

Лекция 21

Электростатика.

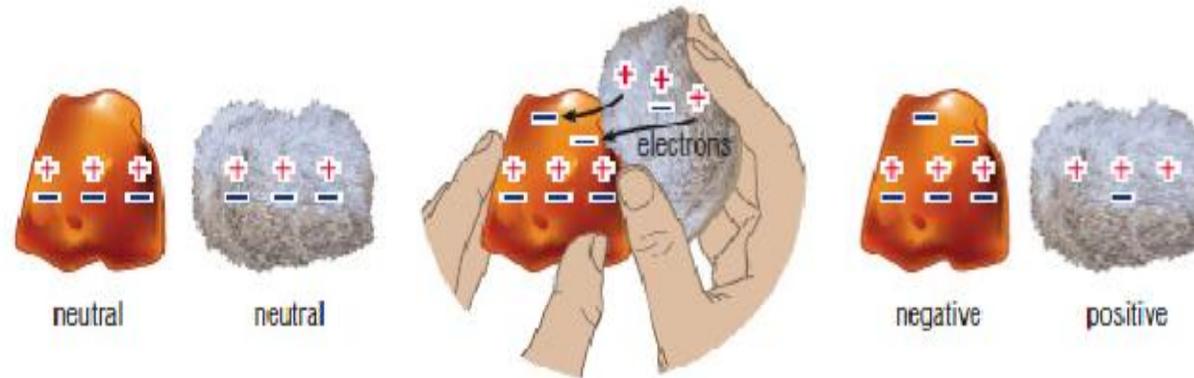
Закон Кулона.

Напряженность

электрического поля.

***Потенциал электрического
поля.***

Два вида заряда



Натираем стекло шелком, а янтарь – шерстью:

- ✓ янтарь – янтарь ОТТАЛКИВАЮТСЯ;
- ✓ стекло – стекло ОТТАЛКИВАЮТСЯ;
- ✓ стекло – янтарь ПРИТЯГИВАЮТСЯ;

Электрон – древнегреческое название янтаря.

В целях классификации заряды можно назвать, например, так: “стеклянный” и “янтарный”, но более точными оказались названия отрицательный и положительный.

Электризация

Обычно тела электрически нейтральны, поскольку содержат заряды обоих типов в одинаковом количестве. Трение в нашем примере не создает электрические заряды, а лишь перераспределяет их.

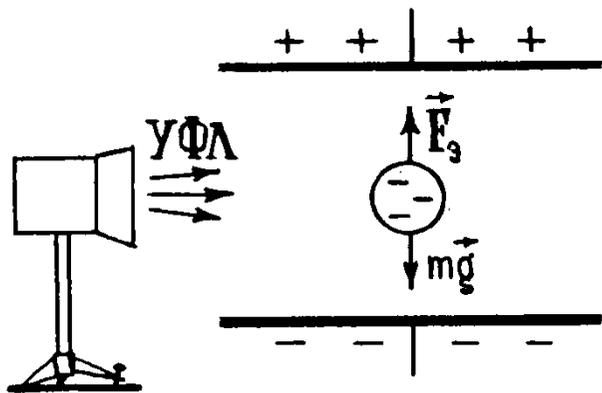
Электризация – процесс создания избытка зарядов одного знака на теле (трение, прикосновение, индукция).

Электрический заряд – скалярная величина.

Электростатика – раздел физики, в котором изучаются свойства и взаимодействие неподвижных электрически заряженных тел.

Опыт Милликена

Электрический заряд дискретен. Любой электрический заряд кратен элементарному электрическому заряду.



$$e = 1.60217 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

Заряд электрона, одной из основных структурных единиц вещества, равен элементарному электрическому заряду.

В СИ единица измерения заряда – Кулон, [Кл]. 1 Кл равен электрическому заряду, проходящему через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А за время 1 с.

