ЭЛЕКТРОСТАТИКА
ПОСТОЯННЫЙ ТОК

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ИНСТИТУТА ДИСТАНЦИОННОГО ОБРАЗОВАНИЯ
(ИДО)

Новосибирск-2004

Настоящее учебное пособие предназначено для студентов института дистанционного образования. В нем рассматриваются две темы раздела «Электростатика» и раздел «Постоянный ток».

Материал изложен следующим образом. Даны определения основных физических величин и соотношения между ними. Рассмотрена классификация задач и возможные способы их решения. Приведены таблица вариантов и условия задач для самостоятельного решения.

Составители Э.Б. Селиванова, канд. пед. наук, доц. (темы 1 - 2),
В.Я. Чечуев, канд. тех. наук, доц. (тема 1.1, 1.2),
С.И. Вашуков, канд. физ.-мат. наук, доц. (тема 2.1 - 2.3),
Л.М. Родникова, ассист. (тема 1.3),
В.В. Христофоров, канд. тех. наук, доц. (тема 3),
А.А. Погорельская, ассист. (тема 3).

Рецензент А.А. Харьков, канд. физ.-мат. наук, доц.

Работа подготовлена кафедрой общей физики

Контрольная работа № 3 включает восемь задач по разделам «Электростатика» и «Постоянный ток». Для изучения этих разделов рекомендуется использовать следующую литературу.

1. Савельев И.В. Курс общей физики. - М.: Наука, 1982-1998.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высшая школа, 1990.
3. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. - М.: Наука, 1985.
4. Иродов И.Е. Основные законы электромагнетизма. - М.: Высшая школа, 1983.
5. Калашников С.Г. Электричество. - М.: Наука, 1979.

Кроме выполнения и защиты контрольных работ, в период сессии студенты института дистанционного образования выполняют и защищают лабораторные работы по изучаемым разделам физики.

Напоминаем основные требования, предъявляемые к оформлению контрольных работ: условия задач следует переписать полностью, затем нужно сделать краткую запись условия, используя единицы СИ, получить решение в общем виде, проверить размерность результата и только после этого делать вычисления. Если используемые формулы не являются физическими законами, то необходимо их вывести. При расчетах соблюдайте правила приближенных вычислений.

Вопросы, выносимые на экзамен по разделам «Электростатика», «Постоянный ток».

1. Элементарный заряд. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона.
2. Электрическое поле. Напряженность поля. Принцип суперпозиции для вектора напряженности. Силовые линии.
3. Поток вектора напряженности. Теорема Гаусса.
4. Вычисление напряженности электрического поля бесконечной заряженной плоскости.
5. Вычисление напряженности электрического поля двух разноименно заряженных бесконечных плоскостей.
6. Вычисление напряженности электрического поля заряженной сферы.
7. Вычисление напряженности электрического поля прямолинейной бесконечной заряженной нити.
8. Работа сил электрического поля. Циркуляция вектора напряженности.
9. Потенциал. Потенциал поля точечного заряда. Принцип суперпозиции для потенциала.
10. Электрический диполь. Диполь в однородном электрическом поле.
11. Связь между напряженностью и потенциалом.
12. Взаимное расположение эквипотенциальных поверхностей и силовых линий.

13. Электрическое поле внутри и снаружи проводника.
14. Электрическая емкость. Конденсаторы. Соединение конденсаторов.
15. Энергия системы зарядов. Энергия заряженного проводника и конденсатора. Энергия электрического поля.
16. Сторонние и связанные заряды. Поляризация диэлектрика. Вектор поляризованности диэлектрика $\vec{P}$.
17. Вектор электрического смещения $\vec{D}$, его свойства.
18. Условия на границе диэлектриков для векторов напряженности $\vec{E}$ и смещения $\vec{D}$. Преломление линий $\vec{E}$ и $\vec{D}$. Поле в однородном диэлектрике.
19. Сила тока. Плотность тока. Закон Ома для участка цепи.
20. Электродвижущая сила. Напряжение. Закон Ома для полной цепи.
21. Правила Кирхгофа.
22. Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца.

Тема 1. ЗАКОН КУЛОНА. ТЕОРЕМА ГАУССА

1.1. Основные понятия и соотношения

Электрический заряд

В природе существуют два вида электрических зарядов: положительные и отрицательные. Выбор названия был исторической случайностью.

Как положительные, так и отрицательные заряды состоят из равных элементарных зарядов величиной $|e| = 1{,}6021892 \cdot 10^{-19}$ Кл. Материальными носителями таких зарядов являются микрочастицы. В частности, материальным носителем отрицательного элементарного заряда является электрон, а положительного - протон.

Экспериментально установлен закон сохранения заряда. В электрически изолированной системе полный электрический заряд, т.е. алгебраическая сумма положительного и отрицательного зарядов, остается постоянным.

При этом под электрически изолированной понимается такая система, через границы которой не может проникнуть никакой заряд. Соответствующие исследования показали, что этот закон удовлетворяет условию релятивистской инвариантности, причем не только в том смысле, что приведенная выше формулировка справедлива в любой заданной инерциальной системе отсчета, но и в более строгом смысле: расположенные в различных системах отсчета наблюдатели, измеряя заряд, получают одно и то же число. Другими словами, полный электрический заряд изолированной системы является релятивистски инвариантным числом. Отсюда следует, что величина заряда материального носителя не зависит от скорости его движения.

Непрерывное распределение заряда

В большинстве макроскопических явлений участвует громадное число элементарных электрических зарядов. Так на каждой из обкладок плоского конденсатора емкостью 10 мкФ при разности потенциалов 100*В* содержится около $7\cdot10^{15}$ нескомпенсированных элементарных зарядов. При этом их дискретность никак не проявляется. Поэтому можно считать, что заряд как бы непрерывно распределен на обкладках. Различают объемную, поверхностную и линейную плотности зарядов.

<u>Объемной плотностью зарядов</u> ρ называется отношение заряда ΔQ к объему ΔV, в котором этот заряд находится:

$$\rho = \frac{1}{\Delta V}\cdot\sum_{\Delta V} e_i = \frac{\Delta Q}{\Delta V}, \qquad (1)$$

где e_i - элементарные заряды в объеме ΔV (с учетом их знака); ΔV - физически малый объем, но не бесконечно малый в математическом смысле. Физически малый - это значит, что его положение в пространстве достаточно точно характеризуется координатами какой-то точки, расположенной внутри него. Однако в этом объеме должно находиться такое достаточно большое количество элементарных зарядов, чтобы небольшое изменение их числа не приводило к существенному изменению плотности, вычисляемой по формуле (1).

<u>Поверхностная плотность зарядов σ</u> определяется формулой

$$\sigma = \frac{1}{\Delta S}\cdot\sum_{\Delta S} e_i = \frac{\Delta Q}{\Delta S}, \qquad (2)$$

где ΔS - бесконечно малая в физическом смысле площадь, по которой распределяется заряд. <u>Линейная плотность зарядов</u> τ - это отношение заряда к бесконечно малой в физическом смысле длине, по которой распределен заряд:

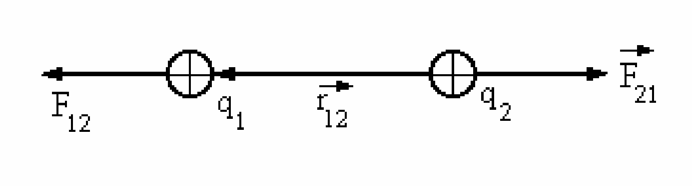
$$\tau = \frac{1}{\Delta l}\cdot\sum_{\Delta l} e_i = \frac{\Delta Q}{\Delta l}. \qquad (3)$$

Взаимодействие между покоящимися электрическими зарядами

Для точечных зарядов, находящихся в вакууме, взаимодействие описывается экспериментальным законом Кулона, который в системе СИ имеет вид

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{r^2}\cdot\frac{\vec{r}_{12}}{r} \qquad (4)$$

где $|q_1|$ и $|q_2|$ - модули взаимодействующих зарядов; $\vec{r}_{12}$ - радиус-вектор, определяющий положение точечного заряда q_1 в поле точечного заряда q_2, $r = |\vec{r}_{12}|$.



$\vec{F}_{12}$ - сила, действующая на заряд q_1 со стороны заряда q_2. Величина $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} Ф/м$ называется электрической постоянной. На заряд q_2 со стороны заряда q_1, согласно третьему закону Ньютона, действует сила $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$.

Электрическое поле

Взаимодействие между покоящимися зарядами осуществляется через электрическое поле, создаваемое каждым из зарядов в окружающем его пространстве. Силовой характеристикой электрического поля является величина, называемая напряженностью. В данной точке пространства она определяется как отношение силы, с которой поле действует на точечный заряд, помещенный в эту точку пространства, к величине заряда:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}. \qquad (5)$$

Из (5) следует, что направление вектора $\vec{E}$ совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд. Основная задача электростатики: по величине и местонахождению зарядов, создающих поле, определить значения $\vec{E}$ в разных точках пространства. Эта задача может быть решена либо с помощью принципа суперпозиции, либо с помощью теоремы Гаусса.

Принцип суперпозиции

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i\,, \qquad (6)$$

т.е. напряженность поля любого числа точечных зарядов в данной точке равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности в этой точке. Принципом суперпозиции удобно пользоваться при расчете поля сравнительно небольшого числа дискретных зарядов. В случае непрерывного распределения зарядов расчет поля с помощью этого универсального метода становится громоздким. В этом случае часто удобнее воспользоваться теоремой Гаусса. Она формулируется следующим образом: поток вектора напряженности электрического поля через любую воображаемую замкнутую поверхность *S* равен в вакууме отношению алгебраической суммы зарядов, заключенных внутри этой поверхности, к электрической постоянной ε_o:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_o}\cdot\sum_{i=1}^{N} q_i, \qquad (7)$$

где *N* - количество зарядов внутри замкнутой поверхности *S*.

Потоком вектора напряженности $d\Phi_E$ через элементарную плоскую площадку *dS* называется величина равная

$$d\Phi_E = (\vec{E}\cdot d\vec{S}) = E\cdot dS\cdot\cos\alpha = E_n\cdot dS\,.$$

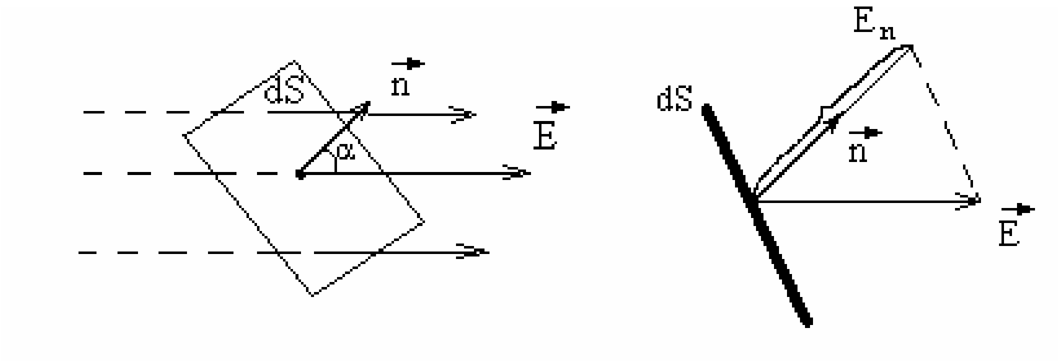


Рис.2

$\vec{n}$ - нормаль к площадке *dS*; E_n - проекция вектора $\vec{E}$ на направление нормали к площадке *dS*

$$d\vec{S} = dS\cdot\vec{n}\,.$$

При наличии диэлектриков теорема Гаусса записывается в виде

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum_{i=1}^{N} q_i\,, \qquad (8)$$

где *N* - количество сторонних зарядов внутри замкнутой поверхности *S*.

Вектор $\vec{D}$ называется вектором электрического смещения

$$\vec{D} = \varepsilon_o\vec{E} + \vec{P}\,, \qquad (9)$$

где $\vec{E}$ - суммарная напряженность полей, созданных сторонними и связанными зарядами в диэлектрике, $\vec{P}$ - поляризованность диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{\Delta V} \vec{p}_i , \qquad (10)$$

где ΔV - физически бесконечно малый объем; $\sum\limits_{\Delta V} \vec{p}_i$ - сумма дипольных электрических моментов молекул, составляющих этот объем диэлектрика. Линии вектора $\vec{D}$ начинаются и заканчиваются на сторонних зарядах. В точках без сторонних зарядов они непрерывны, включая точки со связанными зарядами. Иными словами, <u>поток вектора $\vec{D}$ определяется только сторонними зарядами, но при таком их распределении, которое возникает в присутствии диэлектрика.</u>

Для изотропных диэлектриков любого типа поляризованность связана с напряженностью поля в той же точке простым соотношение

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_o \vec{E} , \qquad (11)$$

где: χ - диэлектрическая восприимчивость.

Подставив (11) в (10), получим

$$\vec{D} = \varepsilon_o \vec{E} + \chi \varepsilon_o \vec{E} = \varepsilon_o (1 + \chi) \vec{E} = \varepsilon \varepsilon_o \vec{E} , \qquad (12)$$

где: ε - относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика.

Величина ε показывает, во сколько раз ослабляется электрическое поле внутри однородного диэлектрика по сравнению с полем в вакууме.

Граничные условия

Граничными условиями называется связь между векторами поля по разные стороны поверхности, разграничивающей две области. Пусть разделяемыми областями являются два диэлектрика с относительными диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2. Тогда для проекций векторов $\vec{\mathrm{E}}$ и $\vec{D}$ на направления нормали и касательной к поверхности раздела, на которой отсутствуют сторонние заряды, выполняются следующие соотношения:

$$\frac{\mathrm{E}_{1n}}{\mathrm{E}_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}, \qquad \mathrm{E}_{1\tau} = \mathrm{E}_{2\tau} , \qquad (11)$$

$$D_{1n} = D_{2n}, \qquad \frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} , \qquad (12)$$

Из (11) и (12) следует, что силовые линии преломляются на границе раздела между диэлектриками. На рис. 2,а показан пример преломления силовых линий вектора $\vec{\mathrm{E}}$ для случая, когда $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$, а на рис.2,б - вектора $\vec{D}$ для случая, когда $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$.

