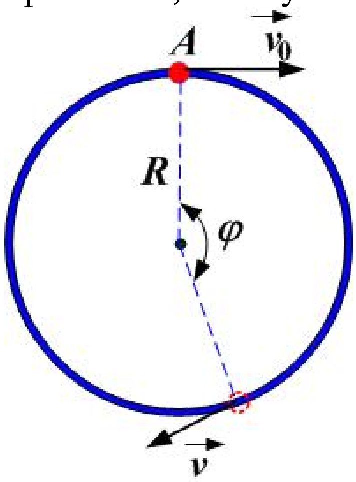
Профили «Техника и технологии», «Сельскохозяйственный» и «Специализированный»

Задание 1.

Маленькая бусинка может двигаться вдоль горизонтально зафиксированной проволоки, изогнутой в форме окружности с радиусом R (см. рис.):



.

В начальный момент времени бусинка находилась в точке A и имела скорость v_0. При движении бусинки по окружности возникает сила трения скольжения $\vec{F}_{тр}$ с коэффициентом μ. Если на бусинку действуют силы только со стороны проволоки, то

1) тангенциальное ускорение бусинки в момент, когда ее скорость равна v, определяется выражением вида …;

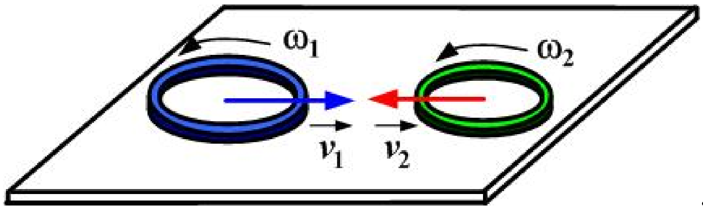
2) закон изменения ее скорости $v(\varphi)$ в зависимости от пройденного углового пути φ имеет вид …;

3) момент времени t, соответствующий пройденному угловому пути φ, определяется выражением …

Ответ: 1) $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\mu\dfrac{v^2}{R}$**; 2)** $v = v_0 \exp(-\mu\varphi)$**; 3)** $t = \dfrac{R}{\mu v_0}\left[\exp(\mu\varphi) - 1\right]$

Задание 2.

Два тонких кольца, вращающихся с угловыми скоростями ω_1 и ω_2, с радиусами R_1 и R_2, одинаковыми массами m движутся навстречу друг другу по гладкой горизонтальной плоскости. Скорости колец $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ направлены по прямой линии, соединяющей их центры (см. рис.)



.

Если угловые скорости колец после соударения $\vec{\omega}_1'$, $\vec{\omega}_2'$, а проскальзывание колец относительно друг друга прекратилось в последний момент удара, то
1) закон сохранения момента импульса относительно вертикальной оси, проходящей через точку их соприкосновения, можно записать в виде …;
2) величины ω_1' и ω_2' для колец, имеющих одинаковые радиусы $R_1 = R_2 = R$, равны …;
3) количество теплоты Q, выделившейся из-за возникновения трения между ними, за время проскальзывания при ударе при равенстве величин угловых скоростей $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ до столкновения равно …;

Ответ:

1) $R_1^2\omega_1 + R_2^2\omega_2 = 2\left(R_1^2\omega_1' + R_2^2\omega_2'\right)$;

2) $\omega_1' = \dfrac{3\omega_1 - \omega_2}{4}$ и $\omega_2' = \dfrac{3\omega_2 - \omega_1}{4}$;

3) $\dfrac{m}{2}\left(v_1^2 + v_2^2 + R^2\omega^2\right)$

Задание 3.

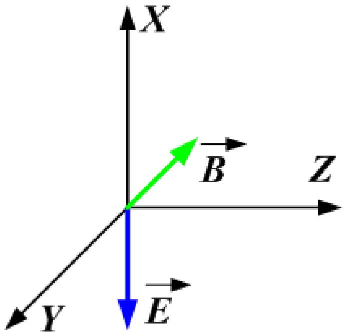
Сверхпроводящее кольцо радиуса r находится в однородном магнитном поле так, что вектор индукции $\vec{B}$ параллелен плоскости кольца. Кольцо, изготовленное из проволоки площадью поперечного сечения S, обладает малой индуктивностью L. Концентрация электронов в данном сверхпроводнике – n. Если кольцо повернули на $90°$ так, что вектор индукции $\vec{B}$ оказался перпендикулярным плоскости кольца, то
1) уравнение движения электрона на этапе его «ускорения» имеет вид …;
2) величина скорости установившегося направленного движения электронов v_y определяется выражением вида …;
3) сила установившегося тока I_y в сверхпроводящем кольце после его поворота равна ___
(Индуктивность кольца мала настолько, что необходимо учитывать инерционные свойства электронов на этапе их «ускорения»).

