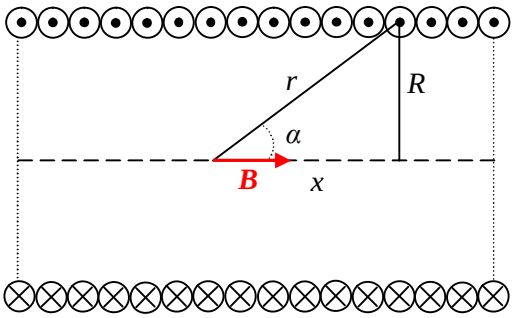
Магнитное поле соленоида



Рассчитаем индукцию магнитного поля на оси конечного соленоида цилиндрической формы. Провод обмотки соленоида полагаем тонким, тогда каждый виток можно считать плоским. На рисунке показано сечение соленоида вдоль его длины. Ток в верхней части обмотки направлен на нас, в нижней - от нас. Поперечное сечение - круговой виток радиуса R, ток в котором протекает по часовой стрелке если смотреть на соленоид слева.

Выделим один виток как показано на рисунке. Определим индукцию в точке, находящейся на оси на расстоянии x от плоскости витка. Расстояние от проводника до выбранной точки обозначим r. Индукция B на оси кругового витка с током определяется выражением

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2}\frac{IR^2}{r^3}.$$

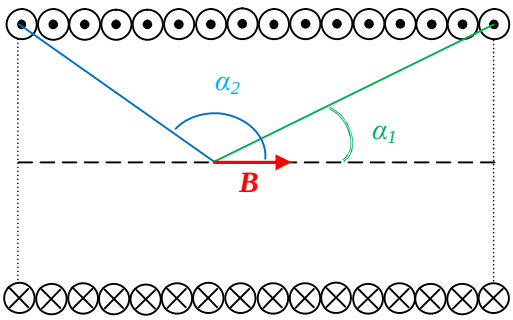
Выделим на оси соленоида бесконечно малый элемент dx, включающий в себя выбранный нами виток. Общее количество витков в этом элементе определяется выражением $dN = ndx$, где n – число витков на единицу длины. Вследствие малости элемента dx его можно рассматривать как катушку, содержащую dN витков. Суммарная индукция поля созданного этими витками есть $dB = B(r)dN$.

Окончательный результат получим, интегрируя по всему соленоиду. Удобнее сделать это, перейдя к углу α. Параметры задачи связаны соотношениями

$$x = r\cos\alpha,\ R = r\sin\alpha,\ r^2 = R^2 + x^2.$$

Тогда $x = Rctg\alpha$, а $dx = -\frac{Rd\alpha}{\sin^2\alpha}$. Подставляя, получаем выражение

$$dB = -\frac{\mu\mu_0}{2}\frac{IR^2}{r^3}\frac{nRd\alpha}{\sin^2\alpha} = -\frac{\mu\mu_0}{2}nI\sin\alpha d\alpha.$$



Интегрируем полученное выражение от угла α_2 до угла α_1 как показано на рисунке

$$B = -\frac{\mu\mu_0}{2}nI\int_{\alpha_2}^{\alpha_1}\sin\alpha d\alpha.$$

Окончательное выражение для индукции магнитного поля на оси конечного соленоида принимает вид

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} nI\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right).$$

Выражение применимо не только внутри соленоида, но и вне него. Оно явно показывает, что магнитное поле «вываливается» из соленоида.

Рассмотрим частный случай бесконечного соленоида. Переход к нему от конечного соленоида осуществляется устремлением в бесконечность правого и левого торцов соленоида. Предельное значение углов при этом $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \pi$. Тогда индукция на оси бесконечного соленоида

$$B = \mu\mu_0 nI\ .$$

В отличие от конечного соленоида, магнитное поле в бесконечном соленоиде однородно и полученное выражение применимо не только на оси.

Устремим только левый торец соленоида в бесконечность. Такой соленоид называется полубесконечным. Определим индукцию в центре правого торца. В этом случае $\alpha_1 = \pi/2$, $\alpha_2 = \pi$, а индукция $B = \mu\mu_0 nI/2$

Таким образом, на торце полубесконечного соленоида индукция ослабляется в два раза по сравнению с индукцией бесконечного. Влияние границы, называемое краевым эффектом, приводит к ослаблению поля.