(2)} x\right), \\ B_y(x, z, t) &= B_0 \cos\left(\omega t - k_z^{(2)} z - k_x^{(2)} x\right). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $E_0$  и  $B_0$  – постоянные величины;  $k_x^{(2)}$  – поперечное (по отношению к волноводному слою) волновое число;  $k_z^{(2)}$  – продольное (вдоль направления распространения моды) волновое число. Пусть за время  $\Delta t$  плоская волна проходит расстояние  $\Delta z$  (рис. 3) по одному зигзагу  $ABCD$  (после точки  $D$  зигзаг повторяет форму  $ABCD$ ). Если следовать по траектории луча  $ABCD$  и учитывать при этом изменение фазы, обусловленное распространением и полными отражениями в точках  $B$  и  $C$ , то общее изменение фазы запишется в виде

$$\omega \Delta t - k_z^{(2)} \Delta z - 2d k_x^{(2)} + 2\phi_{21} + 2\phi_{23}, \quad (4)$$

где  $2\phi_{21}$  и  $2\phi_{23}$  – изменение фазы при полном отражении в точках  $B$  и  $C$  соответственно. Согласно же определению (1) мода, распространяющаяся от точки  $A$  к точке  $D$ , приобретает изменение фазы

$$\omega \Delta t - k_z^{(2)} \Delta z. \quad (5)$$

Следовательно, испытывающий полное отражение зигзагообразный луч отвечает моде лишь при условии, что дополнительное изменение

фазы  $-2d k_x^{(2)} + 2\phi_{21} + 2\phi_{23}$  в (4) по сравнению с (5) кратно  $2\pi$ , т.е. разность (4) и (5) кратна  $2\pi$ :

$$-2d k_x^{(2)} + 2\phi_{21} + 2\phi_{23} = -2m\pi, \quad (6)$$

где  $m$  – целое число. Знак минус перед  $2m\pi$  ставится для того, чтобы  $m$  соответствовало модам  $\text{TE}_m$  и  $\text{TM}_m$  волновода согласно общепринятой классификации мод.

Итак, когда зигзагообразная волна образует моду, то вдоль оси  $z$  она распространяется как бегущая волна, полное же изменение фазы волны в поперечном волноводному слою направлении на один зигзаг  $ABCD$  (рис. 3) равно  $-2m\pi$ , т.е. в поперечном направлении выполняются резонансные условия (6). Выражения для дополнительных скачков  $2\phi_{21}$  и  $2\phi_{23}$  фазы при полном внутреннем отражении мы не выводим. Строгий расчет с использованием уравнений Максвелла дает для  $2\phi_{21}$  и  $2\phi_{23}$  следующие выражения:

для  $\text{TE}$ -моды

$$2\phi_{21} = 2 \arctg \frac{\sqrt{n_2^2 \sin^2 \varphi_m - n_1^2}}{n_2 \cos \varphi_m}, \quad 2\phi_{23} = 2 \arctg \frac{n_2^2}{n_3^2} \frac{\sqrt{n_2^2 \sin^2 \varphi_m - n_3^2}}{n_2 \cos \varphi_m}; \quad (7)$$

для  $\text{TM}$ -моды

$$2\phi_{21} = 2 \arctg \frac{n_2^2}{n_1^2} \frac{\sqrt{n_2^2 \sin^2 \varphi_m - n_1^2}}{n_2 \cos \varphi_m}, \quad 2\phi_{23} = 2 \arctg \frac{\sqrt{n_2^2 \sin^2 \varphi_m - n_3^2}}{n_2 \cos \varphi_m}.$$

В формулах (7) угол  $\varphi_m$  соответствует углу падения дискретной моды с номером  $m$  (см. рис. 1 и 2) на границу раздела между волноводной пленкой и воздухом (подложкой).

Можно дать простое физическое пояснение возникновения скачков фазы при полном внутреннем отражении. Строгие расчеты и точные измерения показывают, что свет частично, на расстояние  $\sim 0,5$  мкм, все же проникает при полном внутреннем отражении во вторую среду (рис. 4).