Ответ: 1) $m\dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{e}{2\pi r}\dfrac{\Delta(\Phi - LI)}{\Delta t}$; 2) $v_y = \dfrac{e}{2\pi r m}\left(\pi r^2 B - LI_y\right)$;

3) $I_y = \dfrac{\pi r^2 B}{L + \dfrac{2\pi r m}{nSe^2}}$

Задание 4.

Электрон движется в поле плоской электромагнитной волны, описываемой уравнениями $E_x = -E_0 \cos(\omega t - kz)$, $B_y = -B_0 \cos(\omega t - kz)$, где E_0 и B_0 – соответственно амплитуды напряженности электрического и индукции магнитного полей волны, ω – циклическая частота волны, k – волновое число. Длина волны λ велика настолько, что в области движения электрона можно пренебречь зависимостью характеристик волны от координаты z (см. рис.):



.

Если в поле электромагнитной волны при не слишком больших скоростях движения электрона v выполняется соотношение $E_0 >> vB_0$, то

1) закон изменения проекции скорости $v_x(t)$ электрона на ось X от времени t имеет вид …;

2) проекция ускорения $a_z(t)$ электрона на ось Z в зависимости от времени t описывается уравнением …;

3) средняя скорость $\langle v_z \rangle$ движения электрона вдоль оси Z (скорость дрейфа электрона) равна ___

(Считать, что в начальный момент времени электрон находился в начале координат и покоился).

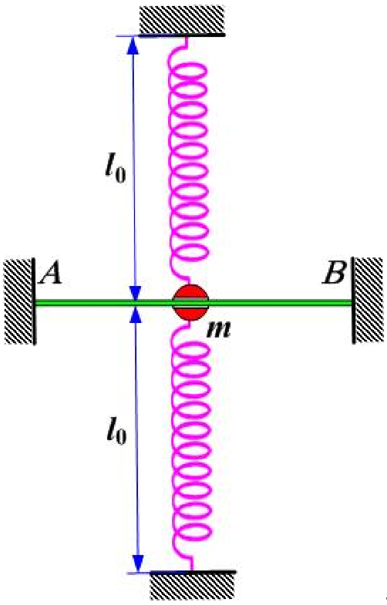
Ответ:

1) $v_x(t) = \dfrac{eE_0}{m\omega} \sin \omega t$; 2) $a_z = \left(\dfrac{e}{m}\right)^2 \dfrac{E_0 B_0}{2\omega} \sin 2\omega t$; 3) $\langle v_z \rangle = \left(\dfrac{e}{2m\omega}\right)^2 E_0 B_0$

Задания №5, №6, №7, №8 являются составными частями одного общего V задания.

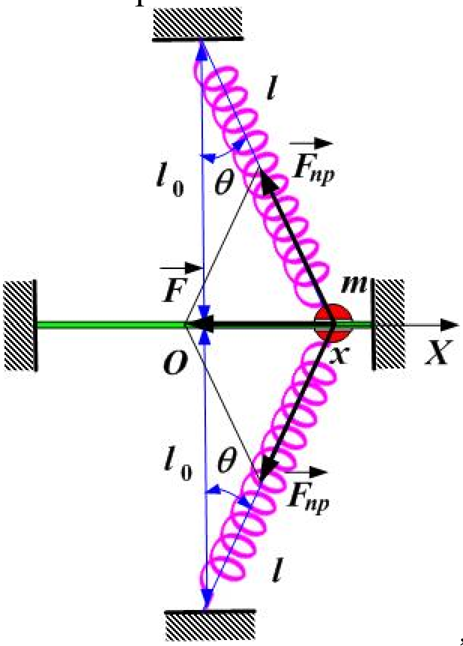
Задание 5.

