

Лабораторная работа № 13

(Глава 2.4 в [1])

Измерение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли и исследование магнитного поля кругового тока

Цель работы – измерить горизонтальную составляющую магнитного поля Земли; исследовать зависимость магнитного поля на оси кругового тока от расстояния до его центра и сравнить с теоретической зависимостью.

Теория

Основные свойства магнитного поля

(Опыты Ампера и Эрстеда)

Магнитное поле, как и электрическое, - векторное, в каждой точке пространства имеет величину и направление вектор магнитной индукции \vec{B} .

Магнитное поле создаётся движущимися электрическими зарядами:

- Электрический ток I , т.е. движение зарядов со скоростью V , создаёт поле, действующее на магниты: $B \sim I \sim V$; $I = 0 \Rightarrow B = 0$;
- Направления тока и поля связаны: $\vec{V} \rightarrow -\vec{V} \Rightarrow \vec{B} \rightarrow -\vec{B}$
- Поле обладает цилиндрической симметрией относительно направления движения заряда (тока): силовые линии поля прямого отрезка тока – окружности с центром на оси тока.

Закон Био-Савара-Лапласа

Этот закон является обобщением опытных законов Ампера и Эрстеда.

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{[\vec{dl} \times \vec{r}]}{r^3}; \quad dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \sin \alpha}{r^2} \quad (2.37)$$

Здесь \vec{dB} - вектор магнитной индукции, созданный бесконечно коротким элементом проводника длиной \vec{dl} , направленным по току I , \vec{r} - радиус-вектор от элемента тока до точки наблюдения P (Рис. 2.12),

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ (Генри на метр) - магнитная постоянная в системе СИ. Единица измерения магнитной индукции в СИ – Тесла (Тл), определяемая по закону Ампера

$$\vec{F}_A = I [\vec{l} \times \vec{B}] \quad (2.38)$$

как величина индукции однородного магнитного поля, в котором на проводник длиной $l=1$ м с током $I=1$ А, перпендикулярный вектору магнитной индукции, действует сила 1 ньютон.

Выражение $[\vec{dl} \times \vec{r}]$ в формуле (2.37) обеспечивает свойства поля, согласующиеся с результатами опытов Ампера и Эрстеда. Во-первых, цилиндрическая симметрия силовых линий. Действительно, вектор поля \vec{dB} ортогонален векторам – сомножителям \vec{dl} и \vec{r} . При вращении вектора \vec{r} вокруг \vec{dl} при $\alpha = \text{const}$ все точки наблюдения P будут лежать на окружности с центром, проходящим через ось \vec{dl} , а векторы \vec{dB} будут касательны к этой окружности. Во-вторых, поток магнитной индукции через замкнутую поверхность равен нулю (теорема Гаусса). На рис. 2.12 поверхность S - сфера с центром в "точке" \vec{dl} . В каждой точке этой сферы вектор \vec{dB} ортогонален внешней нормали к поверхности, т.е. их скалярное произведение равно нулю.

При $r \rightarrow \infty$ поле $dB \rightarrow 0$. Этому удовлетворяет любая степень $m > 1$ в знаменателе r^m (2.37). Выбор $m=3$ объясняется требованием инвариантности сил взаимодействия между зарядами в любой инерциальной системе отсчёта (при движении со скоростью, много меньшей скорости света). В частности, в системе отсчёта, связанной с зарядами, их скорость равна нулю, поэтому магнитное взаимодействие зарядов отсутствует, а

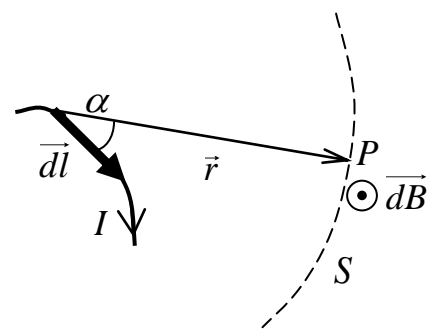


Рис. 2.12

электростатическое взаимодействие $\sim 1/r^2$. Следовательно, и в любой другой системе отсчёта сила взаимодействия зарядов должна изменяться как $\sim 1/r^2$.

