

Лекция 2

Принцип независимости действия сил.

Виды сил.

Принцип относительности Галилея.

Закон сохранения импульса.

Центр масс. Система центра инерции.

Работа и мощность. Кинетическая энергия и потенциальная энергия. Закон сохранения полной механической энергии системы.

Абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары.

Принцип независимости действия сил

Если на материальную точку действует несколько сил, то каждая из этих сил сообщает материальной точке ускорение согласно второму закону Ньютона, как будто другие силы отсутствуют. Векторная сумма этих ускорений есть ускорение, с которым движется материальная точка.

Виды сил

Сила тяжести $\vec{F} = m\vec{g}$ Направлена вертикально вниз.

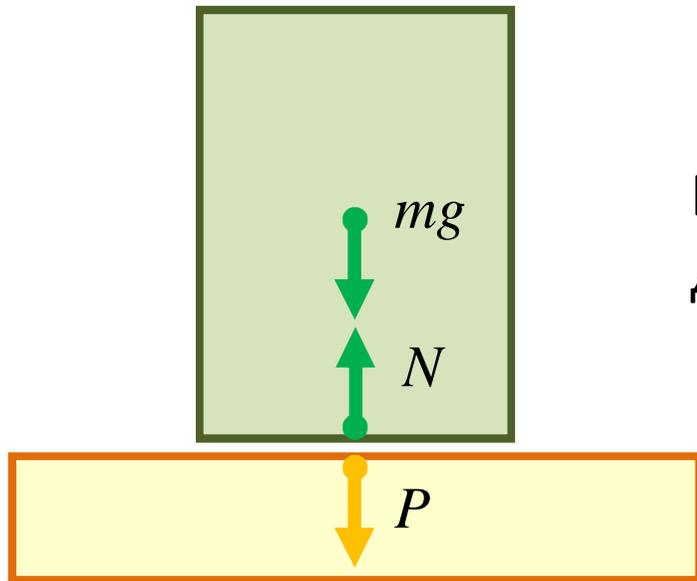
Ускорение свободного падения $g = 9.81 \text{ м/с}^2$

Изменяется широтой. На экваторе - 9.78 м/с^2 ,
на полюсах - 9.83 м/с^2 .

Изменяется с высотой. На высоте 100 км $g = 9.51 \text{ м/с}^2$

Ускорение свободного падения на Луне 1.62 м/с^2 .

Виды сил



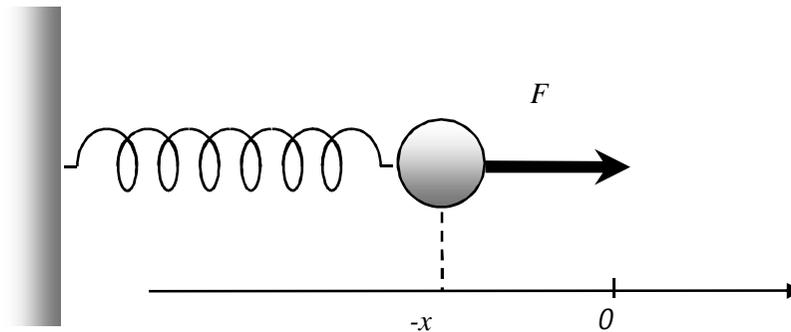
Вес тела - сила, с которой тело действует на опору или подвес.

Сила нормальной реакции — сила, действующая на тело со стороны опоры (или подвеса).

При соприкосновении тел вектор силы реакции направлен перпендикулярно поверхности соприкосновения.

Виды сил

Силу упругости



Закон Гука

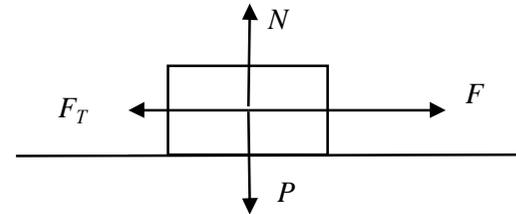
$$F = -kx$$

Какова сила, такова деформация.