Нерастянутая легкая пружина жесткостью k и длиной $2l_0$ закреплена своими концами в вертикальном положении. Посередине пружины закреплен маленький шарик массой m. Шарик без трения может скользить по горизонтальному стержню AB (см. рис.):



.

Если шарик сместить из положения равновесия и отпустить (см. рис.)



,

то он начинает двигаться под действием сил натяжения $\vec{F}_{пр}$ двух половин пружины. Выражение для проекции результирующей $\vec{F}$ этих сил на ось X в зависимости от величины смещения x имеет вид ___

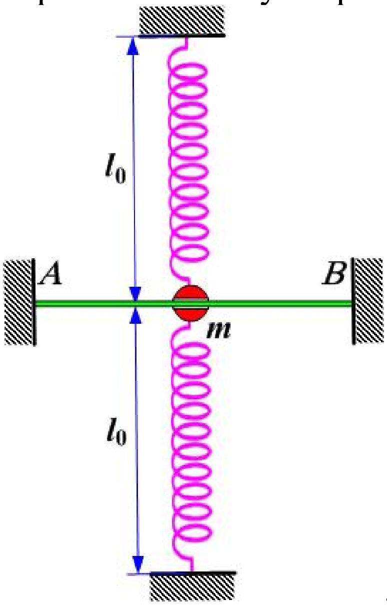
(Считать, что длина половины пружины l_0 много больше смещений шарика $l_0 >> x$).

Ответ: $F_x = -2k\dfrac{x^3}{l_0^2}$

Задание 6.

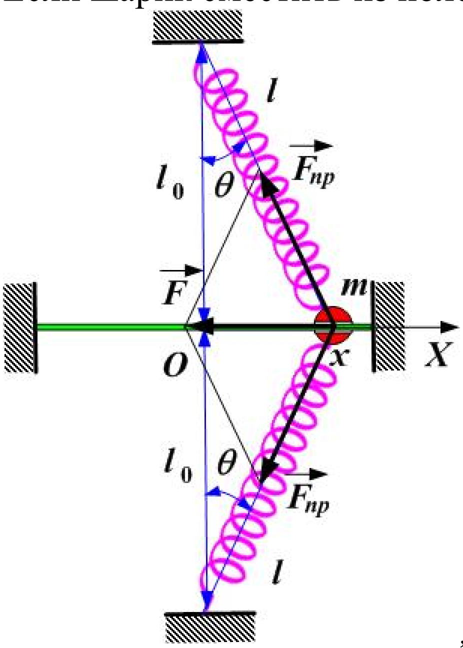
При решении этого задания учитывайте ответ на предшествующее задание (№5).

Нерастянутая легкая пружина жесткостью k и длиной $2l_0$ закреплена своими концами в вертикальном положении. Посередине пружины закреплен маленький шарик массой m. Шарик без трения может скользить по горизонтальному стержню AB (см. рис.):



.

Если шарик сместить из положения равновесия и отпустить (см. рис.)



,

то уравнение его движения имеет вид ___

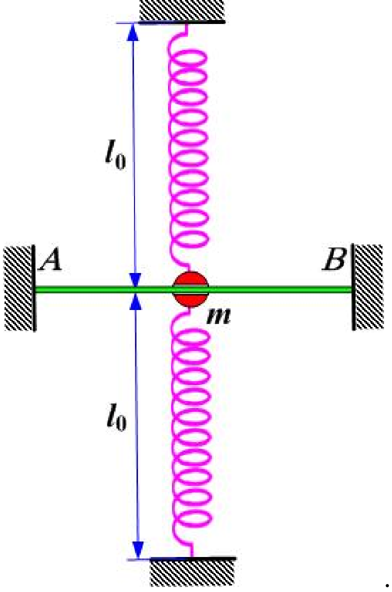
(Считать, что длина половины пружины l_0 много больше смещений шарика $l_0 >> x$).

Ответ: $m\dfrac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = -2k\dfrac{x^3}{l_0^2}$

Задание 7.