Магнитное поле на оси катушки с током

Радиус катушки R , h - расстояние от центра катушки O вдоль её оси до точки наблюдения P , I - сила тока в катушке, N - число витков (Рис. 2.13). Катушка считается плоской, т.е. толщиной обмотки можно пренебречь по сравнению с радиусом катушки. В этом приближении все витки катушки создают одинаковое поле в точке наблюдения, поэтому магнитная индукция катушки находится простым умножением магнитного поля одного витка на число витков N в катушке.

Рассмотрим поля от двух бесконечно малых элементов тока \vec{dl}_1 и \vec{dl}_2 витка, расположенных в плоскости рисунка симметрично относительно центра катушки O . Пусть $dl_1 = dl_2$, $r_1 = r_2$, тогда $dB_1 = dB_2$. Векторы \vec{dl}_1 и \vec{r}_1 ортогональны, поэтому

$$dB_1 = dB_2 = \frac{\mu_0 NI dl}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 NI dl}{4\pi(R^2 + h^2)}$$

Длина суммарного вектора

$$|\vec{dB}_1 + \vec{dB}_2| = 2 dB_1 \frac{R}{r} = \frac{\mu_0 NIR dl}{2\pi(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}}$$

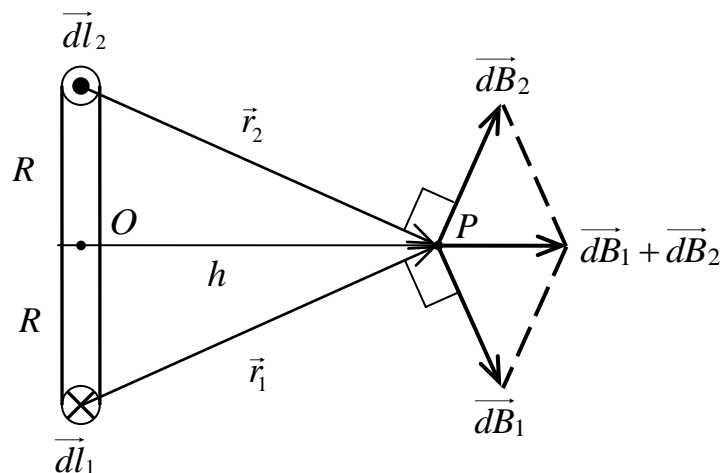


Рис. 2.13

Из рисунка видно, что векторы индукции от всех пар симметричных элементов тока направлены по оси катушки и, следовательно, суммируются по длине. Поэтому результирующая магнитная индукция в точке P равна интегралу полей $|\overline{dB}_1 + \overline{dB}_2|$ по полуокружности:

$$B = \frac{\mu_0 N I R \pi R}{2\pi(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_0 N I R^2}{2(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (2.39)$$

Поле в центре катушки получаем из (3) при $h = 0$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R} \quad (2.40)$$

Измерение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

Наличие магнитного поля подтверждает гипотезу о потоках заряда в жидком ядре Земли. Магнитные полюсы Земли расположены вблизи её географических полюсов. Вблизи экватора, точнее, магнитного экватора вектор магнитной индукции параллелен земной поверхности. Для неэкваториальных областей вектор индукции магнитного поля Земли представляет собой сумму горизонтальной $\vec{B}_Г$ и вертикальной $\vec{B}_В$ составляющих поля.

Метод определения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли основан на том, что к неизвестной величине $\vec{B}_Г$, направленной по магнитному меридиану, с помощью плоской катушки с током, плоского соленоида C , добавляют поперечно направленное магнитное поле этой катушки \vec{B}_z (рис. 2.14). В результате сложения образуется результирующее магнитное поле с напряженностью

$$\vec{B} = \vec{B}_\Gamma + \vec{B}_z \quad (2.41)$$

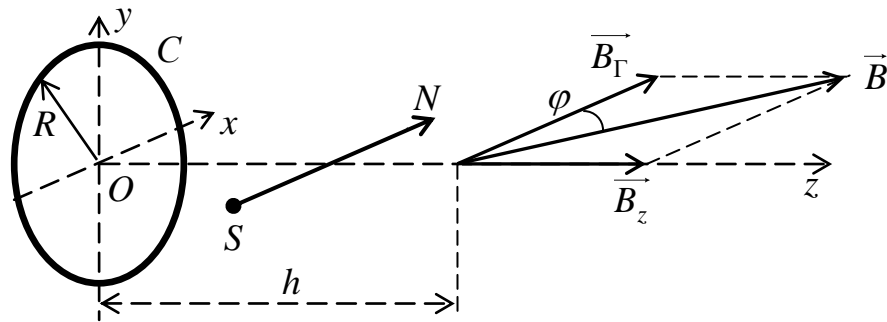


Рис. 2.14

Для проведения измерений помещают компас в центр O катушки, сориентированной своей плоскостью вдоль магнитного меридиана, затем пропускают по катушке ток. В результате стрелка компаса установится по направлению результирующего магнитного поля \vec{B} . Как видно из рис. 2.14, тангенс угла φ отклонения стрелки компаса равен

$$\operatorname{tg} \varphi = B_z / B_\Gamma . \quad (2.42)$$

Согласно выражению (2.40)