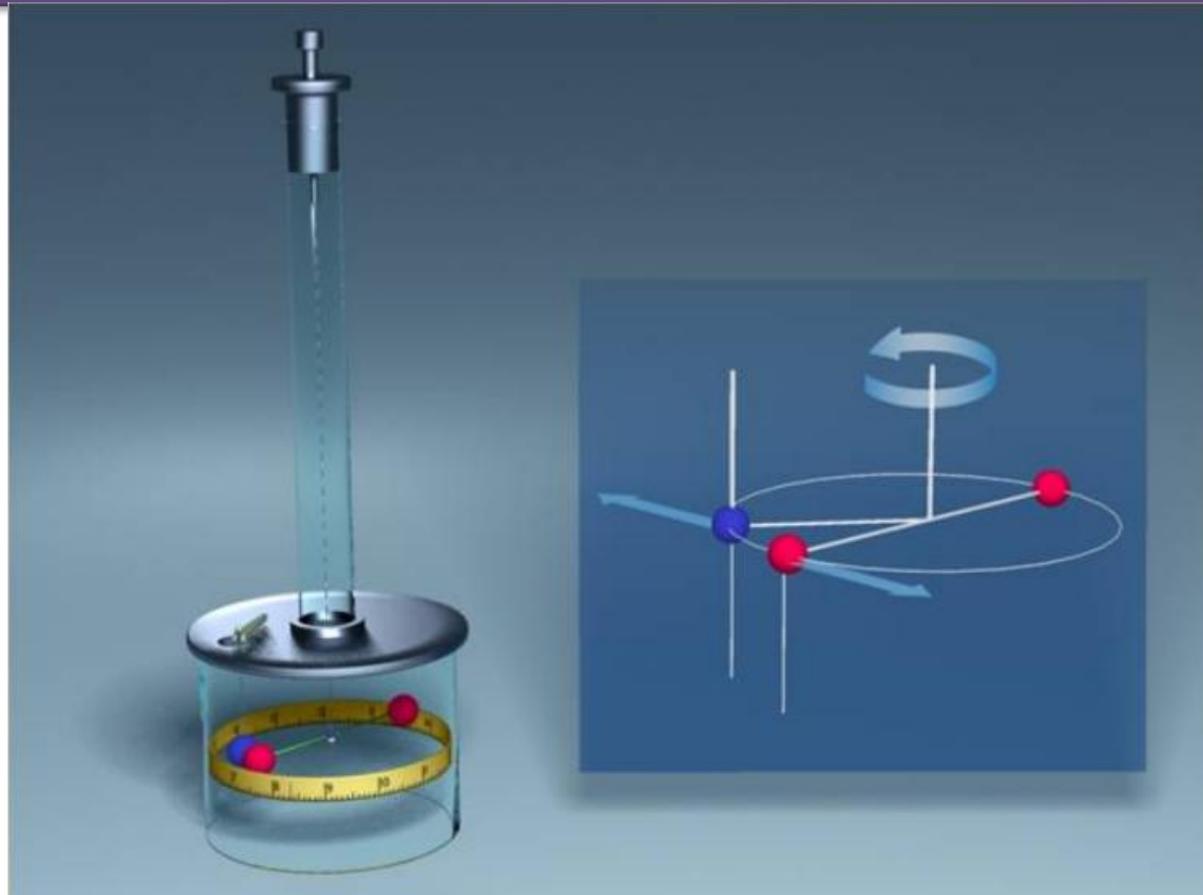
Закон сохранения заряда (Фарадей)

Алгебраическая сумма зарядов замкнутой системы остается неизменной с течением времени.

Релятивистская инвариантность электрического заряда

Электрический заряд одинаков во всех системах отсчета. Движение, в том числе и со скоростями близкими к скорости света, не изменяет величину заряда.

Закон Кулона

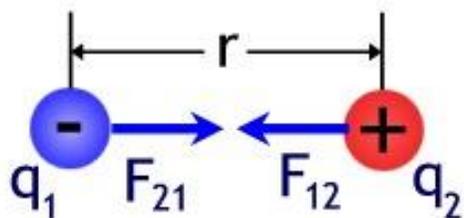


Сила взаимодействия зависит от:

- ✓ величины зарядов;
- ✓ расстояния между ними;
- ✓ окружающей среды.