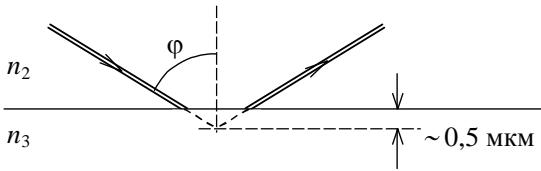


Рис. 4. Проникновение света в среду с  $n_3 < n_2$   
при полном внутреннем отражении

Прохождение волны по показанному на рис. 4 заштрихованному участку в менее плотной среде с меньшим показателем преломления  $n_3 < n_2$  дает определенный набег фазы, так что между падающей и отраженной волнами при полном внутреннем отражении возникает скачок фазы  $2\phi_{23}$ . Этот скачок различен для ТЕ- и ТМ-мод, что видно из формул (7).

Выражая  $k_x^{(2)}$  через модуль волнового вектора  $|\mathbf{k}^{(2)}| = n_2 \omega_0 / c$  во второй среде (здесь использована известная формула  $k_{\text{ср}} = n_{\text{ср}} \omega_0 / c$ ), из формулы (6) находим

$$k_x^{(2)} d = k_0 n_2 d \cos \varphi_m = \phi_{21} + \phi_{23} + m\pi, \quad (8)$$

где  $k_0 = \omega_0 / c$  – модуль волнового вектора в вакууме. Из (8) видно, что каждому значению  $m$  однозначно соответствует угол падения  $\varphi_m$ , т.е. распространение световой волны в волноводе происходит при строго определенных дискретных углах падения  $\varphi_m$ . Каждый такой угол  $\varphi_m$  соответствует волновой mode с номером  $m$ . Используя (7), из (8) окончательно находим следующие соотношения, которым удовлетворяет угол  $\varphi$  в случае ТЕ- и ТМ- мод:

для ТЕ-моды

$$k_0 n_2 d \cos \varphi_m = \arctg \frac{\sqrt{n_2^2 \sin^2 \varphi_m - n_3^2}}{n_2 \cos \varphi_m} + \arctg \frac{\sqrt{n_2^2 \sin^2 \varphi_m - 1}}{n_2 \cos \varphi_m} + m\pi;$$

ТМ-моды

(9)

$$k_0 n_2 d \cos \varphi_m = \operatorname{arctg} \frac{n_2^2 \sqrt{n_2^2 \sin^2 \varphi_m - n_3^2}}{n_3^2} + \operatorname{arctg} \frac{n_2^2 \sqrt{n_2^2 \sin^2 \varphi_m - 1}}{n_2 \cos \varphi_m} + m\pi,$$

где учтено, что для первой среды (воздуха)  $n_1 = 1$ .

При заданных  $n_2$ ,  $k_0 = \omega_0 / c = 2\pi/\lambda_0$ ,  $n_3$  уравнения (9) дают ограничения на толщину  $d$  волновой пленки и угол  $\varphi_m$  полного внутреннего отражения света (см. рис. 2), при которых возможно распространение ТЕ- и ТМ-мод в диэлектрической волноводной пленке. Уравнения (9) имеют дискретное число решений для  $\varphi_m$ , соответствующих дискретному числу волноводных ТЕ- и ТМ-мод, которые могут наблюдаться в оптическом волноводе. С помощью (9) как раз и осуществляются (см. задание к работе) косвенные измерения толщины  $d$  и показателя преломления  $n_2$  волноводной пленки.

### Описание установки и методов измерения

Задачей настоящей работы является определение толщины и показателя преломления волноводной пленки, показателя преломления подложки. В работе также косвенно измеряются дискретные углы  $\varphi_m$  волноводных мод. Схема установки приведена на рис. 5.

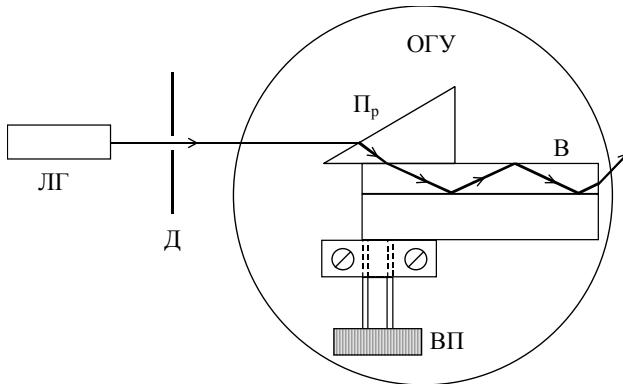


Рис. 5. Схема установки:

ЛГ – лазер, Д – диафрагма, ОГУ – оптическая угломерная головка, ВП – винт прижимной, В – волновод, Пр – призма

Монохроматическая световая волна от лазера проходит через диафрагму и падает на боковую грань призмы, основание которой прижато к волноводной пленке. Призма и волновод закреплены на столике оптической угломерной головки. Столик может вращаться вокруг вертикальной оси, причем угол поворота столика фиксируется на лимбе угломера ОГУ.