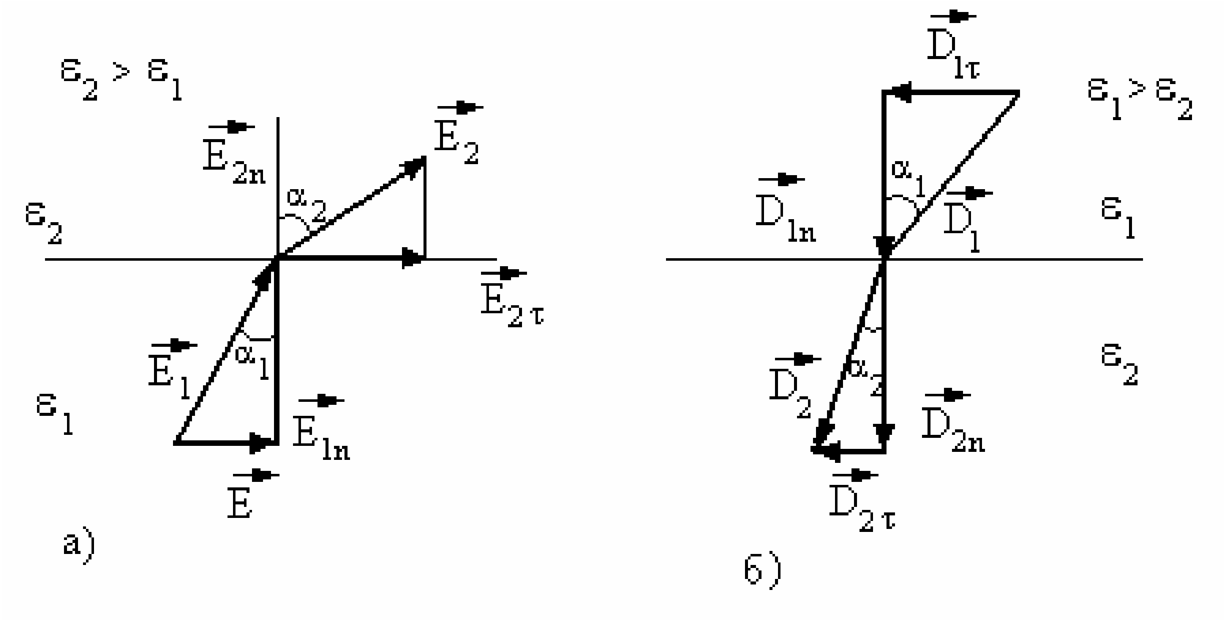


Рис.2

$$\frac{tg\alpha_1}{tg\alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \qquad (13)$$

Из (13) следует, что густота силовых линий меняется при переходе через границу раздела двух диэлектриков.

1.2. Классификация задач и пути из решения

Задачи этой темы можно разделить на четыре типа:

1. Задачи, в которых рассматривается взаимодействие точечного и распределенного зарядов.
2. Задачи, в которых рассматривается взаимодействие точечного и распределенного зарядов.
3. Задачи, в которых требуется определить напряженность электрического поля по известным величинам и распределению зарядов.
4. Задачи, в которых рассматривается взаимодействие распределенных зарядов.

Среди <u>задач первого типа </u>интерес представляют задачи, в которых взаимодействующие точечные заряды находятся в состоянии равновесия. Они решаются путем применения закона Кулона и принципа суперпозиции. При этом последовательность операций должна быть следующей:

1. Сделать рисунок и провести идеализацию рассматриваемой в задаче физической системы.
2. Выбрать какой-либо заряд и указать на рисунке действующие на него силы.

3. Для выбранного заряда записать в векторной форме уравнение $\Sigma \vec{F_i} = 0$, где $\vec{F_i}$ - силы, действующие на выбранный заряд.

4. Спроектировав полученное выше векторное уравнение на выбранное направление, получить уравнение в скалярной форме. За выбранное обычно принимается направление, вдоль которого силы действуют в противоположных направлениях.

5. Подставить в полученное выше скалярное уравнение выражения для сил по закону Кулона и, исходя из геометрических соображений, преобразовать его таким образом, чтобы осталась только одна неизвестная величина.

6. Решить уравнение с одним неизвестным.

<u>Задачи второго типа</u> могут быть решены двумя методами.

Первый состоит в применении закона Кулона и принципа суперпозиции.

Второй заключается в нахождении любым путем напряженности поля, создаваемого распределенным зарядом в точке, где находится точечный заряд q , и вычислении силы из соотношения $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$, т.е. по существу сводится к решению задачи третьего типа, а потому отдельно мы его рассматривать не будем.

При решении задач первым методом можно руководствоваться следующим алгоритмическим предписанием:

1. Сделать рисунок и провести идеализацию рассматриваемой в задаче физической системы.

2. Разделить заданный линейный, поверхностный или объемный заряд на такие элементы, чтобы находящийся на них заряд соответственно $\tau \cdot d\mathrm{l}$, $\sigma \cdot dS$ и $\rho \cdot dV$ можно было считать точечным.

3. Выбрать какой-либо из элементов и по закону Кулона записать выражение для силы, действующей с его стороны на заданный точечный заряд.

4. Указать вектор этой силы на рисунке и разложить его на перпендикулярную (по отношению к распределенному заряду) и параллельную составляющие. Для каждой из составляющих записать закон Кулона.

5. Выбрать переменную интегрирования и определить пределы, в которых она изменяется. При этом за переменную интегрирования следует принимать величину, определяющую положение выбранного элемента $\tau \cdot d\mathrm{l}$, $\sigma \cdot dS$ и $\rho \cdot dV$ относительно точечного заряда.

6. Из геометрических соображений выразить величины, входящие в уравнения для перпендикулярной и параллельной составляющих, через известные и переменную интегрирования и полученный результат подставить в эти уравнения.

7. Интегрируя уравнения, полученные в пункте 6 по переменной интегрирования с учетом пределов, найденных в пункте 5, определить величины перпендикулярной и параллельной составляющих.

8. Суммируя векторно перпендикулярную и параллельную составляющие, определить силу, действующую на точечный заряд со стороны распределенного.

Задачи третьего типа могут быть решены тремя методами.

1. Путем использования принципа суперпозиции.

2. Применением теоремы Гаусса.

3. Путем вычисления потенциала с последующим нахождением напряженности из уравнения $\vec{E} = -grad\varphi$.

В принципиальном смысле все эти методы равноценны, в практическом - в зависимости от конкретных обстоятельств различны, так как связаны с неодинаковым объемом вычислительной работы. Поскольку тема «Потенциал» рассматривается после этой, здесь мы ограничимся рассмотрением только первых двух методов.

Первый принципиально позволяет найти напряженность поля любой системы зарядов. Практически он удобен при нахождении напряженности поля, созданного системой относительно небольшого числа дискретных зарядов. При вычислении же напряженностей полей, созданных распределенными зарядами, его применение связано, как правило, с большим объемом вычислений. Алгоритм решения задач этим методом показан на рис.3.

<table>
<tr><td colspan="3">Создать рисунок и определить модель заряда (точечный, линейный, поверхностный или объемный), создающего поле</td></tr>
<tr><td>Если система точечных зарядов</td><td></td><td>Если заряд распределенный</td></tr>
<tr><td>1.По формуле $E = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_o} \cdot \frac{q}{r^2}$ определить величины напряженности, создаваемой каждым из зарядов в данной точке</td><td></td><td>1.Разделить заданный заряд на такие элементы, чтобы находящийся на них заряд можно было считать точечным</td></tr>
<tr><td>2.Указать на рисунке величину и направление векторов напряженности $\vec{E}_i$, создаваемых в данной точке каждым из зарядов, и, производя их векторное суммирование, найти $\vec{E}$</td><td></td><td>2.Выбрать какой-либо из элементов и записать выражение для напряженности, создаваемой им в данной точке</td></tr>
</table>

3.Вычислить величину $\vec{E}$ по теореме косинусов	3.Указать вектор этой напряженности на рисунке и разложить его на составляющие. Записать уравнения, описывающие каждую из составляющих
	4.Выбрать переменную интегрирования и определить пределы, в которых она изменяется. За переменную интегрирования следует принимать величину, определяющую положение выбранного элемента относительно данной точки
	5.Из геометрических соображений выразить величины, входящие в уравнения для составляющих, через известные и переменные интегрирования и полученный результат подставить в эти уравнения
	6.Интегрируя уравнения, найденные в предыдущем пункте по переменной интегрирования с учетом выше найденных пределов, определить величины составляющих
	7.Суммируя их векторы, найти напряженность поля в данной точке

Рис.4

Обратите внимание, что только что приведенный алгоритм решения задач третьего типа для случая распределенного заряда по существу тождествен алгоритму решения задач второго типа первым методом. Однако для Вашего удобства мы привели его отдельно.

Второй метод, базирующийся на применении теоремы Гаусса, наиболее эффективен в тех случаях, когда заряженные тела обладают ярко выраженной симметрией. В общем же случае вычисления оказываются чрезвычайно сложными. Поэтому практически он применяется либо для вычисления напряженностей полей заряженных тел симметричной формы (плоскости, шары, цилиндры), либо заряженных тел, форма которых может быть аппроксимирована телами симметричной формы.

При вычислении напряженности поля этим методом можно использовать следующий алгоритм.

1. Сделать рисунок и указать на нем направления векторов напряженности.

2. Построить на рисунке поверхность, через которую будет определяться поток вектора $\vec{E}$. При ее построении следует руководствоваться правилом: элементы поверхности должны быть либо перпендикулярны либо параллельны линиям напряженности.

3. Определить напряженность поля $\vec{E}$ из формулы (7). При этом в левую часть следует подставлять произведение E на площадь поверхности, пересекаемой линиями напряженности, а в правую - полный заряд, заключенный внутри выбранной поверхности. Полный заряд для случаев объемного, поверхностного либо линейного зарядов определяется как произведение соответствующей плотности заряда на объем, поверхность или длину, заключенные внутри поверхности, через которую вычисляется поток.

В случае, если поле создается системой распределенных зарядов, то напряженность поля, создаваемого каждым из распределенных зарядов, можно определить с помощью рассмотренных выше методов. Суммарную же напряженность можно найти, используя принцип суперпозиции.

Конечные формулы для расчета напряженностей полей наиболее часто встречающихся форм источников приведены в табл. 1.

<u>Задачи четвертого типа</u> решаются, исходя из соотношения

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E} \qquad (13)$$

где Q - величина данного распределенного заряда, а $\vec{E}$ -напряженность поля, создаваемого другим распределенным зарядом (или зарядами), т.е. решение задачи в этом случае, по существу, сводится к решению задачи третьего типа.

Таблица 1

Геометрия источника поля	**Напряженность в вакууме**
Точка	$E = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_o} \cdot \frac{q}{r^2}$
Бесконечная плоскость, равномерно заряженная с поверхностной плотностью σ	$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}$

Две разноименно заряженные с поверхностной плотностью σ бесконечные плоскости (область между пластинами)	$E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_o}$
Равномерно заряженный с линейной плотностью τ цилиндр радиусом R ($r \geq R << h$), где h - высота цилиндра	$E = \dfrac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_o} \cdot \dfrac{2\tau}{r}$
Равномерно объемно заряженный шар радиусом R ($r \leq R$)	$E = \dfrac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_o} \cdot \dfrac{q}{R^3} \cdot r$

Если поле неоднородно, использовать соотношение (13) нельзя. Задачи в этом случае решаются методом суперпозиции. Алгоритм решения может быть следующим.

1. Сделать рисунок и определить модели взаимодействующих зарядов.
2. Выбрать распределенный заряд, находящийся в поле, и распределенный заряд, создающий поле. Если один из зарядов конечен, то удобнее именно его рассматривать находящимся в поле.
3. Разделить находящийся в поле заряд на такие элементы, чтобы заряд каждого элемента можно было считать точечным. Выделить какой-либо элемент и по закону Кулона записать выражение для силы, действующей на него со стороны создающего поле заряда.
4. Выбрать переменную интегрирования и определить пределы ее изменения. В качестве переменной интегрирования следует брать величину, от которой зависит сила, действующая на каждый элемент.
5. Указать на рисунке вектор силы, действующей на выделенный элемент, и разложить его на взаимно перпендикулярные составляющие. Записать уравнения, описывающие каждую из составляющих, выразив в них неизвестные величины через известные и переменную интегрирования.
6. Интегрируя уравнения, найденные в п.5 с учетом найденных выше пределов, определить величины составляющие силы.
7. Суммируя их векторно, определить силу взаимодействия распределенных зарядов.

В заключение отметим, что если в задачах рассматриваются явления электростатической индукции и поляризации, то система зарядов оказывается часто заданной неявно. В них, прежде чем перейти к решению с использованием приведенных выше алгоритмов, необходимо, используя знания об этих явлениях, установить заданную систему зарядов.

1.3. Примеры решения задач

Задача 1

В вершинах квадрата находятся равные отрицательные заряды q, а в центре - положительный заряд $Q = 2{,}2 \cdot 10^{-9}$ *Кл.* Какой должна быть величина отрицательных зарядов, чтобы вся система находилась в состоянии равновесия?

Решение

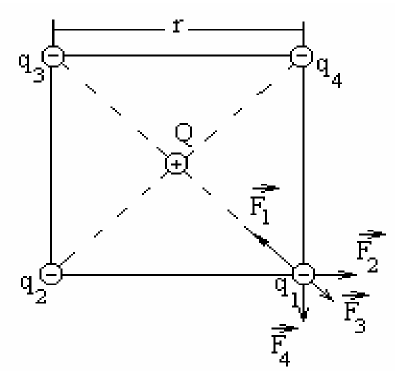


Рис. 5

Физическая система состоит из пяти взаимодействующих точечных зарядов. Заряды, расположенные в вершинах, находятся в одинаковых условиях. Поэтому искомую величину можно определить, исходя из условия равновесия любого, например q_1, заряда. В соответствии с принципом суперпозиции на этот заряд будет действовать каждый заряд независимо от действия остальных (рис.5). Очевидно, q_1 будет находиться в равновесии, если сумма действующих на него сил равна нулю:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0. \qquad (14)$$

Так как сила $\vec{F}_1$ и равнодействующая трех других сил $\vec{F}$ направлены вдоль одной прямой, то векторное равенство (14) можно заменить скалярной суммой:

$$F_1 - F = 0 \qquad (15)$$

Из геометрических соображений следует, что расстояние между q_1 и q_3 равно $\sqrt{2r}$, а между Q и $q_1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot r$.

