

Работа № 32

ИЗМЕРЕНИЕ ДЛИНЫ ВОЛНЫ СВЕТА И УЛЬТРАЗВУКА ДИФРАКЦИОННЫМ МЕТОДОМ

Цель работы – определение длин световых волн в спектре излучения паров ртути с помощью дифракционной решетки, а также измерение длины волны ультразвука и скорости его распространения в жидкости по наблюдению дифракции света на ультразвуковой волне.

Дифракция света на амплитудной и фазовой дифракционных решетках

Вначале рассмотрим дифракцию света на амплитудной дифракционной решетке, которая представляет собой систему эквидистантно расположенных в одной плоскости параллельных прямых щелей с непрозрачными промежутками между ними. Прозрачность такой решетки периодически изменяется вдоль направления, перпендикулярного к щелям (штрихам) решетки, в результате чего амплитуда световой волны сразу за решеткой также изменяется периодически.

Распределение дифракционного поля рассчитывают на основе принципа Гюйгенса – Френеля и принципа линейной суперпозиции полей: каждая точка волнового фронта является источником вторичных сферических волн, результирующее поле в каждой точке есть сумма векторов напряженности составляющих сферических волн. Исходя из этого процесс образования дифракционной картины условно можно разбить на два этапа. На первом этапе свет, проходя через дифракционную решетку, испытывает дифракцию на каждой из N щелей. На экране Э образуется N одинаковых дифракционных картин. Эти картины накладываются одна на другую. Вторым этапом можно считать интерференцию в плоскости экрана N соответствующих волн, в результате которой возникают дополнительные максимумы и минимумы, отсутствующие в дифракционной картине от одной щели. Действительно, рассмотрим для примера интерференцию полей, созданных парами точек двух щелей (рис. 1). Результирующая напряженность электрического поля световой волны в точке наблюдения P экрана Э равна

$$E(P) = E_1 e^{i\varphi_1} + E_2 e^{i\varphi_2} + E_3 e^{i\varphi_3} + E_4 e^{i\varphi_4} , \quad (1)$$

где φ – изменение фазы соответствующей сферической волны при пробеге от плоскости щелей до точки наблюдения. Можно сначала сгруппировать слагаемые по каждой щели:

$$E(P) = e^{i\varphi_1} (E_1 + E_2 e^{i(\varphi_2 - \varphi_1)}) + e^{i\varphi_3} (E_3 + E_4 e^{i(\varphi_4 - \varphi_3)}) = e^{i\varphi_1} E_{1щ} + e^{i\varphi_3} E_{2щ}, \quad (2)$$

$$E_{1щ} = E_1 + E_2 e^{i(\varphi_2 - \varphi_1)}, \quad E_{2щ} = E_3 + E_4 e^{i(\varphi_4 - \varphi_3)}.$$

Видно, что результирующее поле, созданное в точке P каждой щелью, $E_{1щ}$ или $E_{2щ}$, зависит от разности фаз полей только этой щели $\varphi_2 - \varphi_1$ или $\varphi_4 - \varphi_3$ соответственно. При перемещении точки наблюдения P по экрану разности фаз меняются, меняются и величины $E_{1щ}$, $E_{2щ}$, т.е. наблюдается распределение поля при дифракции на щели. Дальнейшее суммирование полей в (2)

$$E(P) = e^{i\varphi_1} (E_{1щ} + E_{2щ} e^{i(\varphi_3 - \varphi_1)}), \quad (3)$$

$$|E(P)| = |E_{1щ} + E_{2щ} e^{i(\varphi_3 - \varphi_1)}|$$

показывает, что результирующее поле в точке наблюдения зависит от разности фаз $\varphi_3 - \varphi_1$ полей двух щелей. Более подробное суммирование полей приведено в работах [1, 2].

Будем рассматривать частный случай дифракции, называемый дифракцией Фраунгофера. Дифракция Фраунгофера наблюдается тогда, когда на препятствие, вызывающее дифракцию, падает пучок параллельных лучей и наблюдение ведется в точке, где сходятся практически параллельные лучи. Это осуществляется, например, когда источник света и точка наблюдения бесконечно удалены от указанного препятствия. Для наблюдения дифракции Фраунгофера на лабораторной установке конечных размеров необходимо источник света поместить в передней фокальной плоскости собирающей линзы, а наблюдение вести в задней фокальной плоскости другой собирающей линзы, расположенной за дифракционным препятствием (см. подробнее в описании экспериментальной установки).