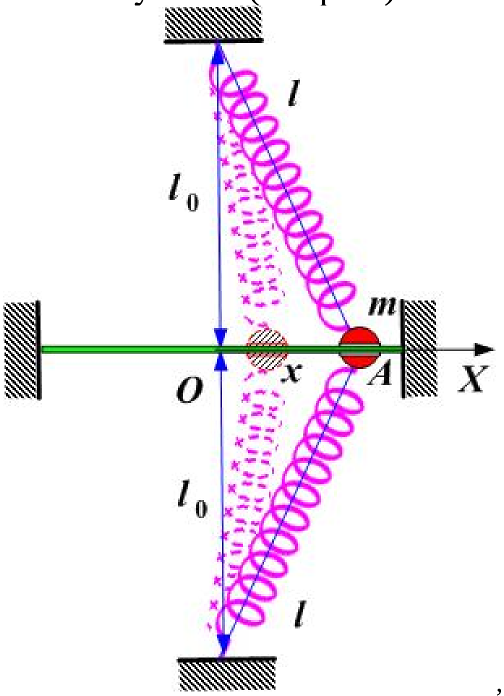
При решении этого задания учитывайте ответ на задание (№5).

Нерастянутая легкая пружина жесткостью k и длиной $2l_0$ закреплена своими концами в вертикальном положении. Посередине пружины закреплен маленький шарик массой m. Шарик без трения может скользить по горизонтальному стержню AB (см. рис.):



.

Если шарик сместить из положения равновесия на максимальное расстояние A и отпустить (см. рис.)



,

то величина скорости шарика v как функция его отклонения из положения равновесия x имеет вид ___

(Считать, что длина половины пружины l_0 много больше смещений шарика $l_0 >> x$).

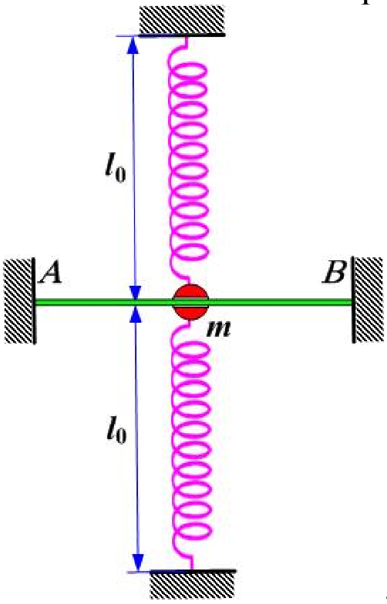
Ответ: $v = \frac{1}{l_0}\sqrt{\frac{k}{m}\left(A^4 - x^4\right)}$

Задание 8.

При решении этого задания учитывайте ответ на предшествующее

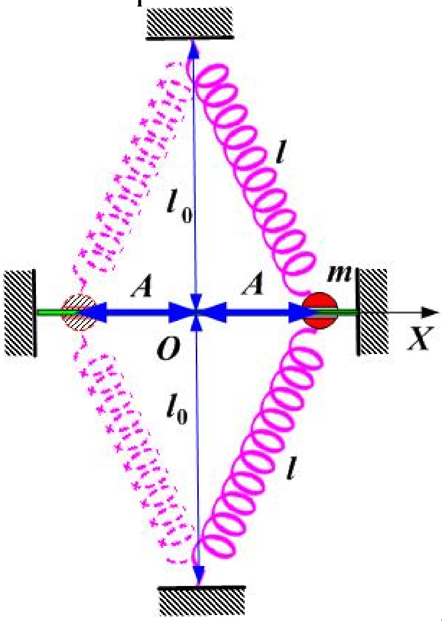
задание (№7).

Нерастянутая легкая пружина жесткостью $k = 20\,\text{Н/м}$ и длиной $2l_0 = 0{,}40\,\text{м}$ закреплена своими концами в вертикальном положении. Посередине пружины закреплен маленький шарик массой $m = 32\,\text{г}$. Шарик без трения может скользить по горизонтальному стержню AB (см. рис.):



.

Если шарик сместить на $A = 2\,\text{см}$ и отпустить (см. рис)



,

то период T колебаний шарика окажется равным ___.

Ответ округлите до сотых и представьте в виде целого числа $100 \cdot T$.

(Считать, что длина половины пружины l_0 много больше смещений шарика $l_0 >> x$. Учесть, что определенный интеграл равен $\int\limits_0^1 \frac{\mathrm{d}\,y}{\sqrt{1-y^4}} = 1{,}31$).