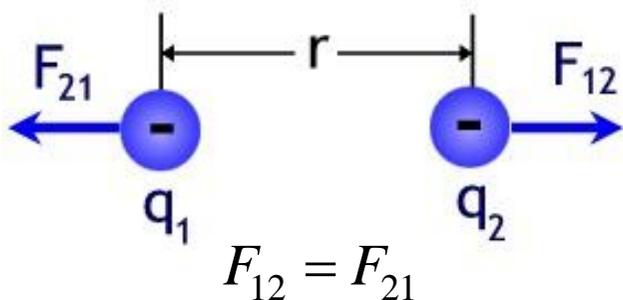
Закон Кулона (вакуум)

Точечный заряд – это заряд, размерами которого в данной задаче можно пренебречь.



$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r}$$

электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$



Два точечных заряда притягиваются, если знаки зарядов разные, и отталкиваются, если знаки одинаковые. Сила взаимодействия пропорциональна величине зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Сила направлена вдоль прямой, соединяющей эти заряды.

Закон Кулона (среда)

В однородной изотропной среде сила взаимодействия уменьшается. Относительная диэлектрическая проницаемость показывает, во сколько раз сила взаимодействия электрических зарядов в среде меньше, чем в вакууме.

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r}$$

$\epsilon = 1$ вакуум

$\epsilon > 1$ среда

Вещество	Проницаемость
Вакуум	1
Воздух	1,0006
Углекислый газ	1,0009
Стекло	3,7-10
Вода	81
Парафин	2,0-3,0

Электрическое поле

Концепция дальнего действия: тела действуют друг на друга через пустоту, на любом расстоянии с бесконечно большой скоростью. Материальные посредники взаимодействия отсутствуют.

Концепция ближнего действия: взаимодействие передается посредником (полем), а скорость распространения возмущения поля конечна.

Электрический заряд порождает в окружающем пространстве непрерывную материю – электрическое поле.

Электрическое поле – форма существования материи, посредством которой осуществляется взаимодействие зарядов.

Напряженность электрического поля

Количественной характеристикой электрического поля служит векторная физическая величина – напряженность электрического поля.

Напряженность электрического поля – сила, действующая на пробный точечный единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля.

$$\vec{E} = \vec{F}/q_0 \quad [H/Кл] = [B/м]$$

Напряженность – силовая характеристика поля.

На заряд, помещенный в электрическое поле, действует сила

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Поле точечного заряда

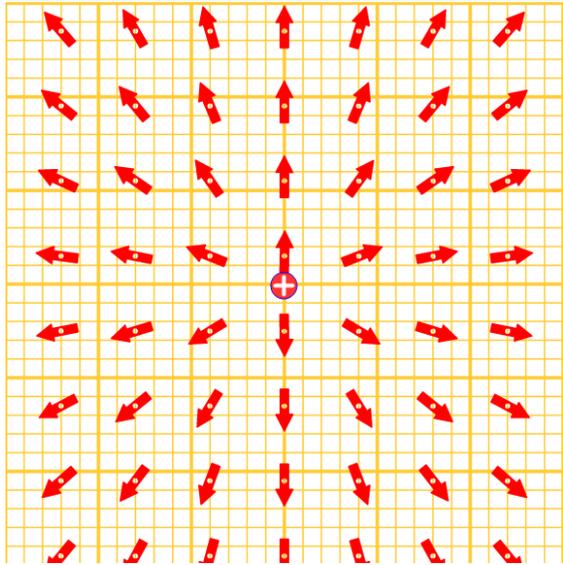
q - точечный заряд порождающий поле.

q_0 - пробный точечный единичный положительный заряд.