С учетом этого, применяя закон Кулона, перепишем (15):

$$2 \cdot \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_o} \cdot \frac{q^2}{r^2} \cdot \cos 45^o + \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_o} \cdot \frac{q^2}{\left(\sqrt{2 \cdot r}\right)^2} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_o} \cdot \frac{q \cdot Q}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot r\right)},$$

откуда

$$q = \frac{4Q}{2\sqrt{2+1}}.$$

Подставляя численные значения, получим

$$q = \frac{4 \cdot 2{,}2 \cdot 10^{-9}}{2\sqrt{2+1}} \approx 2{,}3 \cdot 10^{-9}\,Кл$$

Задача 2

Тонкий стержень длиной $l = 30 см$ (рис.6) несет равномерно

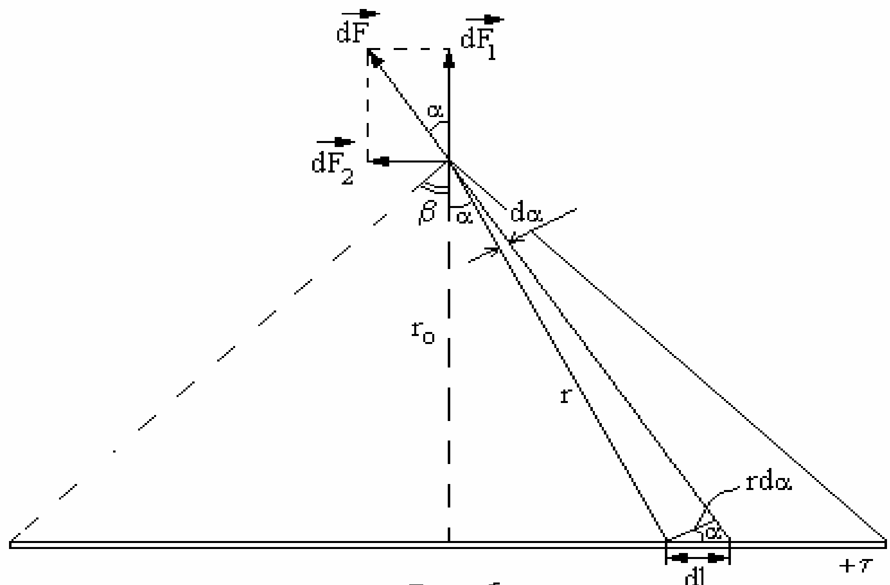


Рис. 6

распределенный по длине заряд с линейной плотностью $\tau = 1 мкКл/м$. На расстоянии r_o = 20 см от стержня находится заряд q_1 = 10 нКл. Заряд равноудален от концов стержня. Определить силу взаимодействия точечного заряда с заряженным стержнем.

Решение

Физическая система состоит из взаимодействующих точечных и линейного зарядов. Для решения задачи применим принцип суперпозиции. Разделим стержень на столь малые элементы dl, чтобы заряд $dQ = \tau \cdot dl$ можно было рассматривать как точечный. Тогда сила взаимодействия между зарядами q_1 и dQ может быть определена по закону Кулона:

$$dF = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_o} \cdot \frac{q_1 \cdot \tau \cdot dl}{r^2}, \qquad (16)$$

где r - расстояние от выделенного элемента до заряда q_1.

Из рис.5 следует, что

$$r = \frac{r_o}{\cos\alpha} \quad \text{и} \quad d\ell = \frac{r \cdot d\alpha}{\cos\alpha}$$

Подставив эти выражения в (16), получим

$$dF = \frac{q_1 \cdot \tau}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r_o} \cdot d\alpha \qquad (17)$$

Разложим далее $d\vec{F}$ на нормальную $d\vec{F_1}$ и тангенциальную $d\vec{F_2}$ составляющие. Из рис.5 видно, что

$$dF_1 = d \cdot F \cdot \cos\alpha = \frac{q_1 \cdot \tau}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r_o} \cdot \cos\alpha \cdot d\alpha$$

$$dF_2 = dF \cdot \sin\alpha = \frac{q_1 \cdot \tau}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r_o} \cdot \sin\alpha \cdot d\alpha$$

Очевидно, что для нахождения силы необходимо проинтегрировать последние выражения. Поскольку положение выделенного заряда на стержне определяется углом α, этот угол и следует взять в качестве переменной интегрирования. Из рис.5 видно, что α меняется в пределах от $-\beta$ до $+\beta$. С учетом этого получим

$$F_1 = \int_{-\beta}^{+\beta} \frac{q_1 \cdot \tau}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r_o} \cdot \cos\alpha \cdot d\alpha = \frac{q_1 \cdot \tau}{2\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r_o} \cdot \sin\beta\,. \qquad (18)$$

В силу симметрии расположения заряда q_1 относительно стержня интегрирование второго выражения дает нуль:

$$F_2 = \int_{-\beta}^{+\beta} \frac{q_1 \cdot \tau}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r_o} \cdot \sin\alpha \cdot d\alpha = -\frac{q_1 \cdot \tau}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r_o} \cdot \left(\cos\beta - \cos\beta\right) = 0\,.$$

Таким образом, сила, действующая на заряд q_1, будет

$$F = F_1 + \frac{q_1 \cdot \tau}{2\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r_o} \cdot \sin\beta \qquad (19)$$

Из рис.5 видно, что

$$\sin\beta = \frac{l/2}{\sqrt{r_o^2 + \frac{l^2}{4}}} = \frac{l}{\sqrt{4 \cdot r_o^2 + l^2}} \qquad (20)$$

Подставив (20) в (19), получим

$$F = \frac{q_1 \cdot \tau}{2\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r_o} \cdot \frac{l}{\sqrt{4r_o^2 + l^2}} \qquad (21)$$

Вычислив (21), будем иметь F = 540 *мкН.*

Задача 3

Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $q_1 = 30 нКл$ и $q_2 = -10 нКл$ Расстояние между зарядами d = 20 *см*. Определить напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии r_1 = 15 *см* от первого и на расстоянии r_2 = 10 *см* от второго зарядов.

Решение

Физическая система состоит из двух точечных зарядов и созданного ими поля.

Для решения задачи воспользуемся принципом суперпозиции, согласно которому напряженность поля в искомой точке $\vec{E}$ может быть найдена как векторная сумма напряженностей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ полей, создаваемых каждым

зарядом в отдельности: $\vec{E} = \vec{E} + \vec{E}_2$.

Напряженность, создаваемая первым зарядом:

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r_1^2}; \tag{22}$$

вторым:

$$E_2 = \frac{q_2}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r_2^2} \tag{23}$$

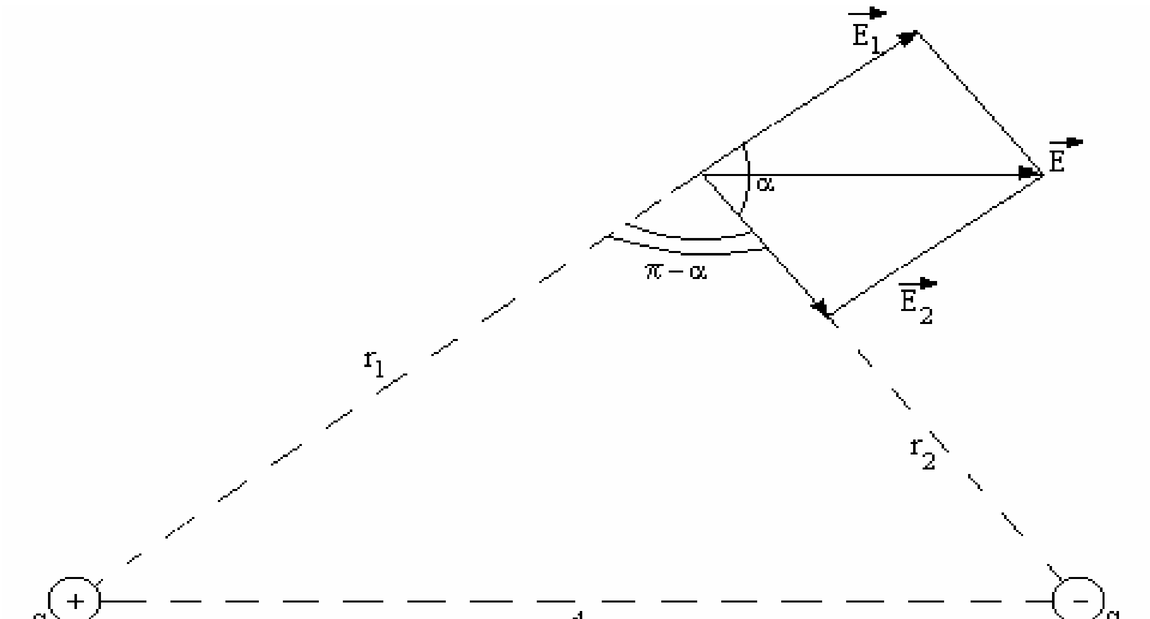


Рис. 7

Вектор $\vec{E}_1$ направлен от заряда q_1, так как заряд q_1 положителен; вектор $\vec{E}_2$ направлен к заряду q_2, так как заряд q_2 отрицателен.

Абсолютное значение E найдем по теореме косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cdot \cos\alpha}, \tag{24}$$

где α - угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, который с использованием теоремы косинусов может быть найден из треугольника со сторонами r_1, r_2 и d:

$$\cos\alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 \cdot r_2} \tag{25}$$

Подставляя (22) и (23) в (24), получим

$$E = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + 2 \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_1^2 \cdot r_2^2} \cdot \cos\alpha}\,. \tag{26}$$

Вычислив результат, будем иметь $E = 1{,}67 \cdot 10^4\ В/м$.

Задача 4

Рассчитать напряженность поля прямой бесконечной нити, равномерно заряженной с линейной плотностью τ, в точке *A*, удаленной от нити на расстоянии $r_о$.

Решение

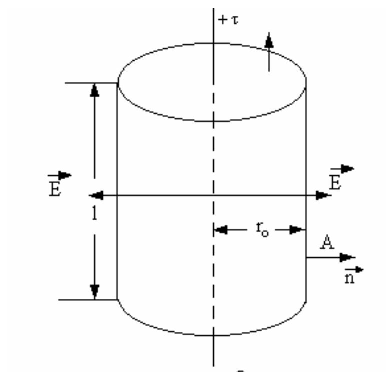


Рис. 8

Физическая система состоит из бесконечного линейно распределенного заряда и созданного им поля. Решим задачу двумя методами. Применим сначала теорему Гаусса. В силу симметрии вектор напряженности в любой точке нормален цилиндрической поверхности, проходящей через эту точку и имеющей ось симметрии, совпадающую с нитью. Поэтому в качестве замкнутой поверхности возьмем цилиндр длиной ℓ с осью симметрии, совпадающей с нитью, боковая поверхность которого проходит через точку *A* (рис.7). Поток вектора $\vec{E}$ через торцы цилиндра равен нулю, через боковую поверхность $\Phi_E = 2\pi \cdot r_o \cdot \ell \cdot E$. Полный заряд, расположенный внутри цилиндра, $Q = \tau \cdot \ell$. С учетом этого по теореме Гаусса будем иметь

$$2\pi \cdot r_o \cdot \ell \cdot E = \frac{\tau \cdot \ell}{\varepsilon_o},$$

откуда

$$E = \frac{\tau}{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r_o} \tag{27}$$

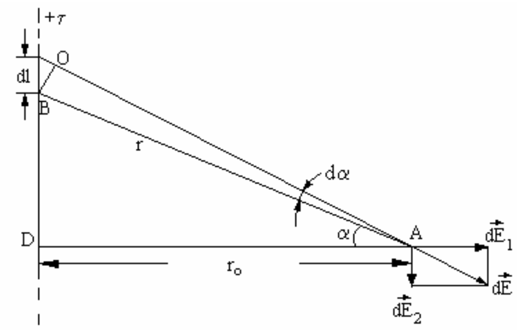


Рис. 9

Теперь применим принцип суперпозиции. Разделим нить на столь малые элементы $d\,\ell$, чтобы заряд $dQ = \tau \cdot dl$, находящийся на каждом таком элементе, можно было считать точечным. Выберем один из элементов (рис.8). В точке *A* он создает напряженность:

$$dE = \frac{dQ}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r^2} = \frac{\tau \cdot d\ell}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r^2}, \qquad (28)$$

где r - расстояние от выбранного элемента до точки A.

Разложим вектор $d\vec{E}$ на нормальную $d\vec{E}_1$ и тангенциальную $d\vec{E}_2$ составляющие. Из рис.8 видно, что

$$d\,E_1 = dE \cdot \cos\alpha = \frac{\tau \cdot d\ell}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r^2} \cdot \cos\alpha, \qquad (29)$$

$$dE_2 = dE \cdot \sin\alpha = \frac{\tau \cdot d\ell}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r^2} \cdot \sin\alpha. \qquad (30)$$

Поскольку положение выбранного точечного заряда на нити определяется углом α, возьмем угол в качестве переменной интегрирования. В связи с этим выразим входящие в (29) и (30) величины $d\ell$ и r через r_o и α.

Из треугольника ADB находим $r = \frac{r_o}{\cos\alpha}$. Из треугольника BCO следует $d\ell = \frac{|BO|}{\cos\alpha} = \frac{r_o d\alpha}{\cos^2\alpha}$, так как $|BO| = r \cdot d\alpha = \frac{r_o}{\cos\alpha} \cdot d\alpha$.

Подставив найденные значения в уравнения (29) и (30), получим

$$dE_1 = \frac{\tau}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r_o} \cdot \cos\alpha \cdot d\alpha \qquad (31)$$

$$dE_2 = \frac{\tau}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r_o} \cdot \sin\alpha \cdot d\alpha \qquad (32)$$

Интегрируя (31) и (32) в пределах от $-\frac{\pi}{2}$ до $+\frac{\pi}{2}$ будем иметь

$$E_1 = \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{\tau}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r_o} \cdot \cos d\alpha = \frac{\tau}{2\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r_o};$$

$$E_2 = \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{\tau}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r_o} \cdot \sin\alpha \cdot d\alpha = 0.$$

Таким образом, окончательно $E = \frac{\tau}{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r_o}$, что совпадает с выражением, полученным с помощью теоремы Гаусса.