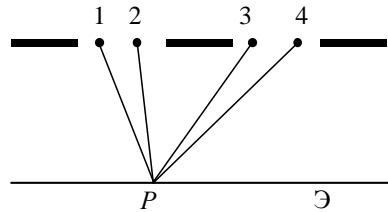


Рис. 1

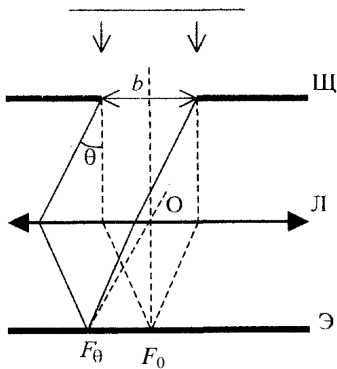


Рис. 2

Рассмотрим сначала дифракцию Фраунгофера на одной щели Щ (рис. 2). Соответствующее дифракционное распределение интенсивности, возникающее на экране Э, расположенном в задней фокальной плоскости линзы Л, подробно описано в лабораторной работе № 30.

Если щель сместить вправо или влево, то дифракционная картина не изменится, так как в соответствии с законами геометрической оптики останутся на прежних местах как фокус точки F_0 , т.е. точка фокусировки пучка, параллельного оси линзы, так и точка фокусировки F_θ

пучка, наклоненного к оси линзы под некоторым углом θ [3]. Из этого следует, что когда параллельный пучок света проходит сквозь дифракционную решетку, состоящую из N одинаковых параллельных щелей, N одинаковых дифракционных картин накладываются в точности одна на другую. Волны, приходящие на экран от всех щелей, можно считать когерентными, так как в соответствии с принципом Гюйгенса–Френеля они созданы вторичными источниками, принадлежащими единому фронту волны, испускаемой первичным источником. При сложении таких волн наблюдается интерференция. Для определения тех направлений дифрагированного света, для которых наблюдаются максимумы интенсивности, рассмотрим схему, представленную на рис. 3. На этом рисунке: ДР – дифракционная решетка; Л – линза; Э – экран; отрезок AB – ширина щели; отрезок BC – ширина перемычки между щелями. Величина $d = AB + BC$ называется **периодом** или **постоянной решетки**. На рисунке показаны два луча, отклоненные за счет дифракции на одинаковый угол θ , причем точки A и C , из которых вы-

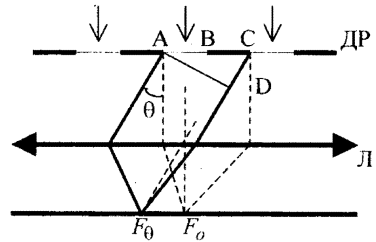


Рис. 3

ходят лучи, расположены в соседних щелях сходным образом (обе – в крайней левой части щели). Сдвиг фаз между этими лучами определяется оптической разностью хода этих лучей. В нашем случае оптическая разность хода $\Delta = CD = d \sin \theta$. Максимальная интенсивность результирующей волны наблюдается тогда, когда оптическая разность хода равна целому числу длин волн, т. е. при условии

$$\boxed{d \sin \theta = m\lambda}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (5)$$

Формула (5) была получена при рассмотрении только двух лучей, проходящих сходным образом через соседние щели. Однако этот результат справедлив и для лучей, проходящих сходным образом через все N щелей решетки. Аналогично можно рассмотреть систему N лучей, проходящих сходным образом в любой части щели, и убедиться, что формула (5) справедлива в общем случае. Максимумы, соответствующие направлениям, определяемым формулой (5), называются главными максимумами или дифракционными порядками. Амплитуда колебаний в этих направлениях при дифракции на решетке в N раз больше, чем при дифракции на одной щели, а интенсивность света – в N^2 раз.

