

Работа № 23

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

Цель работы: экспериментально исследовать зависимость напряжения на конденсаторе в электромагнитном колебательном контуре от частоты последовательно включенной переменной ЭДС. Определить резонансную частоту, сравнить ее с расчетной.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим схему из последовательно соединенных конденсатора, катушки индуктивности, резистора и генератора переменной ЭДС (рис. 1).

Согласно закону Кирхгофа сумма падений напряжения на резисторе $U_R = IR$ и конденсаторе $U_C = q/C$ равна сумме действующих в цепи ЭДС, т. е. переменной ЭДС генератора $E_{\Gamma} = E_m \cos(\omega t + \varphi)$ и ЭДС самоиндукции $E_L = -Ldi/dt$

$$U_R + U_C = E_L + E_{\Gamma}.$$

(1)

Выражая U_R , U_C и E_L через заряд конденсатора q и параметры контура L , C и R (полное сопротивление контура), получаем дифференциальное уравнение

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E_m \cos(\omega t + \varphi), \quad (2)$$

описывающее вынужденные колебания.

Из теории дифференциальных уравнений известно, что при $t \gg \beta^{-1}$, где $\beta = R/2L$ – коэффициент затухания, решение уравнения (2) представляет собой колебания с частотой ω :

$$q(t) = q_m \cos(\omega t). \quad (3)$$

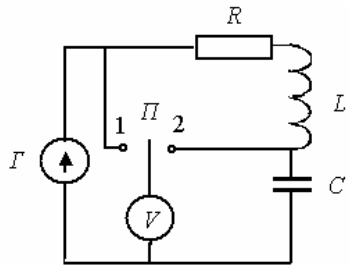


Рис. 1

Амплитудное значение заряда q_m можно найти из следующих соображений. В левой части уравнения (2) стоит сумма трех колебаний. Результат сложения можно найти, используя метод векторных диаграмм [1]. Для этого запишем явный вид каждого из этих трех колебаний:

$$q/C = (q_m/C) \cos(\omega t), \quad (4a)$$

$$Rdq/dt = -Rq_m \omega \sin(\omega t) = q_m \omega R \cos(\omega t + \pi/2), \quad (4б)$$

$$L(d^2q/dt^2) = -Lq_m \omega^2 \cos(\omega t) = q_m \omega^2 L \cos(\omega t + \pi), \quad (4в)$$

поставим в соответствие каждому колебанию вектор с длиной, равной амплитуде соответствующего колебания. Начальные фазы колебаний определяют ориентацию векторов относительно горизонтальной оси (рис. 2).

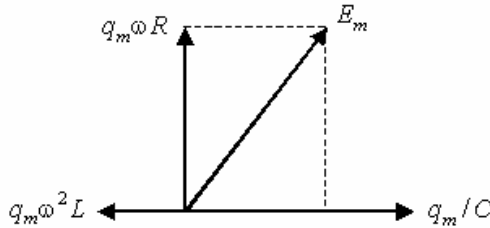


Рис. 2

Из рисунка очевидно, что

$$((q_m/C) - q_m \omega^2 L)^2 + (q_m \omega R)^2 = (E_m)^2. \quad (5)$$

Отсюда находим

$$q_m = \frac{E_m}{L \sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}, \quad (6)$$

где $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$.

Амплитуда напряжения на конденсаторе

$$U_{Cm} = \frac{q_m}{C} = \frac{\omega_0^2 E_m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}. \quad (7)$$

Выражение для амплитуды напряжения на емкости U_{Cm} , учитывая связь $\omega = 2\pi\nu$, удобно переписать как функцию частоты ν , измеряемой в герцах:

$$U_{Cm} = \frac{v_0^2 E_m}{L \sqrt{(v^2 - v_0^2)^2 + \beta^2 v^2 / \pi^2}}. \quad (8)$$

Из формулы (8) видно, что амплитуда напряжения на конденсаторе U_{Cm} зависит от соотношения частот: частоты собственных колебаний v_0 , частоты колебаний вынуждающей ЭДС v . График функции U_{Cm} показан на рис. 3.