Нетрудно видеть, что в данном случае вычисления по принципу суперпозиции оказались более трудоемкими, чем при использовании теоремы Гаусса. Однако существуют задачи, в которых все наоборот.

Задача 5

Электрическое поле создано двумя параллельными бесконечными заряженными плоскостями с поверхностными плотностями заряда $\sigma_1 = 0{,}4\,мкКл/м^2$ и $\sigma_2 = 0{,}1\,мкКл/м^2$. Определить напряженность электрического поля, созданного этими заряженными плоскостями.

Решение

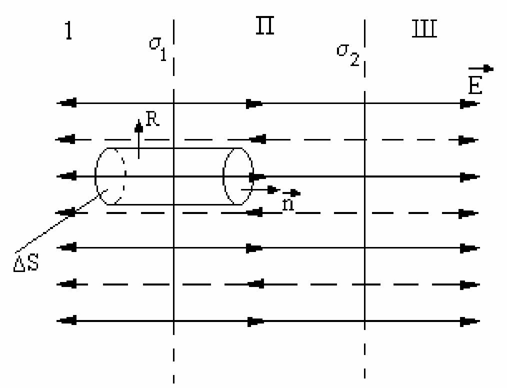


Рис. **10**

Физическая система состоит из двух заряженных плоскостей и создаваемого ими поля. Для решения задачи воспользуемся принципом суперпозиции, согласно которому поля, создаваемые каждой плоскостью, накладываются друг на друга. Напряженность поля, создаваемого, к примеру, первой плоскостью, найдем по теореме Гаусса.
Для этого построим цилиндр с образующими, перпендикулярными плоскости, и с основаниями величиной ΔS (рис.9) и применим к нему теорему Гаусса. Поток через боковую часть поверхности будет отсутствовать, поскольку она параллельна вектору $\vec{E}$. Для оснований E_n совпадает с $\vec{E}$. Следовательно, суммарный поток через всю поверхность равен $2E \cdot \Delta S$. Внутри поверхности заключен заряд $\sigma \cdot \Delta S$. Согласно теореме Гаусса должно выполняться соотношение

$$2E_1 \cdot \Delta S = \frac{\sigma_1 \cdot \Delta S}{\varepsilon_o},$$

из которого

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}.$$

Аналогично

$$E_2 = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}.$$

Плоскости делят все пространство на три области: 1, П, Ш. Как видно из рис.9, в первой и третьей областях электрические силовые линии обоих полей направлены в одну сторону, во второй - в противоположные. В соответствии с этим

$$E^{(1)} = E^{(111)} = E_1 + E_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2};$$

$$E^{(11)} = \left|E_1 - E_2\right| = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left|\sigma_1 - \sigma_2\right|}{2}.$$

Произведя вычисления, получим $E^{(1)} = 2{,}83 \cdot 10^4\ В/м$, $E^{(11)} = 1{,}7 \cdot 10^4\ В/м$

Задача 6

Отрезок длиной $\ell = 40 см$, равномерно заряженный с линейной плотностью $\tau_1 = +1{,}5 \cdot 10^{-7}\ Кл/м$ и бесконечная прямая нить, заряженная с линейной плотностью $\tau_2 = +4 \cdot 10^{-7}\ Кл/м$ расположены в одной плоскости перпендикулярно друг другу на расстоянии $r_о$ = 20 *см* (рис. 10). Определить силу взаимодействия между ними.

Решение

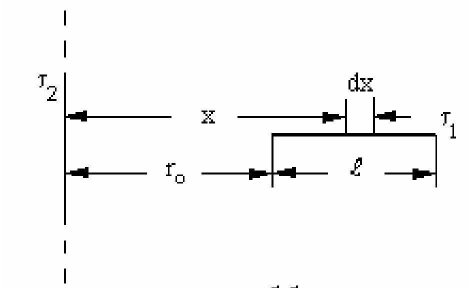


Рис. **11**

В физическую систему включим два тела: нить и отрезок. Физическое явление заключается в воздействии поля нити на заряд отрезка. Поскольку поле нити неоднородно, а значит, на различные (но равные по длине) участки отрезка ℓ действуют различные силы, использовать для определения силы формулу (13) нельзя.

Для нахождения силы применим принцип суперпозиции. Разделим отрезок l на столь малые части dx , чтобы заряд, находящийся на них $dQ = \tau \cdot dx$, можно было считать точечным. Тогда на произвольно выбранный заряд dQ будет действовать сила

$$dF = E \cdot dQ = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{2\pi \cdot \varepsilon_o \cdot x} \cdot dx, \qquad (33)$$

где x - расстояние заряда dQ от нити; E- напряженность поля, создаваемого нитью (см. задачу 4).

Сила, действующая на каждый элемент отрезка, зависит от расстояния *x*. Поэтому *x* выберем в качестве переменной интегрирования. Из рис. 10 следует, что *x* изменяется в пределах от $r_о$ до $r_о + \ell$. Интегрируя (33) по x, получим

$$F = \int_{r_o}^{r_o+\ell} \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{2\pi \cdot \varepsilon_o} \cdot \frac{dx}{x} = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{2\pi \cdot \varepsilon_o} \cdot \ell n\left(1 + \frac{\ell}{r_o}\right) \qquad (34)$$

Подстановка числовых значений дает $F = 1{,}2 \cdot 10^{-3}\ Н$.

Тема 2. ПОТЕНЦИАЛ. РАБОТА. ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

2.1. Основные понятия и соотношения

Потенциалом электрического поля в данной точке называется скалярная величина φ, равная отношению потенциальной энергии пробного заряда W_p, помещенного в эту точку поля к величине пробного заряда q_0:

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0} \tag{35}$$

Связь между потенциалом электрического поля φ и напряженностью $\vec{E}$ определяется соотношениями:

$$\vec{E} = -\Delta\varphi = -grad\varphi; \tag{36}$$

$$\varphi = -\int(\vec{E}, d\vec{r}), \tag{37}$$

где Δ - дифференциальный оператор вида

$$\Delta = \vec{i}\frac{d}{dx} + \vec{j}\frac{d}{dy} + \vec{k}\frac{d}{dz}.$$

Эти соотношения позволяют найти напряженность поля $\vec{E}$ посредством дифференцирования потенциала φ по координатам x, y, z радиуса-вектора $\vec{r}$ точки наблюдения, а также найти потенциал φ посредством интегрирования $\vec{E}$ по $\vec{r}$. Постоянная интегрирования при этом для конечной системы зарядов чаще всего определяется из условия равенства потенциала поля нулю на бесконечности. С учетом этого условия, потенциал поля точечного заряда q в однородной и изотропной среде с диэлектрической проницаемостью ε можно определить по формуле

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}, \tag{38}$$

где $r = \left|\vec{r}\right|$.

Следствием соотношений (36),(37) является условие ортогональности силовых линий поля эквипотенциальным поверхностям, уравнение которых определяется выражением

$$\varphi(x, y, z) = const. \tag{39}$$

Другим следствием этих выражений является принцип суперпозиции, согласно которому потенциал электрического поля, создаваемый системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым зарядом в отдельности. Следовательно, потенциал поля системы из N точечных зарядов q_i можно определить выражением

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_i}, \tag{40}$$

где i - номер заряда и r_i - расстояние от i - го заряда до точки наблюдения.

Из определения потенциала следует, что заряд q, находящийся в точке поля с потенциалом φ, обладает потенциальной энергией

$$W_p = q\varphi. \tag{41}$$

Следовательно, потенциальная энергия взаимодействия двух точечных зарядов равна

$$W_p = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}. \tag{42}$$

Нетрудно доказать, что потенциальная энергия взаимодействия системы точечных зарядов определяется выражением

$$W_p = \frac{1}{2}\sum_i q_i\varphi_i, \tag{43}$$

где φ_i потенциал поля всех зарядов, кроме заряда q_i, в точке расположения заряда q_i.Из последнего выражения следует, что проводник с зарядом q и потенциалом φ обладает потенциальной энергией

$$W_p = \frac{1}{2}q\varphi. \tag{44}$$

Уединенный проводник можно охарактеризовать понятием электрической емкости:

$$C = \frac{q}{\varphi}. \tag{45}$$

Это делает возможным выразить энергию заряженного проводника через величины q и C либо через величины φ и C:

$$W_p = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\varphi^2}{2}. \tag{46}$$

Система двух проводников с зарядами $+q$ и $-q$ называется конденсатором. Эту систему можно охарактеризовать понятием взаимной емкости:

$$C = \frac{q}{U}, \tag{47}$$

где U - разность потенциалов между проводниками.

Потенциальная энергия заряженного конденсатора может быть найдена с помощью выражений

$$W_p = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}. \tag{48}$$

Энергия заряженных тел - это энергия их электрического поля. Выражая ее через характеристики поля, можно получить

$$W = \int_V \omega \ dV , \tag{49}$$

где V объем поля, а ω - плотность энергии поля, которая выражается через векторы напряженности $\vec{E}$ и электрического смещения $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$:

$$\omega = \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} . \tag{50}$$

Работа электрических сил при перемещении заряда q из точки поля с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2 равна

$$A = W_1 - W_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2) . \tag{51}$$

В заключение приведем таблицу, в которой собран ряд формул, связанных с вычислением потенциала и потенциальной энергии электрического поля.

Таблица 2

Физическая величина	**Формула**	**Обозначения**
Связь напряженности E и потенциала φ в одномерном случае	$E = -\frac{d\varphi}{dx}$ $\varphi = -\int Edx + const$	x - координата оси; E - проекция вектора напряженности электрического поля на ось x
Связь E и φ в трёхмерном сферически-симметричном случае.	$E = -\frac{d\varphi}{dr}$ $\varphi = -\int Edr + const$	r - расстояние от начала координат; E - проекция вектора напряженности электрического поля на направление вектора $\bar{r}$
Потенциал заряженной плоскости	$\varphi = \frac{\sigma \cdot x}{2\varepsilon\varepsilon_0} + const$	σ - поверхностная плотность заряда плоскости; x - расстояние от плоскости до точки, в которой определяется потенциал
Потенциал заряженной нити	$\varphi = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0} \ln r + const$	τ - линейная плотность заряда нити; r - расстояние от нити до точки, в которой определяется потенциал

Потенциал заряженной проводящей сферы	$\varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}, r < R$ $\varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}, r > R$	q - заряд сферы; r - расстояние от центра сферы; R - радиус сферы
Энергия заряженной проводящей сферы	$W = \dfrac{q^2}{8\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}$	q - заряд сферы; R - радиус сферы
Энергия плоского конденсатора	$W = \dfrac{q^2 d}{2\varepsilon\varepsilon_0 S}$	q - заряд конденсатора; d - расстояние между обкладками; S - площадь обкладок
Емкость сферического проводника	$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$	R - радиус сферического проводника
Емкость плоского конденсатора	$C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$	S - площадь обкладок; d - расстояние между обкладками

2.2. Классификация задач и пути их решения

Задачи данного раздела можно разделить на три типа.

1. Задачи, связанные с вычислением напряженности электрического поля по заданному распределению потенциала (и обратные задачи).
2. Задачи, связанные с нахождением потенциала по заданному распределению зарядов (и обратные задачи).
3. Задачи, в которых рассматриваются вопросы вычисления потенциальной энергии, работы и электрических сил в системах заряженных тел

Задачи первого типа решаются путем прямого использования соотношений (36),(37).

Задачи второго типа допускают решение двумя способами. Первый способ используется для расчета потенциала поля протяженных заряженных тел неправильной формы и заключается в следующем. Тело разбивается на элементарные объемы $\vec{E}=\sum\vec{E}_i$, заряд которых равен $dq = \rho \cdot dV$, где ρ – объемная плотность заряда. После этого потенциал φ определяется как сумма потенциалов полей элементарных зарядов dq с помощью формулы

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int\frac{\rho}{r}dV\,, \qquad (52)$$

где r - расстояние от элементарного объема dV до точки, в которой ищется потенциал φ.

Аналогичный подход можно использовать для нахождения потенциала поля тел, заряд которых распределен по плоскости или вдоль нити.

Второй способ заключается в первоначальном определении напряженности поля E и лишь затем потенциала φ. Способ удобен для тел, обладающих симметрией. При решении задач как первым, так и вторым способом следует выполнить рисунок с указанием расстояний, области, по которой проводится интегрирование, направления поля и т.д.

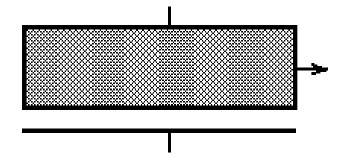
Задачи третьего типа решаются следующим образом. Сначала рассчитывается потенциальная энергия системы. В том случае, если рассматриваются проводящие тела, для вычисления энергии используется формула (43) либо следующие из нее формулы (44),(46),(48).

При вычислении энергии непроводящих тел более удобным представляется использование формул (49),(50).

2.3. Примеры решения задач

Задача 1.

Найти работу, которую нужно затратить, чтобы вынуть диэлектрик, расположенный между обкладками плоского конденсатора, для двух случаев: когда заряд на обкладках является постоянным и равным q и когда напряжение между обкладками поддерживается постоянным и равным U.



Площадь каждой обкладки конденсатора и расстояние между ними равны соответственно S и d. Толщина диэлектрика равна d_1, а его диэлектрическая проницаемость ε.