Для $m \neq 0$ угол θ в (5) зависит от λ . Если излучение немонохроматично, в каждом ненулевом дифракционном порядке будут последовательно расположены максимумы для каждой спектральной линии. В этом и заключается спектральное разложение, осуществляемое дифракционной решеткой. При $m = 0$ уравнению (5) удовлетворяет только $\theta = 0$ и любое значение λ . Поэтому в нулевом порядке дифракции, в точке F_0 , максимумы всех спектральных линий совмещены: нулевой порядок бездисперсионный, «белый». Излучение разных спектральных линий взаимно некогерентно, поэтому на экране дифракционные картины для разных линий просто накладываются без какой-либо дополнительной интерференции.

Очевидно, что в направлениях, удовлетворяющих выражению (4), для которых интенсивность света от одной щели равна нулю, интенсивность от всей решетки также равна нулю. Эти минимумы называются главными минимумами. Более строгий расчет показывает, что между соседними главными максимумами находятся еще $(N - 1)$ дополнительных минимумов, между которыми располагаются дополнительные максимумы, однако интенсивность света в них мала по сравнению с интенсивностью в главных максимумах и на практике они на-

блюдаются редко.

Рассмотрим теперь фазовую дифракционную решетку. Один из вариантов фазовой дифракционной решетки показан на рис. 4. Решетка представляет собой прозрачную плоскопараллельную пластинку толщиной l . Показатель преломления этой пластинки периодически изменяется вдоль направления оси Z с периодом d . Ширина каждого элемента с постоянным значением показателя преломления равна $d/2$.

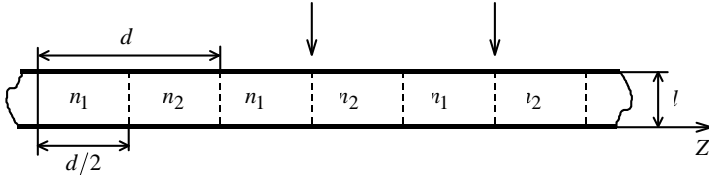


Рис. 4

Амплитуда колебаний на выходной плоскости пластины остается одинаковой во всех ее точках. График зависимости фазы φ волны на выходной плоскости от координаты Z показан на рис. 5. Разность фаз лучей света, прошедших участки с разными показателями преломления, на выходе из пластинки определяется выражением

$$\delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} l \Delta n, \tag{6}$$

где $\Delta n = n_2 - n_1$ – разность показателей преломления соседних элементов решетки.

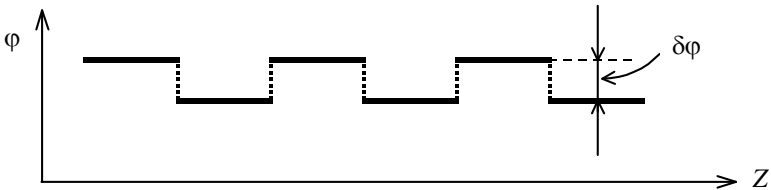


Рис. 5

Такую фазовую дифракционную решетку можно рассматривать как совокупность двух амплитудных решеток с одинаковыми периодами d , но с разной фазой волны на выходе решетки. Так как периоды решеток одинаковы, угловые распределения дифрагированного света

для этих решеток также одинаковы. Главные максимумы при дифракции на каждой из решеток должны наблюдаться при выполнении условия (5). Амплитуды главных максимумов зависят от разности фаз волн, созданных решетками. Предположим, фазовая решетка представляет собой однородный слой с постоянным показателем преломления, т.е. $\Delta n = 0$, $\delta\varphi = 0$. Тогда падающий на решетку плоский волновой фронт останется плоским как на выходе решетки, так и при последующем распространении. Эквивалентный плоской волне пучок лучей, параллельных оси, сфокусируется линзой в точку F_0 , следовательно, амплитуды высших дифракционных порядков ($m = \pm 1, \pm 2 \dots$) будут равны нулю. То же самое произойдет и при $\delta\varphi = 2\pi$. Очевидно, максимум амплитуд высших порядков соответствует промежуточному значению $0 < \delta\varphi < 2\pi$.