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\mu_0 N}{2RB_\Gamma} I \quad (2.43)$$

Таким образом, график зависимости $\operatorname{tg} \varphi$ от тока I должен представлять собой прямую линию с угловым коэффициентом наклона

$$k = \frac{\Delta(\operatorname{tg} \varphi)}{\Delta I} = \frac{\mu_0 N}{2RB_\Gamma} \quad (2.44)$$

Экспериментально определив значение k , можно по формуле (2.44) вычислить величину горизонтальной составляющей магнитного поля Земли:

$$\boxed{B_\Gamma = \frac{\mu_0 N}{2Rk}} \quad (2.45)$$

Исследование магнитного поля на оси кругового тока

Зависимость магнитного поля на оси плоской круговой катушки с током от расстояния h до его центра определяется посредством перемещения компаса вдоль оси катушки и измерения угла отклонения магнитной стрелки в фиксированных точках на оси. При этом ток I через катушку не меняют. Зависимость магнитного поля на оси плоской круговой катушки с током от h определяется из (2.42) и (2.39):

$$B(h) = \frac{\mu_0 N I R^2}{2(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}} = B_{\Gamma} \cdot \operatorname{tg} \varphi \quad (2.46.1)$$

или
$$\frac{\mu_0 N I R^2}{2B_{\Gamma}} \frac{1}{(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}} = \operatorname{tg} \varphi \quad (2.46.2)$$

Естественно, магнитное поле Земли в пределах лабораторной экспериментальной установки можно считать постоянным.

Данную зависимость можно привести к виду

$$\frac{K}{(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}} = \operatorname{tg} \varphi \quad (2.47)$$

где $K = \mu_0 N I R^2 / 2B_{\Gamma}$ - известный коэффициент, поскольку B_{Γ} определено в предыдущем опыте. Однако для подтверждения функциональной зависимости $B(h)$ достаточно того, что этот коэффициент постоянный.

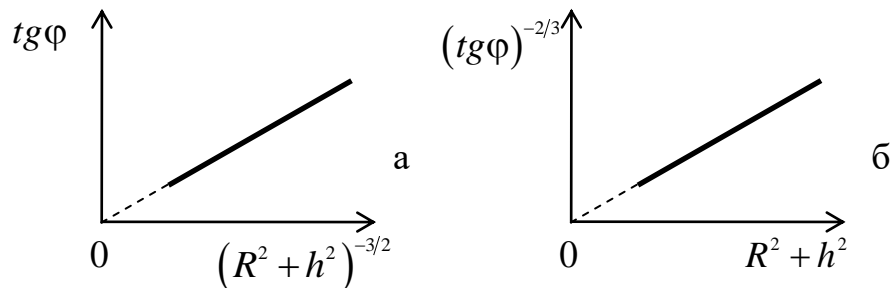


Рис. 2.15

По формуле (2.47) $\operatorname{tg} \varphi$ линейно зависит от $(R^2 + h^2)^{-3/2}$, поэтому можно построить график зависимости между этими величинами, как

показано на рис. 2.15а. Преобразовав формулу (2.47), можно показать, что линейными будут также зависимости $(\operatorname{tg}\varphi)^{\frac{2}{3}}$ от $(R^2 + h^2)$ и $(\operatorname{tg}\varphi)^{\frac{2}{3}}$ от h^2 .

На рис. 2.15б показан график первого из вариантов зависимости $(\operatorname{tg}\varphi)^{\frac{2}{3}}$. Однако предпочтительнее выбрать зависимость $\operatorname{tg}\varphi$ от $(R^2 + h^2)^{-3/2}$, т.к. для неё проще расчёт погрешности измерений.