Решение

Рассмотрим сначала первый случай, когда заряд q на обкладках является постоянным. Работа внешних сил A по удалению диэлектрика из конденсатора равна взятой с обратным знаком работе электрических сил $A_{эл}$. Согласно закону сохранения энергии работу электрических сил $A_{эл}$ можно определить как разность между начальной энергией конденсатора $W_1 = \dfrac{qU_1}{2}$ и конечной $W_2 = \dfrac{qU_2}{2}$, где U_1 и U_2 - соответственно начальное (без диэлектрика) и конечное (с диэлектриком) значения напряжения на конденсаторе. Следовательно,

$$A = W_2 - W_1 = \frac{q}{2}(U_2 - U_1). \qquad (53)$$

Чтобы найти U_1 и U_2, воспользуемся известными выражениями для напряженности электрического поля E между обкладками плоского конденсатора:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} \quad \text{в диэлектрике,}$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad \text{вне диэлектрика,} \tag{54}$$

где $\sigma = \dfrac{q}{S}$ - поверхностная плотность заряда. Подставляя данные выражения в формулу для U получим

$$U = \int_0^d E dx, \tag{55}$$

где направление оси x выбирается ортогональным плоскости обкладок, получим

$$U_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(d - d_1 + \frac{d_1}{\varepsilon}), \tag{56}$$

$$U_2 = \frac{\sigma \cdot d}{\varepsilon_0}, \tag{57}$$

и как следствие

$$A = \frac{q^2 d_1(\varepsilon - 1)}{\varepsilon_0 \varepsilon\ S}. \tag{58}$$

Рассмотрим теперь второй случай, когда напряжение на обкладках U поддерживается постоянным (например, за счет подключенного к конденсатору внешнего источника питания). Как и в предыдущем случае, работа A по удалению диэлектрика из конденсатора будет равна взятой с обратным знаком работе электрических сил $A_{эл}$.Однако последняя в данном случае будет определяться иначе:

$$A_{эл} = W_1 - W_2 + A_q, \tag{59}$$

где $W_1 = \dfrac{q_1 U}{2}$ - начальная энергия конденсатора, $W_2 = \dfrac{q_2 U}{2}$ - конечная, $A_q = U(q_2 - q_1)$ - работа по переносу заряда от источника питания, а q_1 и q_2 - соответственно начальный и конечный заряд на конденсаторе.

Следовательно,

$$A = \frac{U}{2}(q_1 - q_2) = W_1 - W_2. \tag{60}$$

Определяя заряды q_1 и q_2 из выражения для U, которые по аналогии с предыдущим случаем можно записать в виде

$$U = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}(d - d_1 + \frac{d_1}{\varepsilon}), \tag{61}$$

$$U = \frac{\sigma_2 \cdot d}{\varepsilon_0}, \tag{62}$$

где $\sigma_1 = \dfrac{q_1}{S}$ и $\sigma_2 = \dfrac{q_2}{S}$, получим

$$q_1 = \frac{\varepsilon_0 \cdot U \cdot S}{d - d_1 + \dfrac{d_1}{\varepsilon}}; \tag{63}$$

$$q_2 = \frac{\varepsilon_0 \cdot U \cdot S}{d}, \tag{64}$$

и как следствие

$$A = \frac{\varepsilon_0 \cdot U^2 \cdot S}{2} \left(\frac{1}{d - d_1 + \dfrac{d_1}{\varepsilon}} - \frac{1}{d} \right). \tag{65}$$

Задача 2

Два далеко расположенных металлических шарика, первый с зарядом $q_1 = 10 нКл$ и радиусом $R_1 = 3 см$, а второй с потенциалом $\varphi_2 = 9 кВ$ и радиусом $R_2 = 2 см$, соединяют проволокой, емкостью которой можно пренебречь. Найти а) энергию W_1 и W_2 каждого шара до их соединения, б) энергию $W_{выд}$, которая выделяется в процессе установления равновесия после соединения шариков.

Решение

Поскольку шары расположены далеко друг от друга, то их можно считать уединенными. В этом случае их энергию можно определить по формулам (48):

$$W_1 = \frac{q_1^2}{2C_1},$$

$$W_2 = \frac{C_2 \varphi_2^2}{2}.$$

Емкость шара в вакууме определяется формулой

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R.$$

Следовательно, энергии шаров до их соединения равны

$$W_1 = \frac{q_1^2}{8\pi\varepsilon_0 R_1} = 15 \cdot 10^{-6}\, Дж,$$

$$W_2 = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_2 \varphi_2^2}{2} = 90 \cdot 10^{-6}\, Дж.$$

При соединении шаров проволокой они становятся единым проводником, потенциал которого, после установления равновесного распределения зарядов, во всех точках системы одинаков. При этом общий заряд сохраняется. Будем обозначать величины в конечном состоянии звездочкой. Тогда система уравнений для определения конечного потенциала и далее конечной энергии системы будет иметь вид:

$$\varphi_1^* = \varphi_2^* = \varphi^* \qquad \Rightarrow \qquad \frac{q_1^*}{C_1} = \frac{q_2^*}{C_2},$$

$$q_1 + q_2 = q_1^* + q_2^*,$$
$$q_2 = C_2 \varphi_2,$$
$$W_{кон} = \frac{C_1 (\varphi^*)^2}{2} + \frac{C_2 (\varphi^*)^2}{2}.$$

Решая систему, получим $W_{кон} = 81 \cdot 10^{-6}\, Дж$.

Энергия, которая выделится к моменту установления равновесного состояния, равна разности начальной и конечной электрической энергии системы:

$$W_{выд} = (W_1 + W_2) - W_{кон} = 24 \cdot 10^{-6}\, Дж = 24 мкДж.$$

Тема 3. ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

3.1. Основные понятия и соотношения

Электрический ток представляет собой направленное движение электрических зарядов. Носителями заряда в металлах являются валентные электроны, потерявшие связь со своими атомами в процессе образования кристаллической решетки. Принято считать, что направление тока определяется по направлению движения положительных носителей. Поэтому направление тока противоположно направлению движения электронов.

Понятие силы тока вводится для характеристики направленного движения зарядов в тонком проводнике. В общем случае в электрической схеме можно выделить точки, в которых сходятся не менее трех проводников. Такие точки называют узлами. Введем произвольно положительное направление на участке одного из проводов, соединяющего два соседних узла. Построим теперь функцию $q(t)$ по следующему правилу: значение $q(t)$ равно разности величины зарядов, прошедших через поперечное сечение проводника в положительном и отрицательном направлениях за время t. Сила тока $I(t)$ определяется как производная функции $q(t)$:

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt}.$$

Если $I(t)>0$, то заряды движутся в положительном направлении, если $I(t)<0$ - в отрицательном. Единица силы тока ампер: 1*А* = 1*Кл/с*.

Если в проводнике имеется ток, то потенциал электрического поля в различных точках проводника не одинаков. Потенциал уменьшается в направлении движения положительных зарядов.

Для поддержания постоянного тока, т.е. движения электронов с постоянной средней скоростью, необходимо непрерывное действие на них силы. А это значит, что электроны в проводниках движутся с трением, или, иначе говоря, что проводники обладают электрическим сопротивлением.

Если состояние проводника остается неизменным (не меняется его температура и т.д.), то для каждого проводника или участка цепи, состоящего из нескольких проводников, существует однозначная зависимость между разностью потенциалов на концах участка и силой тока в нем. Она выражается законом Ома для участка цепи, не содержащего источников тока

$$I = \frac{\Delta\varphi}{R} .$$

Коэффициент R называется общим сопротивлением участка цепи и определяется по следующим формулам:

при последовательном соединении резисторов (участков цепи, обладающих заметным сопротивлением)

$$R_{общ} = \sum R_i ,$$

при параллельном соединении резисторов

$$\frac{1}{R_{общ}} = \sum \frac{1}{R_i} .$$

Сопротивление проводника зависит от его формы и вещества, из которого он изготовлен. Для проводника цилиндрической формы постоянного поперечного сечения

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} ,$$

где l - длина проводника, S - площадь поперечного сечения проводника, ρ- удельное сопротивление вещества.

Чтобы поддерживать ток достаточно длительное время, нужно от конца проводника с меньшим потенциалом непрерывно отводить приносимые сюда током заряды (предполагается, что они положительные), а к концу с большим потенциалом их непрерывно подводить. Это означает, что в замкнутом контуре наряду с участками, на которых положительные носители тока движутся в сторону уменьшения потенциала, должны иметься участки, на которых перенос этих зарядов происходит в направлении возрастания потенциала, т.е. против сил электростатического поля. Перемещение носителей тока на этих участках возможно лишь с помощью сил неэлектростатического происхождения, называемых сторонними силами.

Сторонние силы можно охарактеризовать работой, которую они совершают при перемещении по цепи заряда. Величина, равная отношению работы $A_{ст}$ сторонних сил на некотором участке цепи 1-2, к тому заряду q, над которым эта работа совершена, называется электродвижущей силой (э.д.с.) E на данном участке:

$$\mathrm{E} = \frac{A_{ст}}{q} .$$

В общем случае, при перемещении заряда по участку цепи 1-2, над ним совершают работу как силы электростатической природы, так и сторонние. Величина U, равная отношению этой суммарной работы A к заряду q, над которым она совершена, называется падением напряжения или просто напряжением на данном участке цепи 1-2:

$$U = \frac{A_{эл} + A_{ст}}{q} = \frac{A}{q}.$$

Используя связь разности потенциалов с работой электростатических сил и э.д.с. с работой сторонних сил, получаем формулу для напряжения в виде

$$U = \Delta\varphi + \mathcal{E}.$$

Для участка цепи 1-2, содержащего источник э.д.с., закон Ома имеет вид

$$I = \frac{U}{R_{общ}}.$$

Если участок цепи замкнут, то точки 1 и 2 соединены, и, следовательно, имеют равные потенциалы. В этом случае закон Ома приобретает вид

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{общ}}.$$

Если внешнее сопротивление замкнутой цепи равно нулю, то в ней протекает ток короткого замыкания:

$$I_{КЗ} = \frac{\mathcal{E}}{r},$$

где r - внутреннее сопротивление источника тока.

Расчет разветвленных цепей значительно упрощается, если пользоваться правилами, сформулированными Кирхгофом.

Первое правило относится к узлам электрической цепи. Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum I = 0.$$

При этом ток, текущий к узлу, считается имеющим один знак (плюс или минус), а ток, текущий от узла - другой.

Второе правило относится к любому, мысленно выделенному в разветвленной цепи, замкнутому контуру.

При обходе контура алгебраическая сумма напряжений на каждом его неразветвленном участке равна алгебраической сумме э.д.с., действующих в контуре:

$$\sum IR = \sum \mathcal{E}.$$

При составлении уравнений направление обхода контура выбирается произвольно. Произведение силы тока на сопротивление считается положительным, если направление тока, также предварительно выбранное произвольно, совпадает с направлением обхода контура, отрицательным, если не совпадает. Э.д.с. берут положительной, если она действует на положительные носители тока в направлении обхода, и берут отрицательной, если - наоборот.

Поскольку общая работа электростатических и сторонних сил на участке цепи 1-2 равна

$$A = Uq = UIt,$$

то для мощности, развиваемой током на этом участке, получим

$$P = \frac{A}{t} = UI \;.$$

Эта мощность может расходоваться на совершение работы над внешними телами (при этом проводник должен перемещаться в пространстве), на протекание химических реакций и, наконец, на нагревание данного проводника.

В последнем случае, после установления теплового равновесия нагреваемого током проводника с окружающей средой, работа тока будет равна количеству выделяемого проводником тепла:

$$Q = UIt = \frac{U^2}{R}t = I^2Rt \,.$$

Соотношение называется законом Джоуля-Ленца.

Если сила тока изменяется со временем, то количество тепла определяется по формуле

$$Q = \int I^2 R dt \,.$$

Из закона Ома для замкнутой цепи получаем

$$\mathcal{E} = IR + Ir \,,$$

где I - сила тока, R - внешнее сопротивление, r - внутреннее сопротивление источника тока. Умножив левую и правую части этого выражения на I, получим

$$\mathcal{E}I = I^2R + I^2r \;.$$

Здесь $\mathcal{E}I$ - полная мощность источника P; I^2R - полезная мощность $P_{пол}$, которая выделяется (рассеивается) на внешнем сопротивлении; I^2r - мощность потерь $P_{пот}$, которая выделяется на внутреннем сопротивлении источника.

Выразив, с помощью закона Ома, полезную мощность через сопротивление

$$P_{пол} = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R + r)^2} \;,$$

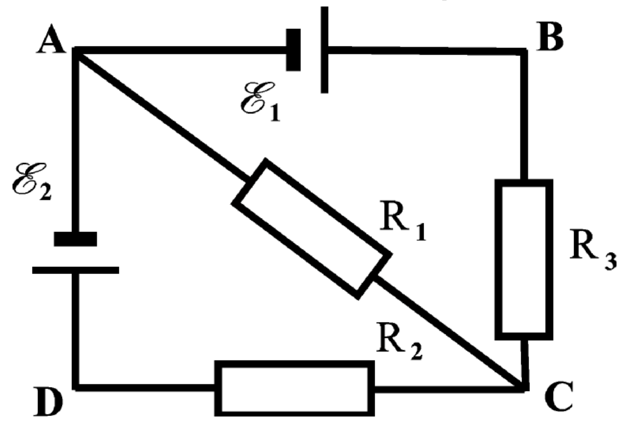
и исследовав эту функцию на максимум, можно показать, что наибольшая полезная мощность выделяется при равенстве внешнего сопротивления внутреннему: $R = r$.

Отношение полезной мощности $P_{пол}$ к полной мощности P, развиваемой источником э.д.с., называется коэффициентом полезного действия (КПД) η этого источника: $\eta = \dfrac{P_{пол}}{P}$.

3.2. Примеры решения задач

Задача 1

Э.д.с. элементов $\mathcal{E}_1 = 2{,}1В$ и $\mathcal{E}_2 = 1{,}9В$, сопротивления $R_1 = 45 Ом$, $R_2 = 10 Ом$ и $R_3 = 10 Ом$ (см. рис.). Найти токи I_i во всех участках цепи.



Решение

Изображенная на рисунке схема имеет два узла в точках *A* и *C*, а также три не разветвляющихся участка *ABC*, *AC* и *ADC*. Это значит, что в цепи имеется три неизвестных силы тока I_1, I_2 и I_3. Для решения задачи воспользуемся правилами Кирхгофа. Произвольно выберем направления этих токов в каждом из соответствующих участков. Будем считать, что токи по участкам *ABC*, *AC* и *ADC* текут от узла *A*. Конечно, реально так быть не может: обязательно должен существовать хотя бы один ток, входящий в узел. Это следует из закона сохранения заряда. Однако, тем и удобны правила Кирхгофа, что их применение дает правильный результат даже при таком заведомо неправильном выборе направлений токов: те токи, направление которых случайно оказались выбранными правильно, получатся при решении положительными, а токи, направление которых противоположно предполагаемому, получатся отрицательными. Поскольку неизвестных токов три, то для их нахождения необходимо составить систему из трех независимых уравнений. Первое уравнение получим с помощью первого правила Кирхгофа, которое запишем для одного из двух узлов цепи, например, узла *A*.

$$-I_1 - I_2 - I_3 = 0.$$

При составлении уравнения все токи взяты со знаком минус, т. к. все они предполагаются выходящими из узла *A*.