Расчеты показывают, что максимум наблюдается при $\delta\varphi = \pi$. Таким образом, с ростом разности фаз на решетке амплитуды высших дифракционных порядков меняются периодически.

Дифракция света на ультразвуковой волне

Если плоская продольная ультразвуковая волна распространяется вдоль некоторой оси Z , то давление в среде описывается уравнением

$$P(t, Z) = P_0 + \Delta P \cos\left(2\pi\nu t - \frac{2\pi}{\Lambda} Z\right), \quad (7)$$

где P_0 – давление в невозмущенной среде; ΔP – амплитуда давления в звуковой волне; ν – частота звука; Λ – длина звуковой волны.

Опыт показывает, что показатель преломления среды зависит от давления. В большинстве случаев изменение показателя преломления Δn пропорционально изменению давления ΔP . Показатель преломления среды при наличии звука описывается выражением

$$n(t, Z) = n_0 + \Delta n \cos\left(2\pi\nu t - \frac{2\pi}{\Lambda} Z\right), \quad (8)$$

где n_0 – показатель преломления в невозмущенной среде; Δn – амплитуда изменения показателя преломления под действием звуковой волны.

Рассмотрим взаимодействие света со звуковой волной (акустооптическое взаимодействие). На рис. 6 показана прозрачная ячейка, заполненная прозрачной средой с показателем преломления n_0 . На левую (входную) грань ячейки падает плоская световая волна, распространяющаяся вдоль оси Y . Вдоль оси Z в объеме ячейки распространяется плоская ультразвуковая волна.

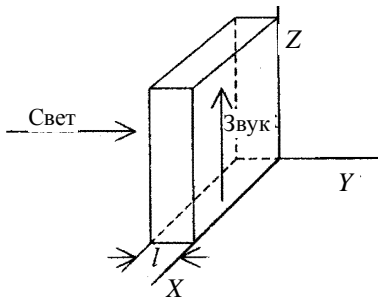


Рис. 6

Из выражения (8) следует, что показатель преломления в ультразвуковой волне периодически изменяется вдоль оси Z с пространственным периодом, равным длине волны Λ . Слой среды, в которой распространяется звук, поэтому можно считать фазовой дифракционной решеткой. Поскольку области сгущений и разрежений в волне перемещаются вдоль оси Z со скоростью звука V , рассматриваемая фазовая дифракционная решетка является движущейся. Однако поскольку скорость звука на много порядков меньше скорости света, движение решетки не изменит угловое распределение света при дифракции. Поэтому пространственное распределение дифракционного поля можно рассматривать и для неподвижной решетки с распределением показателя преломления вдоль оси Z , определяемым формулой

$$n(Z) = n_0 + \Delta n \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda} Z\right). \quad (9)$$

Условие главных максимумов при этом, как и для обычных решеток, определяется формулой (5), которую, учитывая, что период решетки равен длине волны Λ , можно записать в виде

$$\Lambda \sin \theta = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (10)$$

Движение фазовой решетки не изменяет угловое распределение дифрагированного света, однако сказывается на его частоте. Частота дифрагированного света определяется формулой

$$\nu_d = \nu_0 + m\nu, \quad (11)$$

где ν_0 – частота падающего света; ν_d – частота дифрагированного света; ν – частота звука; m – порядок дифракции. Вывод этой формулы можно посмотреть в *Приложении 3*.

При отражении ультразвуковой волны от верхней грани ячейки (рис. 6) возникает встречная волна, однако ее амплитуда в несколько раз меньше амплитуды падающей волны из-за малого коэффициента отражения на границе жидкость – стекло. Поэтому влиянием интерференции двух встречных звуковых волн можно пренебречь.

Дифракция света на ультразвуке используется в науке и технике для управления лазерным излучением. Соответствующая область физики и техники называется акустооптикой. Акустооптические устройства позволяют управлять амплитудой, частотой, поляризацией, спектральным составом светового сигнала и направлением распространения светового луча, причем с очень высоким быстродействием, недоступным для устройств с механической регулировкой.

Описание экспериментальной установки и метода измерений

Измерительная установка смонтирована на двух гониометрах – приборах для измерения углов. В первом гониометре установлена амплитудная дифракционная решетка, во втором – фазовая решетка на основе ультразвуковой ячейки. Оптические схемы обеих частей установки идентичны.