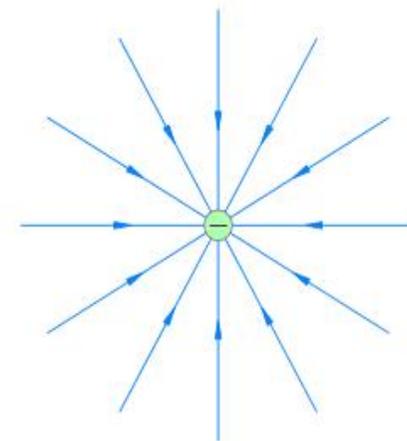
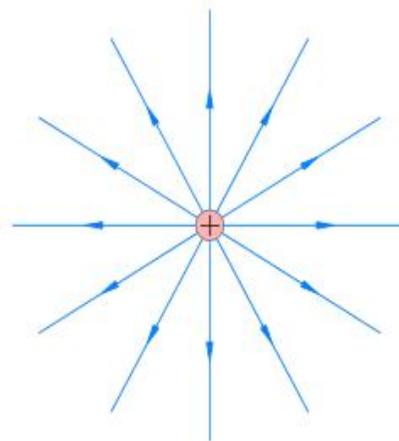
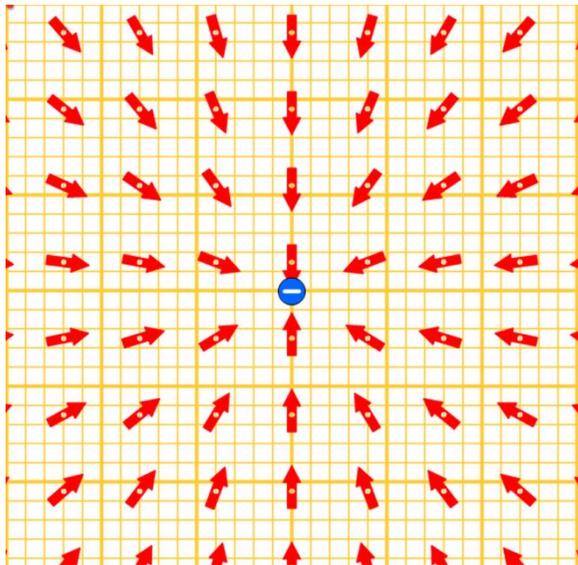
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^3} \vec{r} \qquad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r}$$

Визуализации векторного поля



Силовая линия (линия напряженности) - воображаемая линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора напряженности.



Силовые линии:

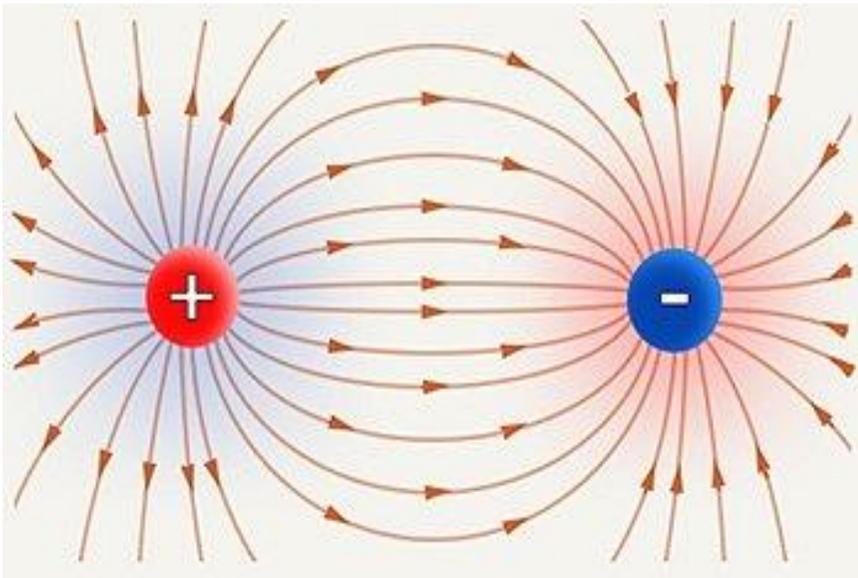
- ✓ начинаются на положительных зарядах, оканчиваются на отрицательных либо уходят в бесконечность;
- ✓ не замкнуты;
- ✓ не пересекаются;
- ✓ сгущаются там, где напряженность поля больше.