Описание экспериментальной установки

На рис. 2.16а показана конструкция [экспериментальной установки](#). На плоскость Пл, проходящую через горизонтальный диаметр катушки-соленоида С, помещён компас К. Центр компаса, т.е. вертикальная опора магнитной стрелки, всегда должен находиться на оси катушки (показана штриховой линией).

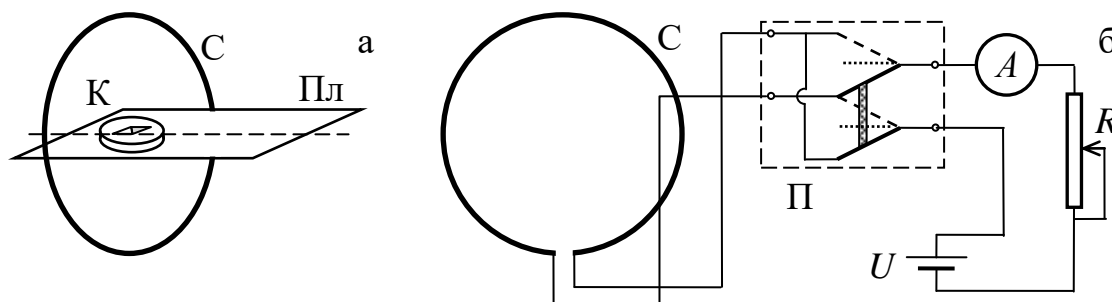


Рис. 5

На электрической схеме установки (рис. 2.16б) показан только один виток катушки-соленоида С. Катушка через переключатель направления тока П (реверс), амперметр А, переменное сопротивление (реостат) R соединена с источником постоянного напряжения U. В переключателе П два параллельных подвижных контакта, соединённых диэлектрической перемычкой, могут занимать три положения, показанных соответственно жирными сплошными, штриховыми и пунктирными отрезками. В

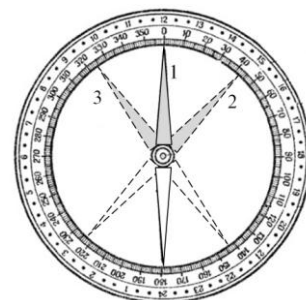


Рис. 2.17

среднем положении (пунктир) цепь разомкнута.

Шкала компаса (лимб) круговая циклическая, минимальное значение 0° совпадает с максимальным 360° (Рис. 2.17). Результатом прямого измерения является угловая координата α в градусах. Модуль угла отклонения стрелки, используемый в расчётах магнитного поля, равен $\varphi = |\alpha - \alpha_{\text{нач}}|$, где $\alpha_{\text{нач}}$ - начальная координата в отсутствие тока в цепи. Обычно лимб у компасов вращается, поэтому в отсутствие тока можно нулевую отметку лимба совместить с северным концом магнитной стрелки (положение 1 на рис. 2.17). Для положения 2 начальная координата равна нулю, однако при смене направления тока на противоположное $\alpha_{\text{нач}} = 360^\circ$ (положение 3).

Задание к работе

Измерение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

1. Поместить компас в центр катушки. Повернуть установку вокруг вертикальной оси так, чтобы стрелка компаса совместилась с плоскостью витков катушки. Для упрощения измерений совместить нулевую отметку лимба компаса с северным концом стрелки компаса.
2. Собрать электрическую схему, получить у преподавателя допуск к выполнению работы.
3. Для значений угла отклонения φ стрелки компаса ($0^\circ, 5^\circ \dots 50^\circ$) измерить угловые координаты и соответствующие значения силы тока I . Величину тока изменять с помощью реостата.
4. Уменьшить ток до минимума. Разомкнуть цепь, поставив реверс П в среднее положение. Переключить направление тока на противоположное.
5. Повторить измерения п.3.
6. Для каждого значения φ вычислить среднее значение тока \bar{I} по двум значениям прямого и обратного токов.
7. Построить график зависимости $tg\varphi$ от \bar{I} .

8. Вычислить доверительные интервалы $\pm\sigma_{tg\varphi}$ по формуле

$$\sigma_{tg\varphi} = \frac{\sigma_{\varphi}}{\cos^2 \varphi} \quad (2.48)$$

Пристроить доверительные интервалы к каждой точке графика.

Замечание. Погрешность используемых в установке компасов равна 1 – 2 ценам деления.