Схема с ультразвуковой ячейкой показана на рис. 7.

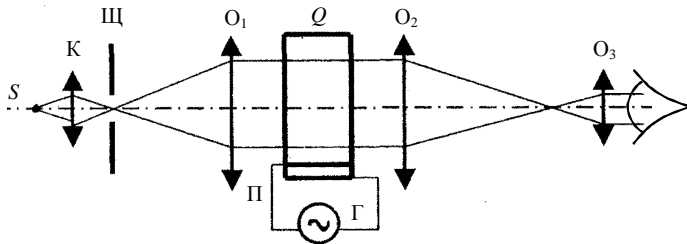


Рис. 7

Чтобы получить параллельные пучки света, необходимые для наблюдения дифракции Фраунгофера, источник света следует поместить

в передней фокальной плоскости объектива O_1 . Роль такого вторичного источника выполняет щель \mathcal{C} , которая освещается излучением ртутной лампы, фокусируемым на щель с помощью конденсора K . С точки зрения геометрической оптики пучок лучей, расходящийся из каждой точки щели, преобразуется объективом O_1 в пучок параллельных лучей. На рис. 7 показан пучок из осевой точки щели, преломляющийся объективом в пучок, параллельный оси. На пути семейства параллельных пучков лучей за объективом O_1 расположены диспергирующий элемент, дифракционная решетка. Для лучей решетка эквивалентна плоскопараллельной пластинке, т.е. каждый пучок за решеткой остается параллельным с тем же направлением распространения. Однако для каждого пучка за решеткой возникает набор дополнительных параллельных пучков высших дифракционных порядков, распространяющихся под углами $\theta(m, \lambda)$ к исходному пучку.

Фазовая решетка – это прозрачная кювета Q с жидкостью, в которой возбуждается ультразвуковая волна с помощью преобразователя Π , пьезоэлектрической пластинки, приклеенной к одной из стенок кюветы. Большие поверхности этой пластинки металлизированы, и к ним подводится переменная разность потенциалов частоты ν от генератора электрических колебаний G . Под действием приложенной разности потенциалов материал пластины – пьезоэлектрик деформируется. Толщина пластины увеличивается или уменьшается в зависимости от знака приложенной разности потенциалов. Под действием переменной разности потенциалов пластинка совершает колебания, возбуждающие ультразвуковую волну.

Дифракционная картина, соответствующая дифракции Фраунгофера, формируется в задней фокальной плоскости собирающей линзы, объектива O_2 зрительной трубы. Эта картина с увеличением наблюдается глазом через окуляр O_3 зрительной трубы.

При отсутствии дифракционной решетки или при неработающем преобразователе Π в поле зрения трубы видно белое изображение щели \mathcal{C} . При наличии дифракционной решетки или ультразвуковой волны в кювете, кроме этого, основного изображения щели (нулевого порядка дифракции), появляется система дополнительных изображений, обусловленных дифракцией – главных максимумов дифракции. Дополнительные изображения цветные, так как угол дифракции зависит от длины волны. Подробнее геометрическая оптика спектральных приборов рассмотрена в [3].

Наблюдая дифракцию света ртутной лампы на амплитудной дифракционной решетке с известным периодом d , можно найти длины волн света λ , соответствующие некоторым спектральным линиям паров ртути. Для этого надо экспериментально определить углы дифракции θ и по формуле (5) вычислить λ .

Наблюдая дифракцию света от той же лампы на ультразвуке, можно определить длину звуковой волны Λ . Для этого надо экспериментально определить углы дифракции θ и по формуле (10) вычислить Λ . При этом следует воспользоваться найденными ранее значениями длин волн света λ .