Под x понимается абсолютное сжатие (растяжение) пружины.
Сила направлена против смещения.

Виды сил

Сила трения покоя



Сила трения скольжения

$$F = \mu N$$

μ - коэффициент трения скольжения

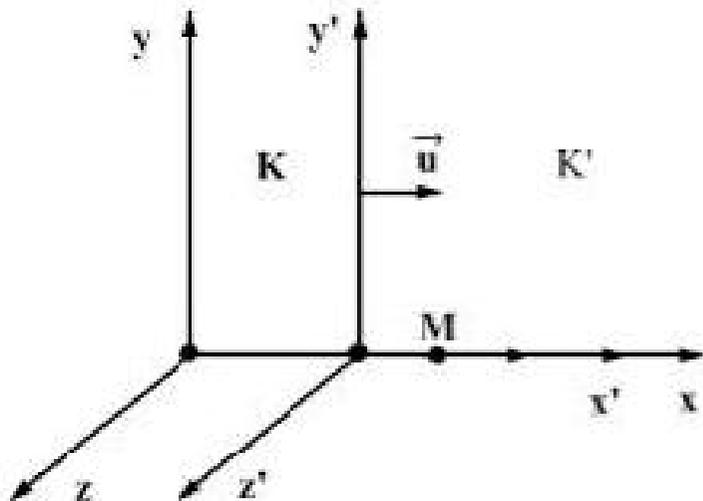
Сила трения качения

$$F = \mu_k N/r$$

Сила сопротивления

$$\vec{F} = -k\vec{V}$$

Преобразование Галилея



$$t = t'$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$x = x' + ut'$$

Закон сложения скоростей

$$\vec{V} = \vec{V}' + \vec{u}$$

Ускорение инвариантно относительно преобразований Галилея

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

Принцип относительности Галилея

Инерциальные системы отсчета равноправны в классической механике, законы механики одинаковы в таких системах.

Если в двух системах, одна из которых равномерно и прямолинейно движется относительно другой, провести одинаковый механический эксперимент, результат будет одинаковым.

Находясь в инерциальной системе, невозможно определить, покоится она или движется.

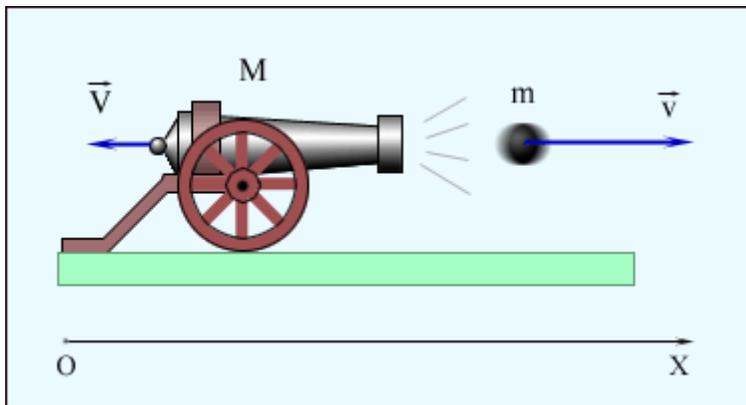
Законы механики инвариантны относительно преобразований Галилея.

Закон сохранения импульса

Если векторная сумма внешних сил, действующих на систему, равна нулю, то импульс системы не меняется со временем.