Рассмотрим принцип, на котором основано действие устройства призменного ввода излучения. Ввод световой волны в тонкопленочный волновод достигается путем механического контакта призмы с тонкой волноводной пленкой (рис. 6), в месте контакта между призмой и волноводной пленкой остается небольшой воздушный зазор.

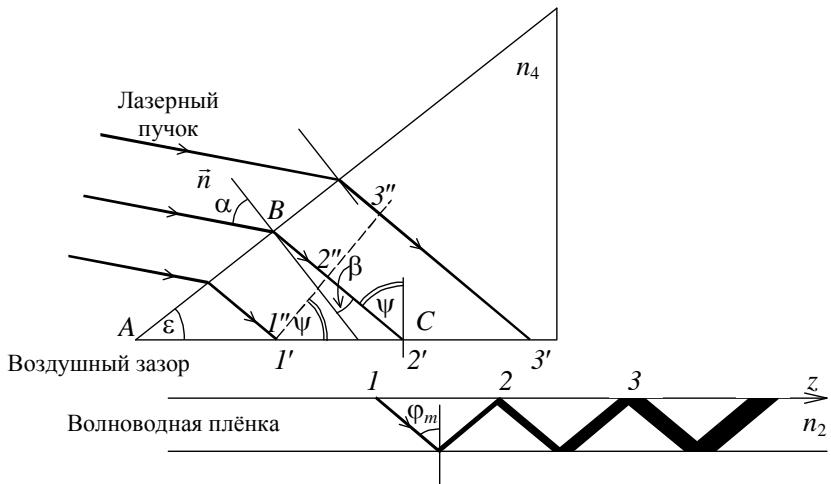


Рис. 6. Возбуждение световой волны в волноводе

На рис. 6 изображена зигзагообразная волна, соответствующая некоторой волноводной моде в пленке. Точкаами поворота волны на верхней поверхности пленки будут  $1 - 3$ . На рис. 6 показан и широкий пучок лазерного излучения, падающего на призму и распространяющегося в виде преломленной волны.  $1'' - 2'' - 3''$  – фронт этой волны, проходящий через точку  $I'$ . В преломленной призмой вол-

не выберем три параллельных луча, которые падают на основание призмы в точках  $1' - 3'$ . Эти точки находятся точно напротив точек  $1 - 3$  по другую сторону зазора. Для лазерного пучка света, падающего под углом  $\psi$  на основание призмы, по отношению к воздушной прослойке между призмой и пленкой выполняется условие полного внутреннего отражения, т.е.  $\sin \psi > 1/n_4$ , где  $n_4$  – показатель преломления призмы.

Однако, несмотря на полное внутреннее отражение от основания призмы, световая волна все же проникает в воздушную прослойку на расстояние около 0,5 мкм (см. рис. 4). Благодаря наличию «хвоста» световой волны в воздушном зазоре, при достаточно плотном контакте призмы с пленкой возможно возбуждение световой волны в волноводной пленке – это есть явление оптического туннельного эффекта.

Для возбуждения волноводной моды с помощью призменного ввода необходимо выполнение условия синхронизма. Согласно этому условию световая волна в призме должна проходить в точку  $2'$  (см. рис. 6) в тот же момент времени, что и зигзагообразная волна в волноводной пленке в точку  $2$ , набег фазы световой волны в призме вдоль  $2'' - 2'$  должен равняться набегу фазы зигзагообразной волны между точками  $1 - 2$ . В этом случае волна, проходящая в точку  $2'$  в призме, будет усиливать зигзагообразную волну, проходящую по пленке в точку  $2$ . Нарастание интенсивности волноводной моды благодаря выполнению условия синхронизма в точках  $2'$  и  $2, 3'$  и  $3$  (реально – в большом числе точек!) показано на рис. 6 увеличением толщины луча зигзагообразной волны. Интенсивность поля волны в пленке возрастает вдоль оси  $z$  очень быстро, если связь между пленкой и призмой охватывает большое число точек поворота зигзагообразной волны.