Частота колебаний ультразвука равна частоте электрических колебаний на выходе генератора. Если плавно менять частоту генератора, то можно определить скорость распространения звука в данной жидкости по формуле

$$V = \Lambda \nu. \quad (12)$$

Задания

1. Получить формулы для расчета погрешностей измерения длин волн света и ультразвука, а также погрешности измерения скорости ультразвука.
2. Изучить инструкцию по работе на гониометре.
3. Получить дифракцию света на амплитудной дифракционной решетке с известным периодом d . Измерить углы дифракции θ для фиолетовой, зеленой и оранжевой линий спектра излучения паров ртути.
4. Определить длины волн для этих линий.
5. Получить дифракцию света на фазовой дифракционной решетке, образованной ультразвуком, для чего, плавно меняя частоту генератора, добиться наиболее яркой дифракционной картины. Затем, не изменяя частоты генератора, измерить углы дифракции θ для фиолетовой, зеленой и оранжевой линий спектра.
6. Определить три раза длину волны ультразвука по результатам измерения углов дифракции для трех различных длин волн света. Учтя, что длина волны ультразвука не зависит от длины волн света, окончательное значение Λ получить усреднением трех предварительно найденных значений.
7. Определить скорость ультразвука в исследуемой жидкости.

Контрольные вопросы

1. Какова цель работы?
2. Что такое интерференция? Что такое дифракция? Сформулируйте принцип Гюйгенса – Френеля.
3. На какие этапы можно разбить процесс формирования дифракционной картины за дифракционной решеткой?
4. Нарисуйте схему наблюдения дифракции Фраунгофера. Как связаны картины дифракции на одинаковых параллельных щелях? Почему?
5. Как объяснить условие главных максимумов для амплитудной и фазовой решеток?
6. Какое расположение должны иметь штрихи дифракционной решетки по отношению к щели?
7. Опишите последовательность расположения спектральных линий в поле зрения.
8. Как зависит вид спектра от периода решетки (длины ультразвуковой волны)?
9. Почему центральный главный максимум выглядит белым, а остальные – цветными?
10. Как выглядела бы дифракционная картина, если бы источником света служила лампа накаливания?
11. Как измерить угол дифракции?

Литература

1. *Савельев И.В.* Курс общей физики. В 5 кн. Кн. 4: Волны. Оптика. – М.: Астрель, 2001 (§ 1.1, 5.6).
2. *Трофимова Т.И.* Курс физики. 4-е изд. – М.: Высш. шк., 1997 (§ 180).
3. *Суханов И.И.* Геометрическая и дифракционная теория оптического изображения: Учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. – 92 с.

К работе № 32

Расчет частоты света, дифрагированного на ультразвуке

Ультразвуковая дифракционная решетка не является неподвижной. Она перемещается со скоростью звука V . В этом случае вторичные источники света в плоскости решетки подвижны и поэтому должен проявляться эффект Доплера, заключающийся в том, что частота наблюдаемого света ν_d отличается от частоты излучаемого света ν_0 . Этот эффект описывается формулой

$$\nu_d = \nu_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta \cos \alpha}, \quad (1)$$

где α – угол между линией наблюдения и направлением движения источника, измеренным в системе координат, связанной с наблюдателем, $\beta = V/c$.

Так как $V \ll c$, то

$$\nu_d \approx \frac{\nu_0}{1+\beta \cos \alpha} \approx \nu_0(1-\beta \cos \alpha). \quad (2)$$

Угол α можно выразить через угол дифракции θ :

$$\alpha = \theta + \pi/2. \quad (3)$$

Тогда $\cos \alpha = -\sin \theta$. Следовательно,

$$\nu_d \approx \nu_0(1+\beta \cos \theta). \quad (4)$$

Из условия дифракционных максимумов при дифракции света на ультразвуке

$$\Lambda \sin \theta_m = m\lambda_0, \quad m = 0; \pm 1; \pm 2 \dots,$$

следует, что $\sin \theta_m = m\lambda_0/\Lambda$, где λ_0 – длина волны падающего све-

та. Если учесть, что $\lambda_0 = c/v_0$, $\Lambda = V/v$, то

$$\sin \theta_m = m \frac{c}{V} \frac{v}{v_0} = m \frac{1}{\beta} \frac{v}{v_0}. \quad (5)$$

Подставив выражение (5) в выражение (4), получим

$$v_d \approx v_0 \left(1 + \beta m \frac{1}{\beta} \frac{v}{v_0} \right) = v_0 + mv. \quad (6)$$