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^N m_i \vec{V}_i$$

полный импульс системы



$$\vec{P} = const$$

Пусть имеется система, состоящая из N материальных частиц. Уравнение динамики для i -й частицы запишем в виде

$$m_i \frac{d\vec{V}_i}{dt} = \vec{F}_i + \vec{f}_i$$

$$\sum_{i=1}^N \frac{d}{dt} (m_i \vec{V}_i) = \sum_{i=1}^N (\vec{F}_i + \vec{f}_i)$$

$$\sum_{i=1}^N \vec{f}_i = 0$$

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^N m_i \vec{V}_i$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$$

Пусть система замкнута (не действуют внешние силы или баланс сил равен нулю)

$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_i = 0$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = 0$$

$$\vec{P} = const$$

Каждому закону сохранения соответствует определенная симметрия пространства-времени. Закон сохранения импульса эквивалентен однородности пространства (параллельный перенос начала системы координат не меняет законов движения).

Центр масс (инерции)

Центр масс определяется радиус – вектором

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i}{m}$$

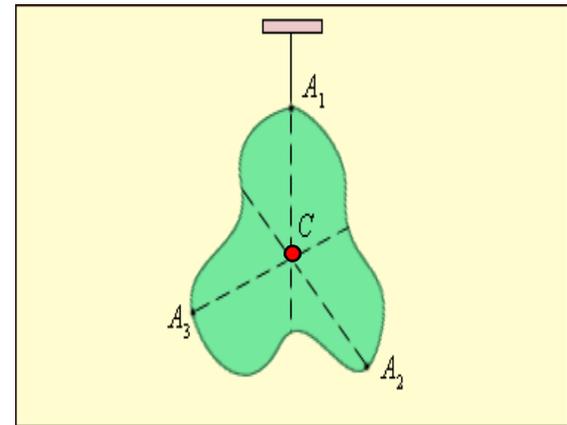
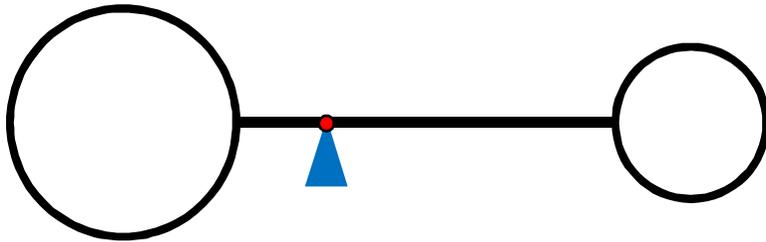
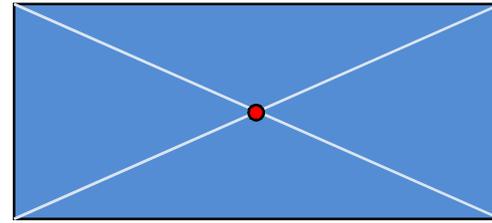
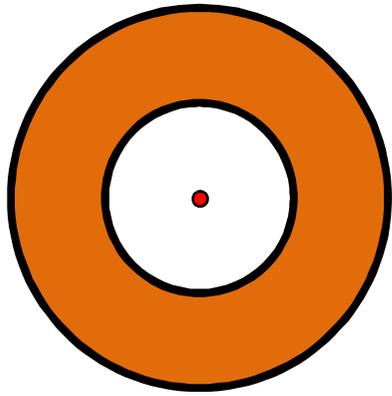
$$m = \sum_{i=1}^N m_i$$

Если поле силы тяжести однородно, то центр масс совпадает с центром тяжести.

Если тело имеет центр симметрии O , то центр масс тела расположен в точке O .

Если тело имеет ось симметрии, то центр масс тела расположен на этой оси

Систему точек можно разбить на подсистемы, найти центр масс каждой подсистемы, поместить в найденные центры масс точечные массы, равные массам подсистем, а потом найти центр масс всей системы.