Условие синхронизма, очевидно, имеет вид (см. рис. 6):

$$\frac{\omega_0}{c} n_4 d \sin \psi = \frac{\omega_0}{c} n_2 d \sin \varphi_m \Rightarrow \frac{\sin \psi}{\sin \varphi_m} = \frac{n_2}{n_4}, \quad (10)$$

где  $d$  – расстояние между точками 1 и 2. Формально условие (10) совпадает с законом преломления света на границе двух сред с показателями преломления  $n_2$  и  $n_4$ .

Измерение угла  $\varphi_m$  волноводных мод (см. рис. 6) в данной работе можно осуществить, измеряя соответствующий моде с номером  $m$  (в условиях, когда мода возбуждена) угол  $\alpha$ , под которым световая волна падает на боковую грань призмы. Получим, используя рис. 6, выражение угла  $\varphi_m$  через угол  $\alpha$  вхождения световой волны в боковую грань призмы и через  $\varepsilon$  – угол при основании призмы.

По закону преломления света, используя также условие синхронизма (10) и учитывая соотношение  $\psi + \pi/2 = \varepsilon + \pi/2 + \beta$  между углами  $\psi$ ,  $\beta$ ,  $\varepsilon$  (см. рис. 6,  $\Delta ABC$ ), находим

$$\sin \varphi_m = \frac{n_4}{n_2} \sin \psi = \frac{n_4}{n_2} \sin(\beta + \varepsilon) = \frac{n_4}{n_2} (\sin \beta \cos \varepsilon + \cos \beta \sin \varepsilon).$$

Откуда, используя закон преломления света на границе воздух–призма  $\sin \alpha / \sin \beta = n_4$ , получаем

$$\begin{aligned} \sin \varphi_m &= \frac{1}{n_2} \left( \sin \alpha \cos \varepsilon + \sqrt{n_4^2 - \sin^2 \alpha} \sin \varepsilon \right) = \\ &= \frac{1}{n_2} \left( \sin \alpha \cos \varepsilon + \sqrt{n_4^2 - \sin^2 \alpha} \sin \varepsilon \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Угол  $\alpha$  вхождения лазерного света в призму, соответствующий углу  $\varphi_m$  возбуждения волноводной моды с номером  $m$ , очевидно, может быть получен как разность двух отсчетов  $n'$  и  $n''$  по лимбу ОГУ, соответствующих двум положениям столика:

$$\alpha = |n' - n''|. \quad (12)$$

Здесь угол  $n'$  соответствует положению нормали  $\mathbf{n}$  к боковой грани призмы (см. рис. 6) в условиях возбуждения моды с номером  $m$  и углом  $\varphi_m$ ; угол  $n''$  соответствует положению нормали  $\mathbf{n}$ , совмещенной после поворота столика ОГУ с падающим на призму лазерным лучом.

По заданным к работе исходным данным ( $\varepsilon$  – углу при основании призмы,  $n_4$  – показателю преломления призмы и измеренному по формуле (12) углу  $\alpha$ ) и формуле (11) рассчитывается, т. е. косвенно измеряется, угол  $\varphi_m$  моды с номером  $m$ .

### Задания

**1.** Измерить показатель преломления  $n_3$  подложки, вводя в нее свет. Для этого, медленно вращая столик оптической угломерной головки, изменять угол  $\alpha$  падения света на грань призмы  $AB$  (рис. 7).

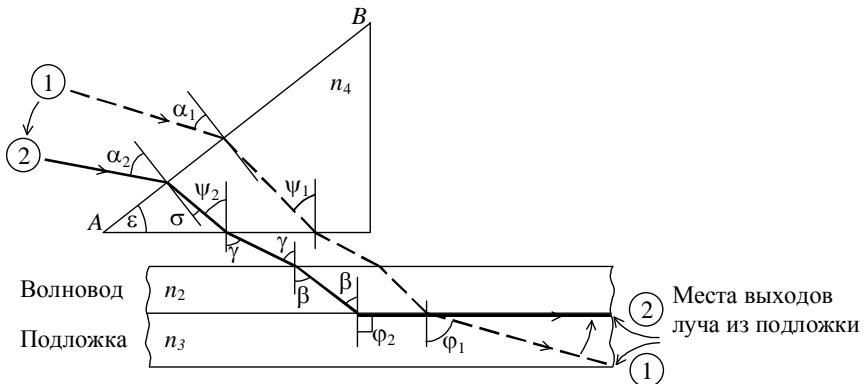


Рис. 7. Прохождение светового луча через систему призма–волноводный слой–подложка в отсутствие возбуждения волноводных мод