Записывать теперь с помощью первого правила Кирхгофа следующее уравнение для узла *C* бессмысленно, так как получится линейно зависимое уравнение, отличающееся только тем, что все члены его умножены на минус единицу.

Два оставшихся уравнения можно составить с помощью второго правила Кирхгофа. Для этого мысленно выделяем в схеме замкнутые участки. Таких контуров в приведенной схеме три: *ABCA*, *ACDA* и *ABCDA*. Выберем, например, два первых и произвольно зададим направление обхода каждого из них. Будем обходить контуры *ABCA* и *ACDA* по направлению движения часовой стрелки. При составлении уравнений учтем, что отсутствие информации о величине внутреннего сопротивления источников тока в условии задачи позволяет предположить, что это сопротивление пренебрежимо мало. На схемах более длинным и тонким отрезком прямой обозначается положительный полюс источника тока, а коротким и толстым – отрицательный. Учитывая выбранные направления токов и направления обхода контуров, а также знаки полюсов источников тока, получим следующие два уравнения для контуров *ABCA* и *ACDA* соответственно:

$$I_1 \cdot R_3 - I_2 \cdot R_1 = E_1,$$
$$I_2 \cdot R_1 - I_3 \cdot R_2 = -E_2.$$

Подставим в полученную систему трех уравнений численные значения сопротивлений и э.д.с., заданные в условии задачи.

$$\begin{aligned} -I_1 \quad -I_2 \quad -I_3 &= 0. \\ 10 \cdot I_1 \quad -45 \cdot I_2 \qquad &= 2{,}1, \\ 45 \cdot I_2 - 10 \cdot I_3 &= -1{,}9. \end{aligned}$$

Обратите внимание, что система уравнений записана таким образом, чтобы искомые токи с определенным значением индекса располагались друг под другом, образуя столбцы. В тех местах, где в столбце имеется пропуск, можно считать, что соответствующий ток умножен на нулевой коэффициент. Правая часть уравнений также образует свой столбец свободных членов. Сделано это для того, чтобы удобнее было использовать метод решения системы алгебраических уравнений с помощью определителей. Этот метод, предложенный швейцарским математиком Г. Крамером в 1750г., находит широкое применение для исследования и решения систем уравнений.

Составим определитель полученной системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 10 & -45 & 0 \\ 0 & 45 & -10 \end{vmatrix}.$$

Заменяя первый, затем второй и, наконец, третий столбец определителя системы столбцом свободных членов получаем еще три определителя

$$\Delta_X = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 2{,}1 & -45 & 0 \\ -1{,}9 & 45 & -10 \end{vmatrix}, \quad \Delta_Y = \begin{vmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 10 & 2{,}1 & 0 \\ 0 & -1{,}9 & -10 \end{vmatrix}, \quad \Delta_Z = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 10 & -45 & 2{,}1 \\ 0 & 45 & -1{,}9 \end{vmatrix}.$$

Если в определителе системы Δ нет ни одной пары строк с пропорциональными элементами и он не равен нулю, то решение системы единственно и определяется по формулам

$$I_1 = \frac{\Delta_X}{\Delta}, \quad I_2 = \frac{\Delta_Y}{\Delta} \quad I_3 = \frac{\Delta_Z}{\Delta}.$$

Вычислить каждый определитель можно, пользуясь его свойствами по известному алгоритму: определитель равен сумме произведений элементов какой-либо строки (или какого–либо столбца) на их алгебраические дополнения. Алгебраическим дополнением элемента определителя называется его минор, взятый со своим или с противоположным знаком. Знак алгебраического дополнения определяется по следующему правилу: если сумма номеров столбца и строки, на пересечении которых стоит элемент, есть число четное, то минор берется со своим знаком, если нечетное, - то с противоположным. Вычисляя определитель удобно его раскладывать по строке (или по столбцу), содержащей нули.

Вычислим вначале определитель системы

$$\Delta = -1 \cdot \begin{vmatrix} -45 & 0 \\ 45 & -10 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 45 & -10 \end{vmatrix} = -1 \cdot 450 - 10 \cdot \left((-1) \cdot (-10) - (-1) \cdot 45\right) = -1000$$

Теперь вычислим определители Δ_X ,Δ_Y и Δ_Z.

$$\Delta_X = +1 \cdot \begin{vmatrix} 2{,}1 & 0 \\ -1{,}9 & -10 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 2{,}1 & -45 \\ -1{,}9 & 45 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \cdot (-21) - 1 \cdot (2{,}1 \cdot 45 - (-45) \cdot (-1{,}9)) = -30$$

$$\Delta_Y = -1 \cdot \begin{vmatrix} 2{,}1 & 0 \\ -1{,}9 & -10 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 10 & 2{,}1 \\ 0 & -1{,}9 \end{vmatrix} =$$

$$= -1 \cdot (2{,}1 \cdot (-10)) - 1 \cdot (10 \cdot (-1{,}9)) = 40$$

$$\Delta_Z = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -45 & 2{,}1 \\ 45 & -1{,}9 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 10 & 2{,}1 \\ 0 & -1{,}9 \end{vmatrix} =$$

$$= -1 \cdot ((-45) \cdot (-1{,}9) - 2{,}1 \cdot 45) + 1 \cdot 10 \cdot (-1{,}9) = -10$$

Вычислив определители по приведенным выше формулам, получим ответ: $I_1 = 0{,}03A$, $I_2 = -0{,}04A$, $I_3 = 0{,}01A$. Отрицательный знак тока I_2 говорит, что этот ток течет на самом деле от точки C к A. Направление же остальных токов было выбрано верно.

Задача 2

Мощность, рассеиваемая на резисторе сопротивлением R_1, подсоединенном к батарее, равна P. Чему равна э.д.с. батареи, если мощность P не изменилась при замене сопротивления R_1 на другое сопротивление R_2?

Решение

Мощность, рассеиваемая на резисторе сопротивлением R_1, может быть найдена по формуле

$$P_1 = I_1^2 \cdot R_1,$$

а на сопротивлении R_2 -

$$P_2 = I_2^2 \cdot R_2.$$

Силы токов по закону Ома для полной цепи равны

$$I_1 = \frac{\mathrm{E}}{R_1 + r},$$

$$I_2 = \frac{\mathrm{E}}{R_2 + r}.$$

Здесь r - внутреннее сопротивление батареи. Считать его равным нулю в этой задаче нельзя, так как в этом случае одинаковые мощности могут рассеиваться только на одинаковых сопротивлениях.

По условию задачи $P_1 = P_2 = P$. Приравнивая выражения для P_1 и P_2, а затем подставляя в них формулы для токов I_1 и I_2, получим уравнение, из которого можно выразить внутреннее сопротивление батареи:

$$r = \frac{R_1 \cdot \sqrt{R_2} - R_2 \cdot \sqrt{R_1}}{\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}}.$$

Тогда подставив его в формулу для мощности, рассеиваемой, например, на сопротивлении R_1

$$P = \frac{\mathrm{E}^2 \cdot R_1}{(R_1 + r)^2},$$

и выражая из неё э.д.с., получаем ответ задачи

$$\mathrm{E} = \sqrt{P} \cdot \left(\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2}\right).$$

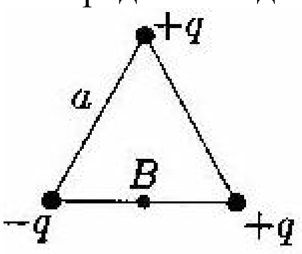
Таблица вариантов задач

Номер варианта	**Номера задач**							
0	310	320	330	340	350	360	370	380

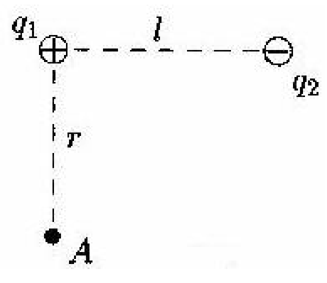
1	301	311	321	331	341	351	361	371
2	302	312	322	332	342	352	362	372
3	303	313	323	333	343	353	363	373
4	304	314	324	334	344	354	364	374
5	305	315	325	335	345	355	365	375
6	306	316	326	336	346	356	366	376
7	307	317	327	337	347	357	367	377
8	308	318	328	338	348	358	368	378
9	309	319	329	339	349	359	369	379

ЗАДАЧИ

- 301. Два одинаковых положительных заряда $q = 1{,}0 \cdot 10^{-7}\,Кл$ находятся в воздухе на расстоянии $l = 8{,}0\,см$ друг от друга. Определите напряженность электростатического поля: а) в точке О, находящейся на середине отрезка, соединяющего заряды; б) в точке А, расположенной на расстоянии $r = 5{,}0\,см$ от каждого заряда.
- 302. Отрицательный заряд $q_1 = -5q$ и положительный $q_2 = +2q$ закреплены на расстоянии r друг от друга. Где на линии, соединяющей заряды, следует поместить положительный заряд Q, чтобы он находился в равновесии?
- 303. Расстояние между двумя точечными зарядами $q_1 = 7 \cdot 10^{-9}\,Кл$ и $q_2 = -14 \cdot 10^{-9}\,Кл$ равно $5{,}0\,см$. Найдите напряженность электростатического поля в точке, находящейся на расстоянии $3{,}0\,см$ от положительного заряда и на $4{,}0\,см$ от отрицательного.
- 304. В вершинах квадрата со стороной a находятся одинаковые заряды $+q$. Какой заряд Q необходимо поместить в центре квадрата, чтобы вся система зарядов находилась в равновесии?



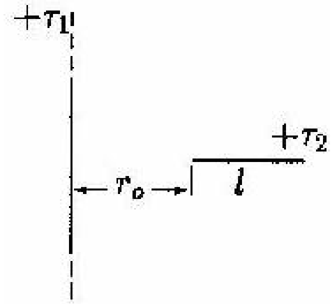
- 305. В вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 0{,}2\,м$ помещены заряды $|q| = 2{,}0 \cdot 10^{-9}\,Кл$. Найдите напряженность электростатического поля в точке В, расположенной на середине стороны треугольника.



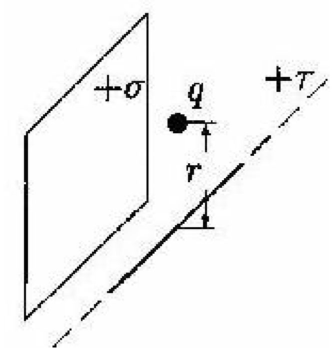
- 306. Заряды $q_1 = 10\,мкКл$ и $q_2 = -10\,мкКл$ находятся на расстоянии $l = 10\,см$. Определите напряженность электростатического поля в точке А, лежащей на перпендикуляре к линии, соединяющей заряды, и удаленной от q_1 на расстояние $r = 10\,см$.
- 307. Два равных по величине заряда $|q_1| = |q_2| = 3{,}0 \cdot 10^{-9}\,Кл$ расположены в вершинах острых углов равнобедренного прямоугольного треугольника на

расстоянии $l = 2{,}0 см$. Определите, с какой силой оба заряда действуют на третий заряд $q_3 = +1{,}0 \cdot 10^{-9} Кл$, находящийся в вершине прямого угла треугольника. Рассмотрите случаи, когда первые два заряда: а) одноименные; б) разноименные. Ответ поясните рисунками.

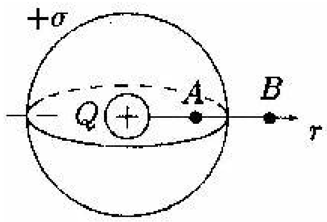
- 308. Три одинаковых положительных заряда величиной q каждый расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной a. Какой отрицательный заряд Q надо поместить в центре треугольника, чтобы система из четырех зарядов находилась в равновесии?
- 309. Два шарика массой $m = 1{,}0 г$ каждый подвешены на нитях, верхние концы которых соединены вместе. Длина каждой нити равна $l = 1{,}0 см$. Какие одинаковые заряды необходимо сообщить шарикам, чтобы нити разошлись на угол $\alpha = 60^{\circ}$?
- 310. Три одинаковых заряда величиной $q = 1{,}0 \cdot 10^{-9} Кл$ каждый расположены в вершинах прямоугольного треугольника, имеющего катеты: $a = 40 см$ и $b = 30 см$. Найдите напряженность электростатического поля, создаваемого всеми зарядами в точке пересечения гипотенузы с перпендикуляром, опущенным на нее из вершины прямого угла.
- 311. На бесконечной вертикально расположенной плоскости равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 400 мкКл / м^2$. К плоскости на нити подвешен шарик массой $m = 10 г$. Определите заряд шарика q, если нить образует с плоскостью угол $\phi = 30^{\circ}$.
- 312. Параллельно бесконечной плоскости, заряженной с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 4{,}0 мкКл / м^2$, расположена бесконечно длинная прямая нить, заряженная с линейной плотностью заряда $\tau = 100 нКл / м^2$. Определите силу F, действующую со стороны плоскости на отрезок нити длиной $L = 1{,}0 м$.
- 313. С какой силой, приходящейся на единицу площади, отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно протяженные плоскости с одинаковой поверхностной плотностью заряда $\sigma = -2{,}0 мкКл / м^2$?



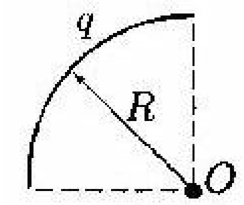
- 314. Бесконечная прямая нить, равномерно заряженная с линейной плотностью заряда $\tau_1 = +3{,}0 \cdot 10^{-7} Кл / м$, и отрезок нити длиной $l = 20 см$, равномерно заряженный с линейной плотностью заряда $\tau_2 = +2{,}0 \cdot 10^{-7} Кл / м$, расположены в одной плоскости перпендикулярно друг другу на расстоянии $r_o = 10 см$. Определите силу взаимодействия между ними.



