

# Изучение распределения Больцмана

## Компьютерная симуляция лабораторной работы

Объект исследования в данной работе – облако электронов, находящихся между катодом и анодом электровакуумного диода. Эмитированные катодом электроны – идеальный газ, температура которого равняется температуре катода. В отсутствие электрического поля концентрация электронного газа постоянна. В силовом поле концентрация становится различной в разных точках пространства. Обратное включение диода (на катод подается положительный потенциал, а на анод – отрицательный) приводит к тому, концентрация электронов от катода к аноду убывает согласно распределению Больцмана.

### Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки показана на рис. 1. В ней используется электровакуумный диод, состоящий из стеклянной колбы, нагреваемого катода и анода. В результате термоэлектронной эмиссии, испускания электронов нагретым катодом, область пространства между анодом и катодом заполняется электронами, которые удовлетворительно описываются в рамках модели идеального газа.

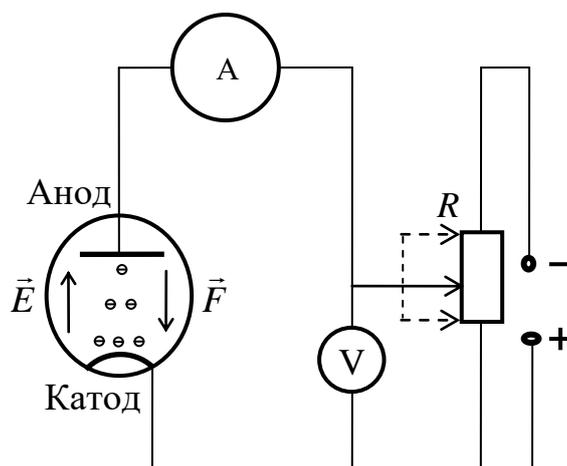


Рис. 1

На рис. 1 изображено *обратное включение* диода, когда на анод подан отрицательный потенциал, а на катод положительный. Соответственно на отрицательно заряженные электроны со стороны электрического поля

действует сила  $\vec{F}$ , направленная от анода к катоду. В этом случае редкий электрон может долететь до середины диода. На анод попадут только те электроны, у которых была большая кинетическая энергия на выходе из катода. Убыль электронов из электронного облака на анод восполняется катодной эмиссией, так что количество электронов в вакууме остаётся постоянным, возникает термодинамическое равновесие электронного облака с неоднородным распределением концентрации электронов.

### Распределение Больцмана

Теоретическое распределение концентрации  $n(z)$  частиц газа с температурой  $T$ , находящегося в однородном силовом поле, направленном вдоль оси  $z$ , описывается распределением Больцмана:

$$n(z) = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{W}{k_B T}\right) \quad (1)$$

где  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $W = q \cdot \Delta\varphi$  – потенциальная энергия частицы с зарядом  $q$ ,  $\Delta\varphi$  – разность потенциалов электростатического поля.

Из (1) получаем следующее выражение для концентрации электронов  $n$  вблизи анода:

$$n = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{q(\varphi_A - \varphi_K)}{k_B T}\right) = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{qU}{k_B T}\right), \quad (2)$$

где  $\varphi_A, \varphi_K$  – потенциалы анода и катода,  $U = \varphi_A - \varphi_K$  – напряжение между анодом и катодом,  $n_0$  – концентрация электронов вблизи поверхности катода, определяемая температурой катода. В эксперименте сила тока внешней цепи накала катода сохраняется постоянной, поэтому постоянны температура катода и температура электронного облака. Вследствие этого можно считать, что  $n_0 = const$ .

Отметим, что заряд электрона  $q$  отрицателен, а при обратном включении диода  $U < 0$ . Поэтому отрицателен показатель экспоненты в выражении (2).

Если замкнуть электрическую цепь, то электроны, попавшие на анод, создадут электрический ток. Анодный ток  $I$  измеряется амперметром, а напряжение  $U$  между катодом и анодом измеряют вольтметром. В компьютерной версии лабораторной работы вольтметр показывает модуль напряжения.

Анодный ток пропорционален концентрации электронов вблизи анода, поэтому зависимость анодного тока диода  $I$  от анодного напряжения  $U$  определяется выражением

$$I = I_0 \cdot \exp\left(-\frac{qU}{k_B T}\right). \quad (3)$$

Логарифмируя последнее, получим:

$$\ln I = \ln I_0 - \frac{|q||U|}{k_B T} \quad (4)$$

Анодное напряжение можно изменять ползунковым реостатом  $R$ , рис.1. Регистрируя показания вольтметра и амперметра, получим экспериментальную зависимость анодного тока от напряжения.