9. Провести через все доверительные интервалы и через начало координат регрессионную (усредняющую) прямую по минимуму квадратов отклонений экспериментальных точек от этой прямой. Качественно на графике её располагают так, чтобы по обе стороны от неё было примерно одинаковое число точек. Определить угловой коэффициент наклона k этой прямой.

10. По формуле (2.45) вычислить среднее значение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли \bar{B}_{Γ} .

11. Оценить погрешность $\sigma_{B_{\Gamma}}$ измерения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли B_{Γ} по формуле

$$\sigma_{B_{\Gamma}} = \bar{B}_{\Gamma} \frac{\sigma_R}{\bar{R}}, \quad (2.49)$$

где \bar{R} и σ_R - заданные в паспорте установки средний радиус катушки и его среднеквадратичная погрешность.

В (2.49) не учтена погрешность углового коэффициента k наклона регрессионной прямой, поскольку он определён графическим усреднением по всем экспериментальным точкам.

12. Сравнить экспериментально полученное значение B_{Γ} с расчётным в [модели](#) мирового магнитного поля.

Измерение зависимости магнитного поля на оси кругового тока от расстояния до его центра

13. Предварительный выбор величины тока. Поместите компас на оси катушки в самое дальнее от катушки положение. Установите такую величину тока, при которой угол отклонения стрелки компаса равен минимальному из измеряемых значений, например, 10 градусов. Переместите компас в центр катушки и убедитесь, что угол отклонения стрелки не превышает 80 градусов. В противном случае поместить компас в дальнее положение и установить ток, при котором угол отклонения равен 5 градусов.

14. Переставляя компас вдоль оси катушки, измерить угол отклонения магнитной стрелки для пяти значений расстояния h от центра катушки до центра компаса. Ток I в процессе всех измерений не изменять.

15. Вычислить значения для построения графиков по рис. 2.15а или 2.15б, нанести эти значения на график. Вычислить доверительные интервалы $\pm\sigma_{\text{tg}\varphi}$ по формуле (2.48) или доверительные интервалы $\pm\sigma_{(\text{tg}\varphi)^{-2/3}}$ по формуле

$$\sigma_{(\text{tg}\varphi)^{-2/3}} = \frac{2}{3} (\text{tg}\varphi)^{-5/3} \frac{\sigma_{\varphi}}{\cos^2 \varphi} \quad (2.50)$$

16. Пристроить доверительные интервалы ко всем точкам графика и провести через них регрессионную прямую.

17. Сделать вывод, подтверждается теоретическая зависимость поля на оси катушки от расстояния h вдоль оси или нет.

Контрольные вопросы

- 1) Перечислите характеристики, описывающие магнитное поле в данной точке пространства.
- 2) Сформулируйте принцип суперпозиции для электрических и магнитных полей.

- 3) Чем отличаются полюсы магнита от электрических зарядов и как это проявляется в пространственном распределении электрических и магнитных силовых линий?
- 4) Сформулируйте различие электрических и магнитных силовых линий в терминах теоремы Гаусса.
- 5) Ваше мнение об этом объявлении?

[Купить Однополюсный Магнит оптом из Китая - Alibaba.com](#)

Купить **Однополюсный Магнит** оптом из Китая. Товары напрямую с завода-производителя на [Alibaba.com](#).

- 6) Какие электрические заряды создают магнитное поле?
- 7) Запишите закон Био-Савара-Лапласа.
- 8) Объясните, как закон Био-Савара-Лапласа соответствует известным из опытов Ампера и Эрстеда свойствам магнитного поля:
 - a) цилиндрической симметрии силовых линий;
 - b) теореме Гаусса.
- 9) Объясните значение показателя степени множителя $\sim 1/r^3$ в законе Био-Савара-Лапласа.
- 10) Опишите метод измерения горизонтальной компоненты магнитного поля Земли
- 11) Чему равна горизонтальная составляющая магнитного поля а) в точках магнитных полюсов Земли; б) на магнитном экваторе?
- 12) **Выведите** формулу определения горизонтальной компоненты магнитного поля Земли указанным методом
- 13) **Выведите** зависимость поля на оси плоской круглой катушки с током от расстояния до центра катушки.

Литература

1. *Суханов И.И.* Электричество и магнетизм, Изд-во НГТУ, 2022.
2. *Трофимова Т.И.* Курс физики.
3. *Савельев И.В.* Курс общей физики, т. 2.
4. *Калашников С.Г.* Электричество