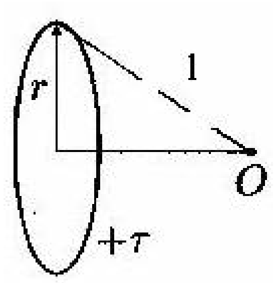
- 315. Электрическое поле создано бесконечной плоскостью, заряженной с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 400 нКл/м^2$, и бесконечной прямой нитью, заряженной с линейной плотностью заряда $\tau = 100 нКл/м$. На расстоянии $r = 10 см$ от нити находится точечный заряд $q = 10 нКл$. Определите величину и направление силы, действующей на заряд, если заряд и нить лежат в одной плоскости, параллельной заряженной плоскости.
- 316. Пластины плоского конденсатора площадью $1{,}0 \cdot 10^{-2} м^2$ каждая притягиваются с силой $1{,}2 \cdot 10^{-2} Н$. Пространство между пластинами заполнено диэлектриком с $\varepsilon = 2{,}0$. Определите: а) модуль вектора электрического смещения $|D|$; б) заряд каждой пластины.
- 317. Электростатическое поле образовано положительно заряженной бесконечно длинной нитью. Протон, двигаясь под действием этого поля от точки, находящейся на расстоянии $x_1 = 1{,}0 см$ от нити, до точки $x_2 = 4{,}0 см$, изменил свою скорость от $2{,}0 \cdot 10^5$ до $3{,}0 \cdot 10^6 м/с$. Найдите линейную плотность заряда нити τ. Масса протона $m = 6{,}67 \cdot 10^{-27} кг$.



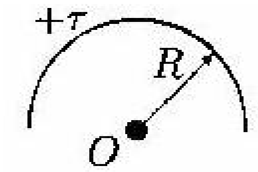
- 318. Точечный заряд $Q = +3{,}0 \cdot 10^{-5} Кл$, находится в центре сферы радиусом $R = 20 см$, равномерно заряженной с поверхностной плотностью заряда $\sigma = +2{,}0 \cdot 10^{-5} Кл/м^2$. Найдите силу, действующую на заряд $q = +2{,}0 \cdot 10^{-9} Кл$, который последовательно помещают сначала в точку A, а затем в точку B. Точка A находится на расстоянии $r_A = 16 см$ от центра сферы, а точка B - на расстоянии $r_B = 30 см$. Изобразите графически зависимость $E(r)$, где r - расстояние от центра сферы.
- 319. Между пластинами плоского воздушного конденсатора находится точечный заряд $q = 30 нКл$. Поле конденсатора действует на заряд с силой $F = 10 мН$. Определите силу взаимного притяжения пластин, если площадь каждой пластины $S = 100 см^2$.
- 320. Точечный заряд $q = 25 нКл$ находится в поле, созданном прямым бесконечным цилиндром радиусом $R = 1{,}0 см$, равномерно заряженным с поверхностной плотностью заряда $\sigma = +0{,}20 нКл/см^2$. Определите силу, действующую на заряд, если заряд находится на расстоянии $r = 10 см$ от оси цилиндра.



- 321. По тонкой нити, изогнутой по дуге окружности радиусом $R = 10 см$ равномерно распределен заряд $q = 20 нКл$. Используя принцип суперпозиции, определите напряженность электростатического поля $\overline{E}$, создаваемого этим зарядом в центре кривизны дуги, если длина нити равна четверти длины окружности.



- 322. По тонкому кольцу радиусом $r = 8{,}0 см$ равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 10 нКл/м$. Используя принцип суперпозиции, определите напряженность электростатического поля $\overline{E}$ в точке O, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние $l = 10 см$.

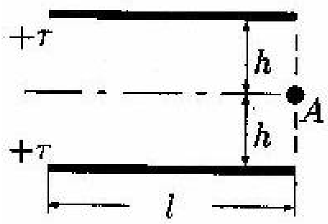


- 323. Тонкое полукольцо радиусом R равномерно заряжено с линейной плотностью заряда $+\tau$. Используя принцип суперпозиции, определите напряженность электростатического поля $\overline{E}$ в центре кривизны полукольца.

- 324. Заряд $q = 10 нКл$ равномерно распределен по дуге окружности, радиус которой $R = 1{,}0 см$, а угол раствора $\alpha = \frac{2\pi}{3}$. Используя принцип суперпозиции, определите напряженность электростатического поля $\overline{E}$ в центре кривизны дуги.
- 325. По дуге, длина которой равна $\frac{2}{3}$ длины окружности радиусом $R = 10 см$, равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 0{,}2 мкКл/м$. Используя принцип суперпозиции, определите напряженность электростатического поля E в центре кривизны дуги.

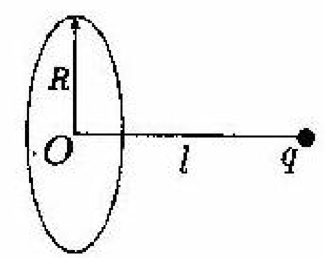
- 326. Тонкий стержень длиной $l = 10 см$ заряжен с линейной плотностью заряда $\tau = 400 нКл/м$. Используя принцип суперпозиции, найдите напряженность электростатического поля $\vec{E}$ в точке A, которая удалена от конца стержня на расстояние $r = 8{,}0 см$ перпендикулярно стержню.
- 327. Тонкое кольцо радиусом R равномерно заряжено с линейной плотностью заряда τ. Используя принцип суперпозиции, найдите напряженность электростатического поля: а) в центре кольца; б) в точке, расположенной на оси кольца на расстоянии h от его центра.

- 328. На тонком полукольце радиусом $R = 20 см$ равномерно распределен заряд $Q_1 = 2{,}0 \cdot 10^{-6}\, Кл$. Используя принцип суперпозиции, определите силу, действующую на точечный заряд $Q_2 = 4{,}0 \cdot 10^{-8}\, Кл$, расположенный в центре кривизны полукольца.
- 329. Тонкий стержень длиной $l = 0{,}5 м$ равномерно заряжен с линейной плотностью заряда $\tau = 1{,}0 \cdot 10^{-6}\, Кл/м$. Используя принцип суперпозиции, найдите напряженность электростатического поля в точке, находящейся на расстоянии $a = 0{,}1 м$ от стержня и равноудаленной от его концов. Как изменится напряженность поля, если: 1) $a << l$; 2) $a >> l$?

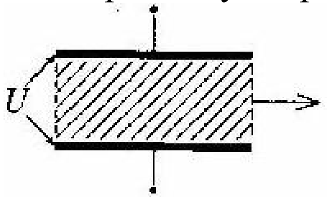


- 330. Используя принцип суперпозиции, найдите напряженность электростатического поля E, которое создают в точке A параллельные равномерно заряженные с линейной плотностью заряда $\tau = 1{,}0 \cdot 10^{-8}\, Кл/м$ тонкие нити длиной $l = 0{,}50 м$. Точка A находится в одной плоскости с нитями и удалена от каждой нити на расстояние $h = 0{,}20 м$.
- 331. Около заряженной бесконечно протяженной плоскости находится точечный заряд $q = 0{,}66 нКл$. Заряд перемещается по линии напряженности поля на расстояние $l = 2{,}0 см$. При этом совершается работа $A = 5{,}0 \cdot 10^{-7}\, Дж$. Найдите поверхностную плотность заряда σ на плоскости.
- 332. При радиоактивном распаде из ядра атома полония вылетает α-частица со скоростью $V = 1{,}6 \cdot 10^{7}\, м/с$. Найдите разность потенциалов электрического поля U, в котором можно разогнать покоящуюся α- частицу до такой скорости. ($q_\alpha = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\, Кл, m_\alpha = 6{,}67 \cdot 10^{-27}\, кг$).
- 333. Электрическое поле образовано положительно заряженной бесконечно длинной нитью с линейной плотностью заряда $\tau = 0{,}2 мкКл/м$. Какую скорость V получит электрон под действием поля, приблизившись к нити с расстояния $r_1 = 1{,}0 см$ до расстояния $r_2 = 0{,}5 см$?
- 334. Поверхностная плотность заряда металлической сферы $\sigma = 0{,}33 мкКл/м^2$.Потенциал сферы на расстоянии $\Delta r = 1{,}5 см$ от поверхности равен $\phi = 750 В$. Найдите радиус R сферы.
- 335. Электрическое поле образовано положительно заряженной бесконечно длинной нитью. Двигаясь под действием этого поля от точки, находящейся на расстоянии $r_1 = 1{,}0 см$ от нити, до точки, находящейся на расстоянии $r_2 = 4{,}0 см$ от нити, α - частица изменила свою скорость от $V_1 = 2 \cdot 10^{5}\, м/с$ до $V_2 = 3 \cdot 10^{6}\, м/с$. Найдите линейную плотность заряда τ на нити. ($q_\alpha = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\, Кл, m_\alpha = 6{,}67 \cdot 10^{-27}\, кг$).

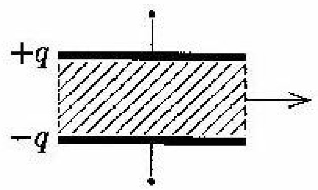
- 336. Электрон летит от одной пластины плоского конденсатора до другой. Разность потенциалов между пластинами $U = 3{,}0 кВ$, а расстояние между ними $d = 5{,}0 мм$. Найдите скорость V, с которой электрон приходит ко второй пластине, и поверхностную плотность зарядов на пластинах σ. ($q_e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} Кл, m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31} кг$).
- 337. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобретает скорость $V = 1{,}0 \cdot 10^6 м/с$. Расстояние между пластинами $d = 5{,}3 мм$. Найдите разность потенциалов U между пластинами и поверхностную плотность заряда σ на пластинах.
- 338. Электрическое поле образовано двумя параллельными пластинами, находящимися на расстоянии $d = 2{,}0 см$ друг от друга. К пластинам приложена разность потенциалов $U = 120 В$. Какую скорость получит электрон под действием поля, пройдя вдоль линии напряженности расстояние $\Delta x = 3{,}0 мм$?



- 339. На тонком кольце радиусом $R = 8{,}0 см$ равномерно распределен заряд $Q = 3{,}0 мкКл$. На оси кольца на расстоянии $l = 12 см$ от центра O находится точечный заряд $q = -0{,}1 мкКл$. Какую работу необходимо совершить, чтобы удалить заряд q на бесконечность?
- 340. В однородное электрическое поле напряженностью $E = 200 В/м$ влетает (вдоль силовой линии) электрон со скоростью $V_0 = 2{,}0 \cdot 10^6 м/с$. Определите расстояние l, которое пройдет электрон до точки, в которой его скорость будет равна половине начальной.

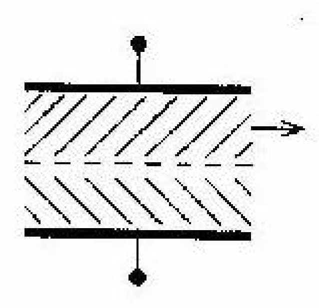


- 341. Найдите работу, которую нужно затратить, чтобы вынуть диэлектрик из плоского конденсатора, если напряжение на пластинах поддерживается постоянным и равным $U = 500 В$. Площадь пластин $S = 50 см^2$, расстояние между пластинами $d = 0{,}50 см$, а диэлектрическая проницаемость диэлектрика $\varepsilon = 2{,}0$.

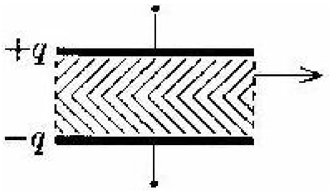


- 342. Найдите работу, которую нужно затратить, чтобы вынуть диэлектрик из плоского конденсатора, если заряд на пластинах поддерживается постоянным и равным $q = 6{,}0 мкКл$. Площадь пластин $S = 100 см^2$, расстояние между пластинами $d = 0{,}3 см$, а диэлектрическая проницаемость диэлектрика $\varepsilon = 2{,}0$.
- 343. Найдите работу A, которую нужно затратить, чтобы увеличить расстояние x между пластинами плоского воздушного конденсатора, заряженного разноименными зарядами $Q = 0{,}2 мкКл$, на величину $\Delta x = 0{,}2 мм$. Площадь каждой из пластин конденсатора $S = 400 см^2$.

- 344. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить расстояние между пластинами плоского вакуумного конденсатора с площадью пластин $S = 100 см^2$ от расстояния $x_1 = 0{,}03 м$ до расстояния $x_2 = 0{,}10 м$? Напряжение между пластинами конденсатора постоянно и равно $U = 220 В$.



- 345. Найдите работу, которую нужно затратить, чтобы вынуть одну половинку диэлектрика из плоского конденсатора, если напряжение между пластинами поддерживается постоянным и равным $U = 300 В$. Площадь пластин $S = 250 см^2$, расстояние между пластинами $d = 1{,}0 см$, а диэлектрическая проницаемость диэлектрика $\varepsilon = 3{,}0$.

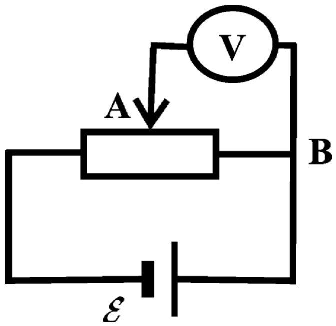


- 346. Найдите работу, которую нужно затратить, чтобы вынуть одну половинку диэлектрика из плоского конденсатора, если заряд на пластинах поддерживается постоянным и равным $q = 5{,}0 мкКл$. Площадь пластин $S = 50 см^2$, расстояние между пластинами $d = 0{,}3 см$, а диэлектрическая проницаемость диэлектрика $\varepsilon = 2{,}0$.
- 347. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 0{,}01 м^2$, а расстояние между ними $d = 5{,}0 мм$. Какая разность потенциалов U была приложена к пластинам, если известно, что при разряде конденсатора выделилось $Q = 4{,}19 мДж$ тепла?
- 348. Плоский конденсатор, заполненный жидким диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 3{,}0$, зарядили, затратив на это энергию $W_1 = 10 мкДж$. Затем конденсатор отсоединили от источника, слили из него диэлектрик и разрядили. Определите энергию W_2, которая выделилась при разрядке.
- 349. Плоский конденсатор заполнен диэлектриком и на его пластины подана некоторая разность потенциалов. Его энергия при этом $W = 70 мкДж$. После того как конденсатор отключили от источника напряжения, диэлектрик вынули из конденсатора. Найдите диэлектрическую проницаемость диэлектрика ε, если работа, которая была совершена против сил электрического поля, чтобы вынуть диэлектрик, $A = 20 мкДж$.
- 350. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 12{,}5 см^2$, а расстояние между ними $d_1 = 5{,}0 мм$. К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов $U = 6 \cdot 10^3 В$. Найдите изменение емкости конденсатора ΔC и изменение плотности энергии $\Delta \omega$ электрического поля при увеличении расстояния между пластинами до $d_2 = 10 мм$, если источник напряжения не отключается.