Ответ: 210

Задания №9, №10, №11, №12 являются составными частями одного общего VI задания.

Задание №9

В однородную проводящую жидкость с большим удельным сопротивлением ρ глубоко погружен металлический шар радиусом r, а второй «электрод» – большая концентрическая металлическая сфера радиусом $r_{сф.}$ – окружает этот шар $\left(r << r_{сф.} < h,\ \text{где}\ h - \text{глубина погружения}\right)$. Пусть полный ток, отбираемый системой от источника тока, составляет I.

Выберите все верные выражения для разности потенциалов $\mathrm{d}\varphi$ на тонком сферическом слое данной жидкости с радиусами x и $x + \mathrm{d}\,x$, заданными относительно центра шара.

(Жидкость смачивает сферические поверхности).

Ответ: $\mathrm{d}\varphi = -j\rho\,\mathrm{d}\,x$, где j – плотность тока на поверхности тонкого сферического слоя жидкости

Ответ: $\mathrm{d}\varphi = -\dfrac{I\rho\,\mathrm{d}\,x}{4\pi x^2}$

Задание 10.

При решении этого задания учитывайте ответ на предшествующее задание (№9).

В однородную проводящую жидкость с большим удельным сопротивлением ρ глубоко погружен металлический шар радиусом r, а второй «электрод» – большая концентрическая металлическая сфера радиусом $r_{сф.}$ – окружает этот шар $\left(r << r_{сф.} < h,\ \text{где}\ h - \text{глубина погружения}\right)$. Пусть полный ток, отбираемый системой от источника тока, составляет I. Выберите все верные выражения для разности потенциалов по модулю, поданной на электроды.

(Жидкость смачивает сферические поверхности).

Ответ: $\dfrac{\rho I}{4\pi r}$

Ответ: $j_0\rho r$**,** где j_0 – плотность тока на поверхности металлического шара

Задание11.

При решении этого задания учитывайте ответ на предшествующее задание (№10).

В однородную проводящую жидкость с большим удельным сопротивлением ρ глубоко погружен металлический шар радиусом r, а второй «электрод» – большая концентрическая металлическая сфера радиусом $r_{сф.}$ – окружает этот шар $\left(r << r_{сф.} < h,\ \text{где}\ h - \text{глубина погружения}\right)$. Если полный ток, отбираемый системой от источника тока, составляет I, то сопротивление жидкости, помещенной между поверхностями шара и сферы, равно ___ (Жидкость смачивает сферические поверхности).

Ответ: $\dfrac{\rho}{4\pi r}$

Задание 12.

При решении этого задания учитывайте ответ на предшествующее задание (№11).

В однородную проводящую жидкость с большим удельным сопротивлением ρ глубоко погружены два металлических шара радиусами r_1 и $r_2 = 2r_1$ $\left(r_2 << h,\ \text{где}\ h - \text{глубина погружения}\right)$, находящиеся на расстоянии, много большем, чем радиус каждого из шаров. Сопротивление, измеренное между шарами, оказалось равным R. Если маленький шар заменить шаром вдвое меньшего радиуса, а большой – шаром вдвое большего радиуса, то отношение $\dfrac{R_{общ}}{R}$, где $R_{общ}$ – сопротивление между шарами измененных радиусов, равно ___.

Ответ выразите в виде $10\dfrac{R_{общ}}{R}$ и округлите до целого числа.

(Жидкость смачивает шары-электроды).

Ответ: 15

Задания №13, №14, №15, №16 являются составными частями одного общего VII задания.

Задание №13.