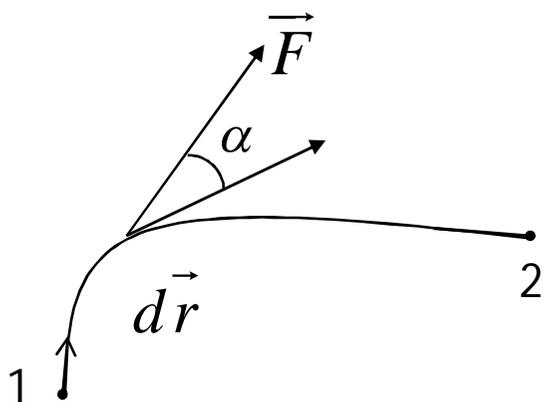
Система центра инерции

$$m\vec{r}_c = \sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i \quad \longrightarrow \quad m \frac{d\vec{V}_c}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$$

Центр инерции (масс) движется как материальная точка, в которой сосредоточена вся масса системы

Если система замкнута, то полный импульс системы центра инерции всегда равен нулю.

Работа силы



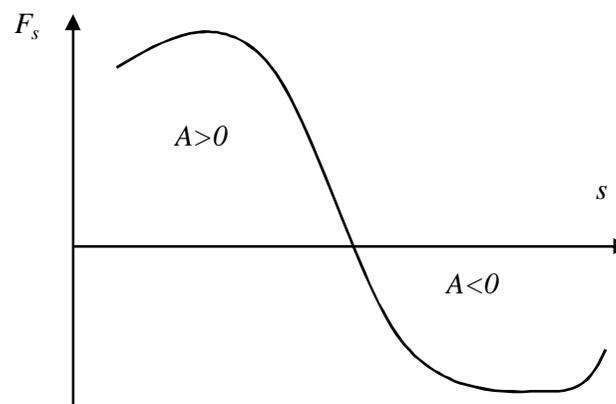
$$dA = (\vec{F}, d\vec{r}) \quad \text{элементарная работа}$$

$$ds = |d\vec{r}| \quad F_s = F \cos(\alpha)$$

$$dA = F \cos(\alpha) ds = F_s ds$$

$$A = \int_1^2 (\vec{F}, d\vec{r})$$

$$[\text{Дж}] = [\text{Н}][\text{м}]$$



Работа силы

Мощность – скорость совершения работы

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{(\vec{F}, d\vec{r})}{dt} = \left(\vec{F}, \frac{d\vec{r}}{dt} \right) = (\vec{F}, \vec{V})$$

$$[Вт] = [Джс]/[с]$$

Кинетическая энергия

$$\begin{aligned} \vec{F} = m \frac{d\vec{V}}{dt} &\longrightarrow (\vec{F}, d\vec{r}) = m \left(\frac{d\vec{V}}{dt}, d\vec{r} \right) \\ dA = (\vec{F}, d\vec{r}) &\quad \left(\frac{d\vec{V}}{dt}, d\vec{r} \right) = \left(d\vec{V}, \frac{d\vec{r}}{dt} \right) = (d\vec{V}, \vec{V}) = VdV \\ dA = mVdV &= d\left(mV^2/2\right) = dT \\ T = m \int_0^V VdV &= \frac{mV^2}{2} \quad T > 0 \end{aligned}$$

Кинетическая энергия – энергия механического движения

Теорема Кёнига.

Кинетическая энергия системы материальных точек есть энергия движения центра масс плюс энергия движения относительно центра масс.

Силовые поля

Если на частицу в каждой точке пространства действует сила, то можно ввести в рассмотрение понятие поле силы

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}, t)$$

Стационарное поле

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{r})$$

Однородное поле

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}) = \text{const}$$

Поля, в которых работа силы не зависит от траектории, называются потенциальными.

В потенциальных полях работа сил на любом замкнутом контуре равна нулю

$$\oint dA = 0$$

Силы, поля которых потенциальны, называются консервативными. В противном случае силы называются диссипативными.