- 351. Обкладки конденсатора с неизвестной емкостью C_1, заряженного до напряжения $U_1 = 80В$, соединяют с обкладками конденсатора емкостью $C_2 = 60мкФ$, заряженного до напряжения $U_2 = 16В$. Определите емкость C_1, если напряжение на конденсаторах после их соединения $U_1 = 20В$. Конденсаторы соединяются обкладками, имеющими: а) одноименные заряды; б) разноименные заряды.
- 352. Заряженный шар 1 радиусом $R_1 = 2{,}0см$ приводится в соприкосновение с незаряженным шаром 2, радиус которого $R_2 = 3{,}0см$. После того как шары разъединили, заряд шара 2 оказался равным $q_2 = 3{,}0мкКл$. Какой заряд q_1 был на шаре 1 до соприкосновения с шаром 2?
- 353. Конденсатор емкостью C_1, заряженный до напряжения $U_1 = 100В$, соединяется с конденсатором емкостью $C_2 = 2C_1$, заряженным до напряжения $U_2 = 200В$ параллельно (положительная обкладка с положительной, отрицательная с отрицательной). Какое напряжение установится между обкладками?
- 354. Конденсатор емкостью $C_1 = 10мкФ$ заряжен до напряжения $U = 10В$. Определите заряд на обкладках этого конденсатора после того, как параллельно ему был подключен другой, не заряженный, конденсатор емкостью $C_2 = 20мкФ$.
- 355. Конденсатор емкостью $C_1 = 1{,}0мкФ$, предварительно заряженный до напряжения $U = 300В$, подключили параллельно к незаряженному конденсатору емкостью $C_2 = 2{,}0мкФ$. Найдите приращение электрической энергии этой системы ΔW к моменту установления равновесия.
- 356. В плоский конденсатор вдвинули пластинку парафина толщиной $d = 1{,}0см$, которая вплотную прилегает к пластинам конденсатора. Диэлектрическая проницаемость парафина $\varepsilon = 2{,}0$. На сколько нужно увеличить расстояние между пластинами конденсатора, чтобы получить прежнюю емкость?
- 357. Два металлических шарика радиусами $R_1 = 5{,}0см$ и $R_2 = 10см$ имеют заряды $Q_1 = 40нКл$ и $Q_2 = -20нКл$ соответственно. Найдите энергию W, которая выделится при разряде, если шары соединить проводником.
- 358. На плоский воздушный конденсатор с толщиной воздушного слоя $d = 1{,}2см$ подается напряжение $U = 32кВ$. Будет ли пробит конденсатор, если предельная напряженность электрического поля в воздухе $E^* = 30кВ/см$?
- 359. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 12{,}5см^2$, а расстояние между ними $d_1 = 5{,}0мм$. Найдите изменение емкости конденсатора ΔC и изменение плотности энергии $\Delta\omega$ электрического поля

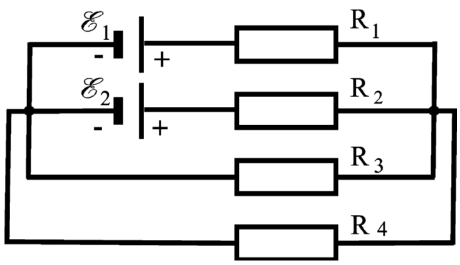
при увеличении расстояния между пластинами до $d_2 = 10мм$, если источник напряжения перед этим был отключен.

- 360. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектрика: слой стекла толщиной $d_1 = 0,2см$ и слой парафина толщиной $d_2 = 0,3см$. Разность потенциалов между обкладками $U = 300В$. Найдите плотность энергии электрического поля в каждом слое ($\varepsilon_{ст} = 9,0; \varepsilon_п = 3,0$).
- 361. От батареи, э.д.с. которой $\mathsf{E} = 600В$, требуется передать энергию на расстояние $l = 1км$. Потребляемая мощность $P = 5кВт$. Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр подводящих медных проводов $d = 0,5см$.
- 362. К батарее, э.д.с. которой $\mathsf{E} = 2В$ и внутреннее сопротивление $r = 0,5Ом$, присоединен проводник. Определить: 1) при каком сопротивлении проводника мощность, выделяемая на нем, максимальна? 2) как велика при этом мощность, выделяемая в проводнике?
- 363. Аккумулятор замыкают один раз таким сопротивлением, что сила тока равна $3А$, а второй раз таким сопротивлением, что сила тока равна $2А$. Определить э.д.с. аккумулятора, если мощность тока во внешней цепи в обоих случаях одинакова, а внутреннее сопротивление аккумулятора равно $r = 4Ом$.
- 364. Э.д.с. батареи $\mathsf{E} = 24В$. Наибольшая сила тока, которую может дать батарея, $I_{\max} = 10А$. Определить максимальную мощность $P_{\max}$, которая может выделяться во внешней цепи.
- 365. При внешнем сопротивлении $r_1 = 8Ом$ сила тока в цепи равна $I_1 = 0,8А$, а при сопротивлении $r_2 = 15Ом$ сила тока $I_2 = 0,5А$. Определите силу тока $I_{КЗ}$ короткого замыкания источника э.д.с.
- 366. Найти внутреннее сопротивление генератора, если известно, что мощность, выделяемая во внешней цепи, одинакова при двух значениях внешнего сопротивления $R_1 = 5Ом$ и $R_2 = 0,2Ом$.
- 367. От генератора, э.д.с. которого равна $110В$, требуется передать энергию на расстояние $250м$. Мощность нагрузки равна $1кВт$. Найти минимальное сечение медных подводящих проводов, если потери мощности в цепи не должны превышать 1% от мощности нагрузки.
- 368. Э.д.с. батареи $\mathsf{E} = 12В$. При силе тока $I = 4А$ к.п.д. батареи равен $0,6$. Определите внутреннее сопротивление батареи.

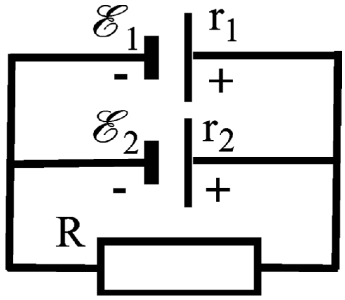


- 369. Потенциометр сопротивлением $R = 100 Ом$ подключен к батарее с э.д.с. $\mathcal{E} = 150 В$ и внутренним сопротивлением $r = 50 Ом$. Определить: 1) показания вольтметра сопротивлением $R_V = 500 Ом$, соединенного с одной из клемм потенциометра (точка В) и подвижным контактом (точка А), установленным посередине потенциометра; 2) разность потенциалов между теми же точками потенциометра при отключенном вольтметре.

- 370. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 20 Ом$ нарастает в течение времени $\Delta t = 2 с$ по линейному закону от $I_0 = 0 А$ до $I = 6 А$. Определите теплоту Q_1, выделяющуюся в этом проводнике за первую секунду, и теплоту Q_2 - за вторую, а также найдите отношение $\frac{Q_2}{Q_1}$.

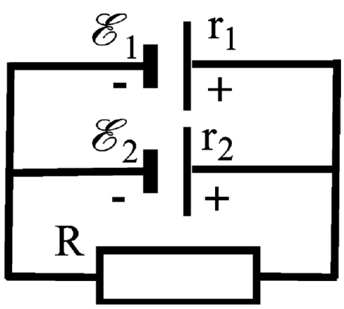


- 371. Определите напряжение на сопротивлениях $R_1 = 2 Ом$, $R_2 = R_3 = 4 Ом$, $R_4 = 2 Ом$, включенных в цепь, как показано на рисунке, если $\mathcal{E}_1 = 10 В$, $\mathcal{E}_2 = 4 В$. Сопротивлениями источников тока пренебречь.

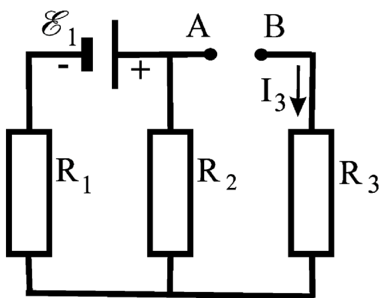


- 372. Определите напряжение на зажимах реостата, включенного так, как показано на рисунке, если $\mathcal{E}_1 = 5 В$, $r_1 = 1 Ом$, $\mathcal{E}_2 = 3 В$, $r_2 = 0{,}5 Ом$, $R = 3 Ом$.

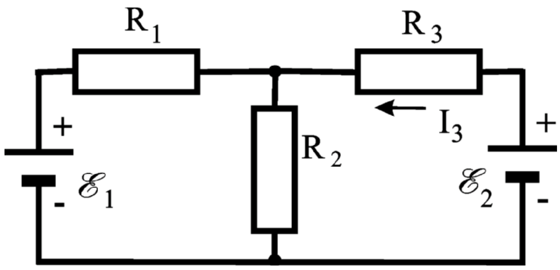
- 373. Три батареи ($\mathcal{E}_1 = 8 В$, $\mathcal{E}_2 = 3 В$, $\mathcal{E}_3 = 4 В$) с внутренними сопротивлениями по $r = 2 Ом$ каждая соединены одноименными полюсами. Пренебрегая сопротивлением соединительных проводов, определите токи, идущие через батареи.



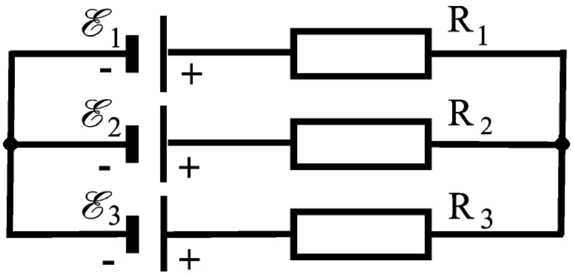
- 374. Две батареи ($\mathcal{E}_1 = 10 В$, $r_1 = 1 Ом$, $\mathcal{E}_2 = 8 В$, $r_2 = 2 Ом$) и реостат ($R = 6 Ом$) соединены, как показано на рисунке. Определите силу тока в батареях и реостате.



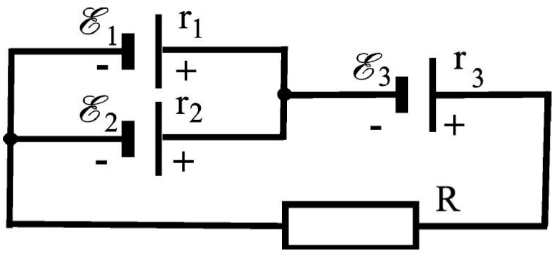
- 375. Три резистора с сопротивлениями $R_1 = 6 Ом$, $R_2 = 3 Ом$ и $R_3 = 2 Ом$, а также источник тока $\mathcal{E}_1 = 2{,}2В$ соединены, как показано на рисунке. Определите э.д.с. $\mathcal{E}$ источника, который надо подключить в цепь между точками A и B, чтобы в резисторе сопротивлением R_3 шел ток силой $I_3 = 1А$ в направлении, указанном стрелкой. Сопротивлением источников тока пренебречь.



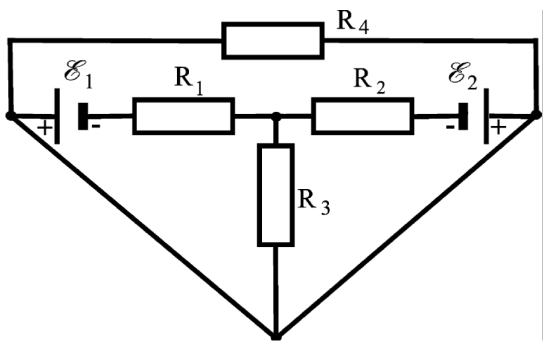
376. Определите силу тока в сопротивлении R_3 и напряжение на концах этого сопротивления, если $\mathcal{E}_1 = 4В$, $\mathcal{E}_2 = 3В$, $R_1 = 2Ом$, $R_2 = 6Ом$, $R_3 = 1Ом$. Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.



- 377. Три источника тока с э.д.с. $\mathcal{E}_1 = 11В$, $\mathcal{E}_2 = 4В$, $\mathcal{E}_3 = 6В$ и три сопротивления $R_1 = 5Ом$, $R_2 = 10Ом$, $R_3 = 2Ом$ соединены, как показано на рисунке. Определите силы тока в сопротивлениях. Внутреннее сопротивление источников тока пренебрежимо мало.



- 378. Три источника тока ($\mathcal{E}_1 = 1{,}3В$, $\mathcal{E}_2 = 1{,}5В$, $\mathcal{E}_3 = 2В$; $r_1 = r_2 = r_3 = 0{,}2Ом$) соединены, как показано на рисунке. Сопротивление $R = 0{,}55Ом$. Определите силы тока в источниках.



- 379. На схеме, показанной на рисунке, сопротивления $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1000Ом$, $\mathcal{E}_1 = 1{,}5В$, $\mathcal{E}_2 = 1{,}8В$. Определите токи в сопротивлениях. Внутреннее сопротивление источников тока пренебрежимо мало.

- 380. Каковы внутренние сопротивления источников тока с э.д.с. $\mathcal{E}_1 = 1{,}6В$, $\mathcal{E}_2 = 1{,}4В$, $\mathcal{E}_3 = 1{,}1В$, если, будучи соединены параллельно при внешнем сопротивлении $R = 1Ом$, они дают токи $I_1 = 0{,}8А$, $I_2 = 0{,}6А$ и $I_3 = -0{,}2А$? Ток, протекающий через данный источник, считается положительным, если внутри источника он течет от минуса к плюсу, и отрицательным, если - наоборот.