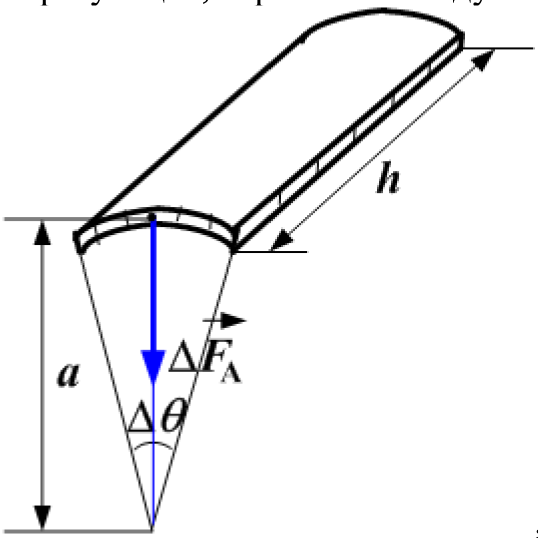
По длинной металлической трубке протекает ток I, равномерно распределенный по ее сечению. Если внутренний и внешний радиусы трубки соответственно равны r_1 и r_2, то выражение для величины индукции $B(r)$ магнитного поля в металле в зависимости от расстояния $r_1 < r < r_2$ от оси трубки имеет вид …

Ответ: $B(r) = \dfrac{\mu_0 I\left(r^2 - r_1^2\right)}{2\pi r\left(r_2^2 - r_1^2\right)}$

Задание 14.

При решении этого задания учитывайте ответ на предшествующее задание (№13).

По длинной металлической трубке протекает ток *I*. Внешний и внутренний радиусы трубки $r_{2,1} = a \pm d/2$, толщина стенки $d << a$. Если выделить элементарный проводник – участок трубки толщиной *d*, длиной h вдоль образующей, ограниченной дугой $\Delta l = a\Delta\theta$, $\Delta\theta << 1$ (см. рис.)



,

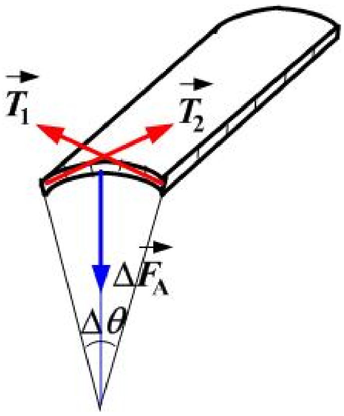
то величина силы Ампера $\Delta\vec{F}_A$, действующей на эту полоску трубки, равна …

Ответ: $\mu_0 \dfrac{h}{2a}\left(\dfrac{I}{2\pi}\right)^2 \Delta\theta$

Задание 15.

При решении этого задания учитывайте ответ на предшествующее задание (№14).

По длинной металлической трубке протекает ток *I*. Внешний и внутренний радиусы трубки $r_{2,1} = a \pm d/2$, толщина стенки $d << a$. Если выделить элементарный проводник – участок трубки толщиной *d*, длиной h вдоль образующей, ограниченной дугой $\Delta l = a\Delta\theta$, $\Delta\theta << 1$, то на него со стороны остальной части трубки действуют силы упругости $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ (см. рис.)



одинаковой величины $(T_1 = T_2 = T)$, равной …

Ответ: $\mu_0 \dfrac{h}{2a}\left(\dfrac{I}{2\pi}\right)^2$

Задание 16.

При решении этого задания учитывайте ответ на предшествующее задание (№15).

По длинной металлической трубке протекает ток $I = 10\text{А}$. Внешний и внутренний радиусы трубки $r_{2,1} = a \pm d/2$, толщина стенки $d = 0{,}5\,\text{мм} << a = 1\,\text{см}.$ Величина напряжения, возникающего в продольном сечении трубки при действии силы Ампера $\Delta\vec{F}_A$, равна ___.

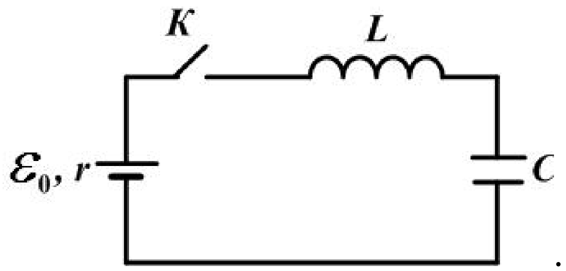
Ответ выразите в миллипаскалях, округлив до целого числа.

Ответ: 318

Задания №17, №18, №19, №20 являются составными частями одного общего VIII задания.

Задание №17.

В колебательный контур, содержащий катушку индуктивности L и конденсатор емкостью C, в момент времени $t = 0$ включают источник с постоянной ЭДС $\mathcal{E}_0$ и внутренним сопротивлением r (см. рис.)