При изменении угла  $\alpha$  падения света в интервале  $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2$  от положения лазерного луча (1) до положения луча (2) угол  $\varphi$  преломления света в подложке изменяется от некоторого значения  $\varphi_1$  до  $\varphi_2 \approx \pi/2$ . Прохождение света в подложке можно визуально контролировать по следу светового луча на торце подложки при выходе луча из подложки. При приближении угла преломления  $\varphi$  света в подложке к значению  $\varphi_2 \approx \pi/2$  световой луч (2) вплотную приближается к волно-

водному слою. Подчеркнем, что свет вводится в подложку при любых (не дискретных) углах  $\alpha$  падения света на грань призмы  $AB$  из некоторого интервала углов  $\alpha$ .

Некоторое дальнейшее увеличение угла  $\alpha$  падения света на грань  $AB$  над значением  $\alpha_2$  приведет к вводу света в волноводный слой – к возбуждению волноводной моды. В отличие от ввода света в подложку, ввод света в волноводный слой осуществляется при дискретных значениях угла  $\alpha$ , соответствующих углам  $\varphi_m$  волноводной моды.

Получим формулу для косвенного измерения показателя преломления подложки. Выкладки при этом аналогичны проведенным при выводе формулы (11). Используя закон преломления света на нескольких границах (призма–воздух, воздух–волновод, волновод–подложка, рис. 7), запишем

$$\frac{\sin \psi_2}{\sin \gamma} = \frac{n_1}{n_4}, \quad \frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \frac{\sin \beta}{\sin \varphi_2} = \frac{n_3}{n_2}.$$

Перемножая последние три равенства, учитывая соотношение  $\sin \varphi_2 \approx 1$ , получаем

$$\frac{\sin \psi_2}{\sin \varphi_2} = \frac{n_3}{n_4} \Rightarrow n_3 = n_4 \sin \psi_2.$$

Далее, используя соотношение между углами  $\psi_2 + \pi/2 = \varepsilon + \sigma + \pi/2$  и следующее из него выражение  $\sin \psi_2 = \sin(\sigma + \varepsilon)$ , а также закон преломления света  $\sin \alpha_2 = n_4 \sin \sigma$  на границе воздух–призма, для показателя преломления  $n_3$  подложки находим выражение

$$n_3 = \sin \alpha_2 \cos \varepsilon + \sin \varepsilon \sqrt{n_4^2 - \sin^2 \alpha_2}. \quad (13)$$

По измеренному по формуле (12) углу  $\alpha_2$ , известным из исходных данных к работе  $n_4$  и  $\varepsilon$ , по формуле (13) определяем  $n_3$ .

**2.** Измерить характеристики нулевой моды. Некоторое увеличение падения угла  $\alpha$  света над значением  $\alpha_2$  приведет к вводу лазерного светового луча в волноводный слой – к возбуждению волноводной мо-

ды. Медленно вращая столик ОГУ, визуально наблюдая за выходом светового луча из торца подложки, подвести луч к положению (2), после чего небольшое увеличение угла  $\alpha$  над  $\alpha_2$  приведет к вводу светового луча в волноводный слой – вспыхивает трек луча в волноводном слое. Достигается это при некотором дискретном значении угла  $\alpha > \alpha_2$  падения луча на призму.

**Замечание.** Визуальное наблюдение трека волновой моды в данной работе возможно благодаря тому, что тонкий волноводный слой, наращенный на подложке, не имеет резких границ. Отличие волноводной структуры от идеальной как раз и делает возможным визуальное наблюдение трека волноводной моды. Происходит это из-за того, что часть света волноводной моды при наличии нерезкой границы волноводного слоя выходит из волноводного слоя наружу (см. рис. 1 – лучи, показанные штриховыми линиями).