Принцип суперпозиции

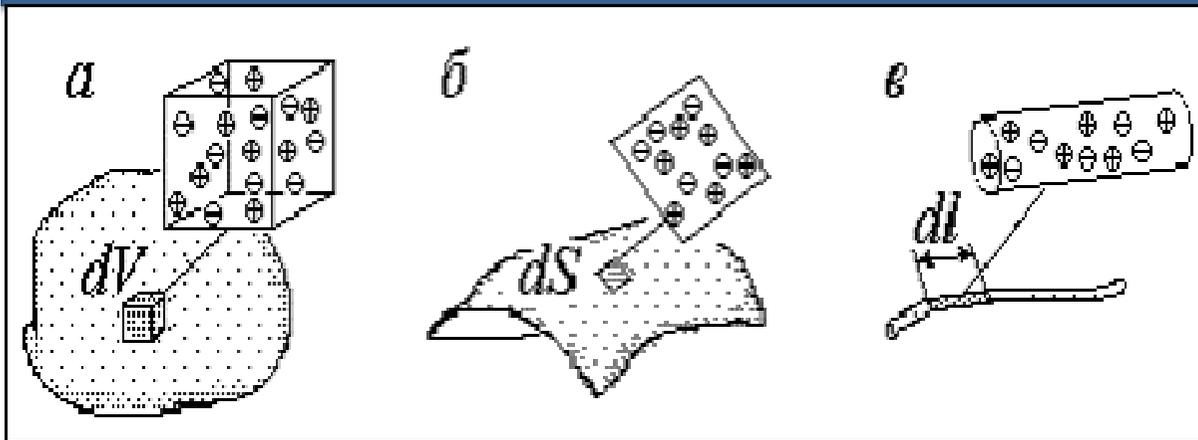
Напряженность электростатического поля системы точечных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, которые создавал бы каждый из этих зарядов в отсутствии остальных.

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i$$

$$\vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^3} \vec{r}_i$$



Макроскопическое заряженное тело



$$dq = \rho dV$$

$$dq = \sigma dS$$

$$dq = \tau dl$$

$$\vec{E} = \int d\vec{E}$$

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3} dq$$

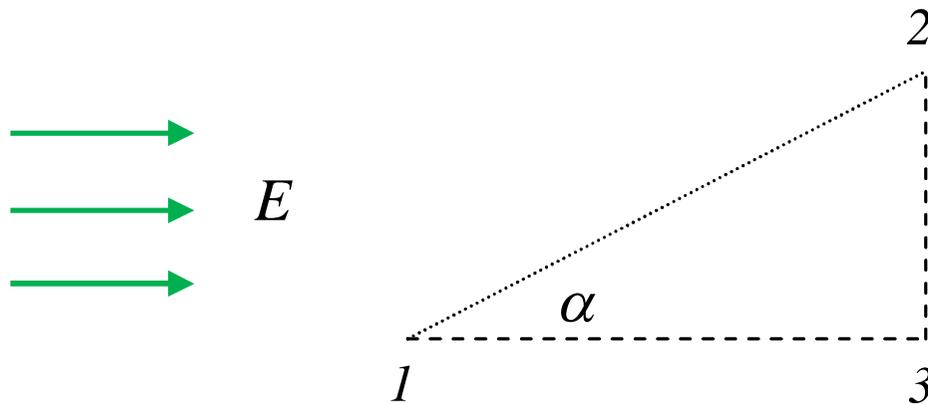
ρ - объемная плотность заряда (заряд единицы объема).

σ - поверхностная плотность заряда (заряд единицы поверхности).

τ - линейная плотность заряда (заряд единицы длины).

Перемещение заряда в электростатическом поле

Однородное электрическое поле. Перемещаем заряд из 1 в 2.