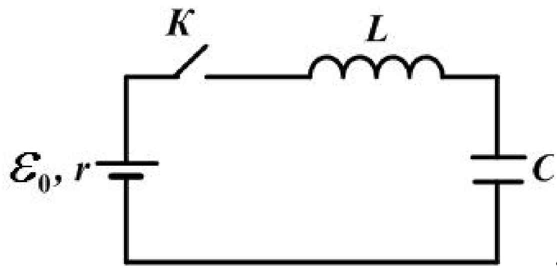
Если ω_0 – собственная частота контура, δ – коэффициент затухания возникающих в контуре колебаний, то дифференциальное уравнение, характеризующее изменение напряжения U_C на обкладках конденсатора, имеет вид …

Ответ: $\dfrac{\mathrm{d}^2 U_C}{\mathrm{d}t^2} + 2\delta \dfrac{\mathrm{d}U_C}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2\left(U_C - \mathcal{E}_0\right) = 0$

Задание 18.

При решении этого задания учитывайте ответ на предшествующее задание (№17).

В колебательный контур, содержащий катушку индуктивности L и конденсатор емкостью C, в момент времени $t = 0$ включают источник с постоянной ЭДС $\mathcal{E}_0$ и внутренним сопротивлением r (см. рис.)



.

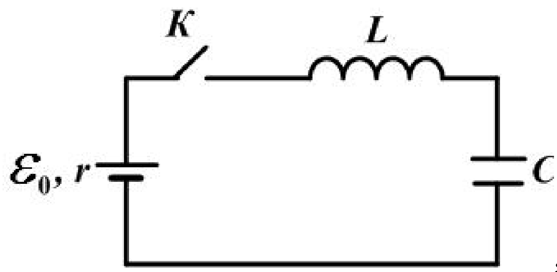
Если затухания колебаний в контуре малы, то есть $\delta^2 << \omega_0^2$, где δ – коэффициент затухания, ω_0 – собственная частота контура, то закон изменения напряжения $U_C(t)$ на обкладках конденсатора в зависимости от времени t протекания этих колебаний с частотой ω имеет вид …

Ответ: $\mathcal{E}_0\left(1 - e^{-\delta t}\cos\omega t\right)$

Задание 19.

При решении этого задания учитывайте ответ на предшествующее задание (№18).

Если в колебательный контур, содержащий катушку индуктивности L и конденсатор емкостью C, в момент времени $t = 0$ включают источник с постоянной ЭДС $\mathcal{E}_0$ и внутренним сопротивлением r (см. рис.)



,

то выражение для силы взаимодействия $F(t)$ пластин плоского конденсатора в зависимости от времени t протекания колебаний с частотой ω имеет вид ___

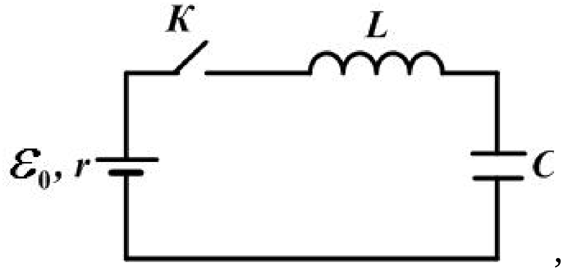
(Поле между пластинами, расположенными на расстоянии d друг от друга, считать однородным).

Ответ: $\dfrac{C\mathcal{E}_0^2}{2d}\left(1 - e^{-\delta t}\cos\omega t\right)^2$

Задание №20.

При решении этого задания учитывайте ответ на предшествующее задание (№19).

Если в колебательный контур, содержащий катушку индуктивности L и конденсатор емкостью C, в момент времени $t = 0$ включают источник с постоянной ЭДС $\mathcal{E}_0$ и внутренним сопротивлением r (см. рис.)



,

то отношение $\frac{\langle F_2 \rangle}{\langle F_1 \rangle}$, где $\langle F_1 \rangle$ и $\langle F_2 \rangle$ – средние за период силы взаимодействия пластин плоского конденсатора сразу после замыкания ключа K и после затухания колебаний, равно ___.

Ответ выразите в виде $100 \cdot \frac{\langle F_2 \rangle}{\langle F_1 \rangle}$ и округлите до целого числа.

Ответ: 67