Покажем, как можно косвенно измерить показатель преломления  $n_2$  волноводного слоя. Приведем выкладки, дающие формулу для косвенного измерения  $n_2$ . Из закона преломления света (см. рис. 6) (точнее, из условия синхронизма (10)) имеем

$$\frac{\sin \psi}{\sin \phi_0} = \frac{n_2}{n_4}.$$

Здесь  $\phi_0$  – угол распространения нулевой моды (с  $m=0$  – см. формулы (9)). Так как волноводный слой имеет достаточно большую толщину (по сравнению с длиной волны лазерного излучения  $\lambda \approx 0,633$  мкМ,  $d \approx 10\lambda$ ), из формул (9) при  $m=0$  находим оценку  $\phi_0 = \pi/2$ . В таком случае формула (11) дает

$$\sin \phi_0 \approx 1 = \frac{n_4}{n_2} \sin \psi \Rightarrow n_2 \approx \sin \alpha \cos \varepsilon + \sin \varepsilon \sqrt{n_4^2 - \sin^2 \alpha}. \quad (14)$$

Формула (14) позволяет по измеренному углу  $\alpha$  падения луча света (см. рис. 7) на грань  $AB$  призмы (при этом угле  $\alpha$  в волноводном слое возбуждается нулевая мода), по известным из исходных данных к работе  $n_4$  и  $\varepsilon$  рассчитать  $n_2$  – показатель преломления волноводного слоя.

**3.** По моде наивысшего порядка, вводимой в волноводный слой, измерить толщину волноводного слоя. Для измерения толщины  $d$  волноводного слоя измерить угол  $\alpha_m$ , соответствующий моде наивысшего порядка  $m$ , вводимой в волновод. Используя измеренное значение  $\alpha_m$ , полученное в п. 2 значение  $n_2$  – показателя преломления волноводного слоя и известные из исходных данных значения  $n_4$  и  $\varepsilon$ , рассчитать по формуле (11) угол  $\varphi_m$  моды с максимальным номером  $m$ :

$$\sin \varphi_m = \frac{1}{n_2} \left( \sin \alpha_m \cos \varepsilon + \sqrt{n_4^2 - \sin^2 \alpha_m} \sin \varepsilon \right). \quad (15)$$

По формуле (9) для TE-моды рассчитать, используя известные из предыдущих измерений исходные данные, толщину  $d$  волноводного слоя. Формула для расчета  $d$  по TE <sub>$m$</sub> -моде имеет вид

$$d = \frac{\lambda_0}{2\pi n_2 \cos \varphi_m} \left( m\pi + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{n_2^2 \sin^2 \varphi_m - n_3^2}}{n_2 \cos \varphi_m} + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{n_2^2 \sin^2 \varphi_m - 1}}{n_2 \cos \varphi_m} \right). \quad (16)$$

**Замечание.** В случае моды с максимальным значением  $m$  значения  $d$ , рассчитываемые по формулам (9) для TE- и TM-мод, будут незначительно отличаться друг от друга. Расчет  $d$  по формуле (16) для TE-моды тем более оправдан, так как TE- и TM-моды в данном задании не идентифицируются.

### Контрольные вопросы

- 1.** Какова цель данной работы?
- 2.** Как связаны частота, длина волны, волновое число и скорость распространения света в среде с показателем преломления  $n$ ? Как изменяется фаза плоской волны в среде с показателем преломления  $n$ ?
- 3.** Как записывается условие полного внутреннего отражения света на границе раздела двух сред, достаточно ли этого условия для описания волноводных мод?

- 4.** Что такое волноводные TE- и TM-моды, каковы резонансные условия существования волноводных мод?
- 5.** Пользуясь (6) и (8), получите формулу (9) для угла падения  $\phi_m$  световой волновой моды с номером  $m$  на поверхности волноводной пленки.
- 6.** Объясните принцип работы призменного ввода лазерного излучения в волноводную пленку, получите условие синхронизма – условие возбуждения волноводных мод в волноводной пленке.
- 7.** Что такое оптический туннельный эффект?
- 8.** Выведите формулы (11), (13) – (16).
- 9.** Как, пользуясь формулой (13), измерить показатель преломления  $n_3$  подложки?
- 10.** Как, пользуясь формулой (14), измерить показатель преломления  $n_2$  волноводной пленки?
- 11.** Обоснуйте приближение  $\phi_0 \ll \pi/2$  для угла  $\phi_0$  нулевой волноводной моды.
- 12.** Как, пользуясь формулами (15) и (16), измерить толщину  $d$  волноводного слоя?
- 13.** Волноводные моды можно возбуждать и в подложке, но, в отличие от волноводных мод волноводной пленки, волноводные моды подложки не являются дискретными. В чем тут дело?

### Задания

Исследовать качественно структуру волноводных мод с различными номерами  $m$ .

На рис. 8 показаны три низшие TE-моды планарного волновода с  $\phi_0 > \phi_1 > \phi_2$ : зигзагообразные волны и распределение  $E_y(x)$  электрического поля поперек волноводной пленки (это результаты расчетов по теории).