$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$A = FS \cos \alpha$$

$$1 \rightarrow 2 \quad A_{12} = qES_{12} \cos \alpha = qES_{13}$$

$$A_{12} = A_{13} + A_{32}$$

$$1 \rightarrow 3 \quad A_{13} = qES_{13} \cos 0 = qES_{13}$$

$$1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

$$3 \rightarrow 2 \quad A_{32} = qES_{32} \cos(\pi/2) = 0$$

$$A_{13} + A_{32} - A_{12} = 0$$

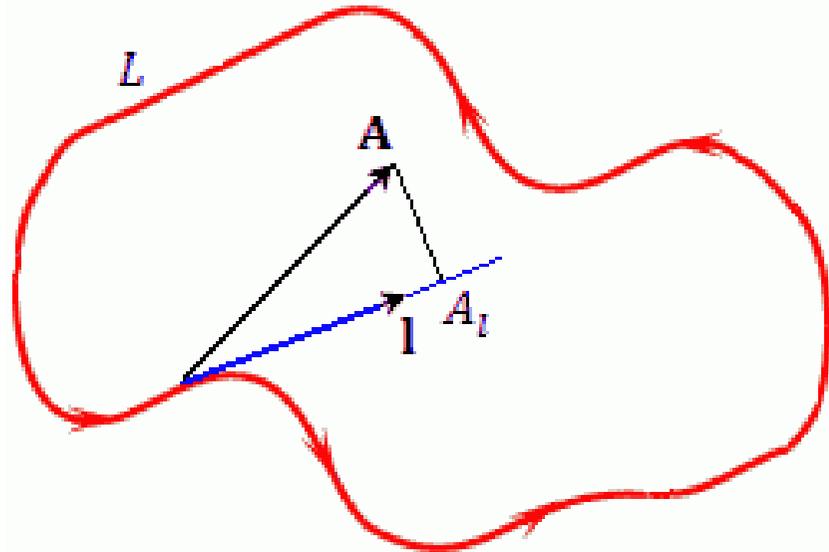
$$\oint_L dA = \oint_L (q\vec{E}, d\vec{l}) = 0$$

Работа сил электростатического поля по перемещению заряда не зависит от траектории.

Такие поля называются потенциальными.

Циркуляция векторного поля

Циркуляцией вектора \vec{A} по замкнутому контуру L называется интеграл



$$\Gamma = \oint_L (\vec{A}, d\vec{l})$$

Направление обхода контура считается положительным, если при движении по контуру ограниченная им область остается слева.

Теорема о циркуляции вектора напряженности электрического поля

Циркуляция вектора напряженности электрического поля равна нулю.

$$\oint_L (\vec{E}, d\vec{l}) = 0$$

Потенциал электрического поля

Разность потенциалов между точками 1 и 2 есть работа по перемещению пробного точечного единичного положительного заряда между ними.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q_0}$$

Потенциал электрического поля в точке есть работа сил поля по перемещению пробного точечного единичного положительного заряда из данной точки на бесконечность

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{A_{r\infty}}{q_0} \qquad \varphi(\infty) = 0$$

Потенциал электрического поля

В Международной системе единиц (СИ) единицей измерения электрического потенциала является вольт (В).

Разность потенциалов между двумя точками электрического поля равна 1 вольту, если для перемещения заряда 1 кулон из одной точки в другую необходимо совершить работу 1 джоуль.

1 электрон-вольт (эВ) – работа по перемещению элементарного заряда между точками с разностью потенциалов 1 вольт .

$$1\text{эВ}=1,6\cdot 10^{-19}\text{ Дж.}$$

Потенциальная энергия

В потенциальных полях работа сил поля совершается за счет убыли потенциальной энергии

$$A_{12} = W_1 - W_2 = -\Delta W$$

$$W_1 = q_0\varphi_1 \qquad W_2 = q_0\varphi_2$$

Точечный заряд в электрическом поле в точке с потенциалом обладает потенциальной энергией

$$W = \varphi q$$

Потенциал электростатического поля – энергетическая характеристика.

Принцип суперпозиции

$$\varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i$$

Потенциал электрического поля системы точечных зарядов равен алгебраической сумме потенциалов электрических полей, созданных каждым зарядом в отдельности.

Визуализация скалярного поля

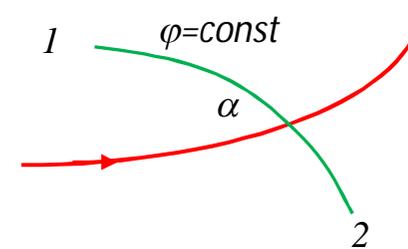
Эквипотенциальная поверхность (линия) - это поверхность (линия), на которой потенциал электрического поля неизменен.