Если зависимость  $\ln I$  от  $U$  окажется линейной, то это будет свидетельствовать о распределении электронов в постоянном электрическом поле в соответствии с законом Больцмана (1).

Ожидаемый график зависимости (4) анодного тока от модуля задерживающего напряжения  $|U|$  представлен на рис. 2.

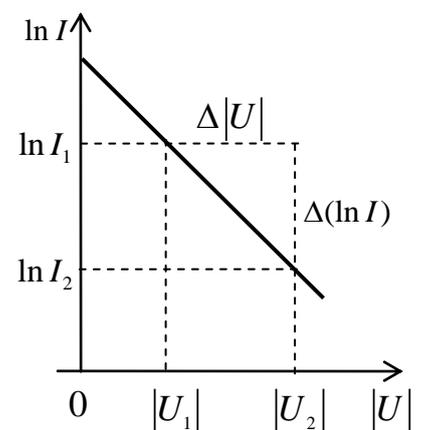


Рис. 2

Температуру катода можно определить по угловому коэффициенту прямолинейного участка графика, вычисляемому по двум точкам аппроксимационной прямой:

$$\ln I_1 = \ln I_0 - \frac{|q||U_1|}{k_B T}; \quad \ln I_2 = \ln I_0 - \frac{|q||U_2|}{k_B T}$$

$$\ln I_1 - \ln I_2 = \ln \frac{I_1}{I_2} = \frac{|q||U_2|}{k_B T} - \frac{|q||U_1|}{k_B T} = \frac{|q|}{k_B T} (|U_2| - |U_1|)$$

$$T = \frac{|q|}{k_B} \frac{|U_2| - |U_1|}{\ln \frac{I_1}{I_2}} = \frac{|q|}{k_B} \frac{\Delta|U|}{\Delta(\ln I)} \quad (5)$$

Формула (5) упрощается, если в качестве одной из точек взять начальную точку  $U_1 = 0; I_1 = I_0$ :

$$T = \frac{|q|}{k_B} \frac{|U_2|}{\ln(I_0/I_2)} \quad (6)$$

### Задание к работе

1. Оформите заготовку протокола лабораторной работы согласно требованиям.
2. Получив от преподавателя коды доступа, зайдите на страницу [Компьютерные симуляции лабораторных работ.](#)
3. Выбрав группу, введя фамилию и пароль, нажмите кнопку **“Выполнить”**.
4. Сделайте скрин экрана. Скрин следует включить в протокол лабораторной работы.
5. Заполните таблицу приборов.
6. Перемещая бегунок реостата, изменяйте анодное напряжение от 0 В до 0.7 В. Следует равномерно разместить 15 точек в указанном интервале напряжения. Измерьте в этих точках значения анодного тока. Результаты измерений занесите в таблицу измерений.

7. Постройте график, нанеся на него экспериментальные точки. Масштаб должен быть простым и таким, чтобы график занимал большую часть листа миллиметровой бумаги формата А4.
8. Для двух экспериментальных точек отложите инструментальные погрешности  $\sigma_U$  и  $\sigma_{\ln I}$ .
9. Проведите аппроксимирующую прямую, наилучшим образом соответствующую экспериментальным точкам.
10. Используя формулу (5) или (6), определите по аппроксимирующей прямой температуру электронного газа.
11. Оформите протокол лабораторной работы.
12. Письменно ответьте на контрольные вопросы.

### Контрольные вопросы

1. Что такое идеальный газ?
2. Что такое термодинамическая температура?
3. Оцените скорость поступательного движения электронов в электронном газе. Сравните со скоростью молекул водорода при комнатной температуре.
4. Получите молярную массу электронного газа.
5. Выведите барометрическую формулу.
6. Что объединяет барометрическую формулу и распределение Больцмана? А в чем их различие?
7. Предложите свой способ накала катода.
8. По недосмотру полярность подключения анод-катод изменили. На катод подали минус, а на анод – плюс. Такое подключение называется прямым. Все остальные параметры установки остались прежними. Как изменится сила тока?
9. Как будут различаться концентрация электронов вблизи анода и вблизи катода, если анод и катод замкнуть накоротко.

10. Как изменяется потенциальная энергия электрона при его движении от катода до анода?
11. В каких координатах нужно строить график зависимости анодного тока от задерживающего напряжения? Почему?
12. Как изменится график, если температура катода повысилась?
13. Получите формулу для температуры электронного газа, исходя из зависимости анодного тока от задерживающего напряжения.

### **Литература**

1. И.В.Савельев. Курс общей физики. – М.: Наука, т.1, любое издание.
2. <https://dispace.edu.nstu.ru/files/didesk/11198/lec12.mp4>