Потенциальная энергия

Переместим материальную точку из начала координат в точку с радиус вектором \vec{r}

$$A(\vec{r}) = \int_0^{\vec{r}} (\vec{F}, d\vec{r}) = U(\vec{r})$$

Переместим частицу из точки 1 в 2 через 0.

$$A_{12} = A_{10} + A_{02} = A_{10} - A_{20} = U_1 - U_2$$


Работа сил поля при перемещении частицы равна убыли потенциальной энергии

$$dA = -dU$$

Потенциальная энергия

Потенциальная энергия - механическая энергия системы тел, которая определяется характером сил взаимодействия между ними и их взаимным расположением.

$$U = -\int dA = -\int (\vec{F}, d\vec{r})$$

Потенциальная энергия всегда определяется с точностью до константы.

Потенциальная энергия

Потенциальная энергия в поле силы тяжести

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

$$U = -\int dA = -\int (\vec{F}, d\vec{r})$$

$$U(y) = mgy + C$$

Ось направлена вертикально вверх, ускорение свободного падения вниз.

Потенциальная энергия упругих сил

$$F = -kx$$

$$U = \int kx dx = kx^2 / 2$$

Закон сохранения энергии

Полная механическая энергия

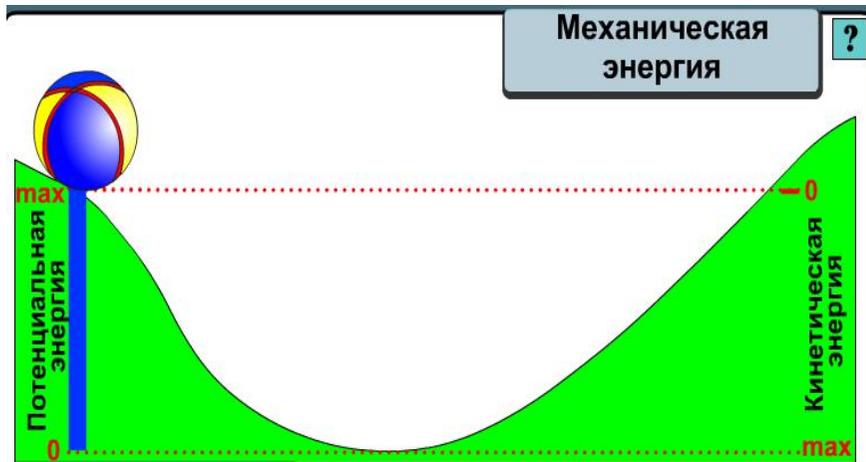
$$E = T + U$$

$$m_i \frac{d\vec{V}_i}{dt} = \vec{F}_i + \vec{f}_i \quad d\vec{r}_i = \vec{V}_i dt$$
$$m_i \left(\frac{d\vec{V}_i}{dt}, \vec{V}_i dt \right) = m_i (\vec{V}_i, d\vec{V}_i) = d \left(m_i V_i^2 / 2 \right) = dT_i$$
$$(\vec{F}_i, d\vec{r}_i) = dA_i^\circ$$
$$(\vec{f}_i, d\vec{r}_i) = -dU_i$$

$$dT_i = -dU_i + dA_i^\circ \quad \longrightarrow \quad d(T + U) = dA^\circ$$

Пусть $dA^\circ = 0$ Тогда $T + U = const$

Закон сохранения энергии



Полная механическая энергия консервативной системы остаётся постоянной.

$$T + U = const$$

Закон сохранения энергии — в изолированной физической системе энергия сохраняется с течением времени.

С фундаментальной точки зрения, закон сохранения энергии является следствием однородности времени.

Удар

взаимодействие движущихся тел, временем которого можно пренебречь.

- ✓ абсолютно упругий;
- ✓ неупругий;
- ✓ абсолютно неупругий.

Абсолютно упругий удар – столкновение двух тел, в результате которого во взаимодействующих телах не остается деформаций, а суммарная кинетическая энергия не меняется.

Выполняется закон сохранения энергии и импульса.

Абсолютно неупругий удар – столкновение двух тел, после которого они движутся совместно.

Выполняется закон сохранения импульса.