Переместим заряд вдоль эквипотенциальной линии

$$dA = qd\varphi = 0$$

$$dA = qE \cos \alpha dl$$

$$\alpha = \pi/2$$



Силловые линии и эквипотенциальные поверхности ортогональны.

Связь между потенциалом и напряженностью электрического поля

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k}$$

Переместим заряд вдоль оси x $dx = x_2 - x_1$ $d\vec{r} = dx \cdot \vec{i}$

$$dA = q_0 (\vec{E}, d\vec{r})$$

$$dA = q_0 \left(E_x (\vec{i}, \vec{i}) + E_y (\vec{j}, \vec{i}) + E_z (\vec{k}, \vec{i}) \right) dx \quad (\vec{j}, \vec{i}) = (\vec{k}, \vec{i}) = 0$$

$$(\vec{i}, \vec{i}) = 1$$

$$dA = q_0 E_x dx$$

$$dA = q_0 (\varphi_1 - \varphi_2) = -q_0 d\varphi$$

$$E_x dx = -d\varphi$$

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx}$$

Связь между потенциалом и напряженностью электрического поля

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k} \right)$$

$$\vec{E} = -grad \varphi = -\nabla \varphi$$

Сферическая система координат

Любой вектор, в том числе и вектор напряженности электрического поля, в сферической системе координат можно представить как

$$\vec{E} = E_r \vec{e}_r + E_\theta \vec{e}_\theta + E_\varphi \vec{e}_\varphi$$

Оператор градиента в сферической системе координат имеет вид

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi$$

Потенциал точечного заряда

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r}$$

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{e}_r$$

$$E_\theta = E_\varphi = 0$$

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}$$

Потенциал точечного заряда

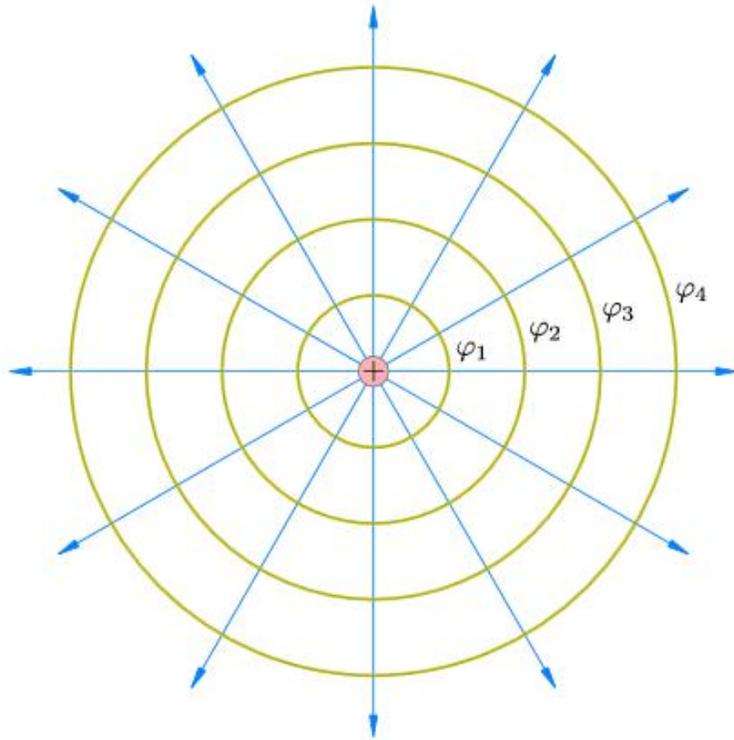
$$\frac{d\varphi}{dr} = -\frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$\varphi(r) = -\frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int \frac{dr}{r^2} + C$$

$$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} + C$$

$$\varphi(\infty) = 0 \quad \longrightarrow \quad C = 0$$

Потенциал точечного заряда



$$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}$$