Максимальное значение U_{Cm} достигается при некоторой частоте v_p , называемой резонансной. Найти резонансную частоту v_p можно,

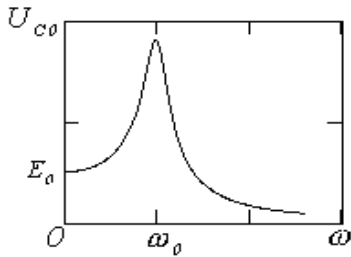


Рис. 3

исследуя выражение (8) амплитуды вынужденных колебаний на максимум (при этом достаточно исследовать на минимум подкоренное выражение в знаменателе формулы).

Самостоятельно найдите выражение для резонансной частоты v_p и убедитесь, что она не равна собственной частоте v_0 .

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

В лабораторной установке (см. схему на рис. 1) напряжение на конденсаторе измеряется вольтметром в положении 2 переключателя; в положении 1 вольтметр подключается непосредственно к генератору, являющемуся источником переменной ЭДС регулируемой частоты. Вольтметр, обладающий большим внутренним сопротивлением, позволяет измерять переменные напряжения в широком интервале частот. Чтобы исключить влияние внутреннего сопротивления генератора R_r на измеряемые величины напряжений, необходимо выполнить соотношение $R_r < R$. В этом случае в положении 1 переключателя показания вольтметра практически соответствуют величине $E_m / \sqrt{2}$.

ЗАДАНИЕ К РАБОТЕ

1. Ознакомиться в лаборатории с инструкцией по пользованию приборами установки.

2. Рассчитать ν_p и ее погрешность по исходным данным установки.

3. При заданных значениях R , изменяя частоту выходного напряжения генератора и поддерживая постоянное значение амплитуды его напряжения (по указанию преподавателя), снять частотные характеристики напряжения на конденсаторе. Особо тщательно проводить измерения вблизи резонансных частот (для этого, используя расчеты п. 2, вначале определить экспериментально эти частоты грубо).

4. В общих осях построить графики зависимости U_{Cm} от частоты для различных R . Определить по графикам $U_{Cm}(\nu)$ резонансные частоты. Сравнить их с расчетными с учетом погрешностей.

5. По графикам $U_{Cm}(\nu)$, пользуясь формулой $(U_{Cm})_{\max} = QE_m$, найти добротность Q контуров при использованных значениях R .

6. Сделать выводы относительно: изменения ν_p и Q в зависимости от сопротивления, включенного в контур; высоты максимумов кривых при разных сопротивлениях; а также совпадения между резонансными частотами: найденными экспериментально и вычисленными.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие колебания называются вынужденными?

2. Что такое резонанс напряжений на конденсаторе в контуре?

3. Нарисуйте принципиальную схему установки. Для чего необходимо регулярно проверять, удерживается ли первоначально заданное выходное напряжение генератора?

4. Напишите дифференциальное уравнение вынужденных колебаний. Записать и проанализировать частное решение этого уравнения.

5. Получить выражение для амплитуды колебаний напряжения на конденсаторе (выражение (8)).

6. Найти резонансную частоту для U_{Cm} .

7. Получить выражение для амплитуды колебаний тока в цепи и найти резонансную частоту для I_{Cm} .

8. Как вычислить ω_0 и ν_0 ?

9. Какой график вы будете строить в работе? Какой он будет иметь вид? Проходит ли он через начало координат?

10. Как сдвигается резонансная частота при увеличении сопротивления контура?

11. Что такое добротность Q колебательного контура?
12. Получили ли вы то, что ожидали?
13. Привести примеры применения резонанса в технике.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Трофимова Т.И.* Курс физики. – М.: Академия, 2004 (и др. годы изданий).
2. *Савельев И.В.* Курс общей физики. – М.: Астрель, 2001 (и др. годы изданий).