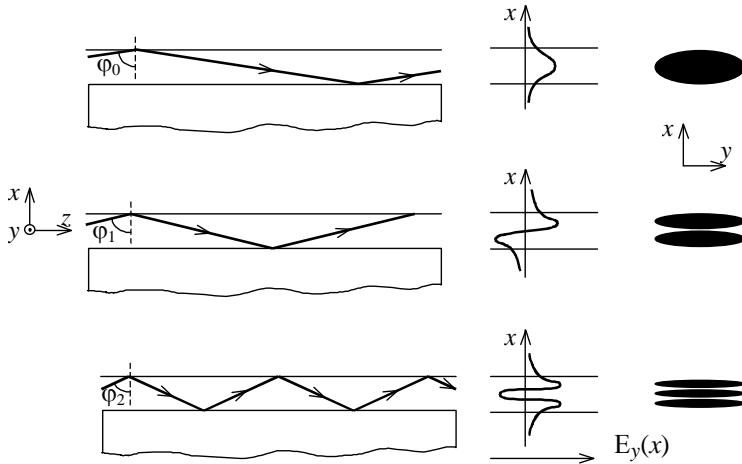


Рис. 8. Три низшие TE-моды планарного волновода, соответствующие им зигзагообразные волны, распределения  $E_y(x)$  электрического поля поперек волновода и наблюдаемые распределения интенсивности на экране

На рис. 9 показана установка для изучения структуры волноводных мод. Так как толщина  $d$  волноводной пленки мала, то пучок света, исходящий из торца волноводной пленки, в силу известного в оптике соотношения неопределенностей  $\Delta k_x \Delta x = k \sin \theta d \ll 2\pi$  испытывает дифракцию – отклонение от прямолинейного распространения, характеризуемое разбросом по углам  $\ll \theta$ , в поперечном к волноводному слою направлению, т. е. вдоль оси  $x$ .

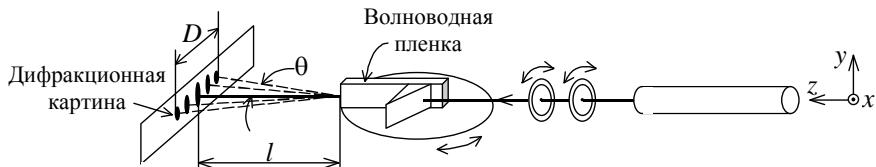


Рис. 9. Схема установки для изучения структуры волноводных мод

**1.** Зарисуйте дифракционную картину, наблюдающуюся на экране при возбуждении первых мод с номерами  $m = 0, 1, 2$ . Сколько световых пятен на экране Э соответствует модам с номерами  $m = 0, 1, 2$ ? Какова связь наблюданной картины интенсивности света вдоль экрана с результатами теоретических расчетов, представленных на рис. 8?

**2.** Измеряя размеры  $D$  дифракционной картины на экране Э, расстояние  $l$  до волноводной пленки (рис. 9), оцените угол дифракции  $\theta$ .

**3.** Как, зная угол дифракции  $\theta$  и длину волны  $\lambda = 0,63$  мкм лазерного излучения, оценить толщину  $d$  волноводной пленки? Выведите соответствующую формулу и оцените толщину волноводной пленки.

**4.** Пусть лазерное излучение поляризовано по кругу, т.е. в нем присутствуют поля  $E_x$  и  $E_y$ :

$$\mathbf{E} = E_0 \mathbf{i} \cos(\omega t - k z) + E_0 \mathbf{j} \sin(\omega t - k z).$$

Как, используя вращающиеся вокруг оси  $z$  поляроиды  $\Pi_n$  и  $\Pi_a$  (поляроид-поляризатор и поляроид-анализатор), установить, с какой модой (TE или TM) имеем дело в каждом конкретном случае возбуждения моды с номером  $m$ ?

**5.** При наличии на установке поляроидов  $\Pi_n$  и  $\Pi_a$  проведите исследование типов мод, намеченное в п. 4.

**6.** С помощью формулы (15) произведите косвенное измерение углов  $\phi_m$  волноводных мод, возбуждаемых в волноводной пленке.

*Исходные данные к работе:*

$n_4 = 1,801$  – показатель преломления призмы;

$\varepsilon = 45^\circ$  – угол при основании призмы.