Министерство образования и науки Российской Федерации

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

53
К 321

№ 3224

КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА, ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА, ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

Методическое пособие
для студентов дневного отделения РЭФ, ФЭН, ФТФ

НОВОСИБИРСК
2006

УДК 530.145.6+539.2+539.14] (07)
К 321

Составители: *К.Л. Заринг*, канд. физ.-мат. наук, доц.,
О.В. Кибис, д-р физ.-мат. наук, проф.,
В.Ф. Ким, канд. физ.-мат. наук, доц.,
В.М. Любимский, канд. физ.-мат. наук, доц.,
Ю.В. Соколов, канд. техн. наук, доц.,
В.Н. Холявко, канд. физ.-мат. наук, доц.,
Г.С. Шауро, канд. техн. наук, доц.

Рецензент *С.В. Спутай*, канд. техн. наук, доц.

Работа подготовлена на кафедре прикладной
и теоретической физики

**КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА, ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА,
ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА**

Методическое пособие

Редактор *Т.П. Петроченко*
Технический редактор *Н.В. Гаврилова*
Корректор *И.Е. Семенова*
Компьютерная верстка *Г.И. Якименко*

Подписано в печать 24.11.2006. Формат 60 x 84 1/16. Бумага офсетная
Тираж 500 экз. Уч.-изд. л. 2,55. Печ. л. 2,75. Изд. № 170
Заказ № Цена договорная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630092, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20

ВВЕДЕНИЕ

В пособии приведены задачи для самостоятельного решения студентами дневных отделений РЭФ, ФЭН, ФТФ по разделам курса общей физики «Квантовая механика», «Физика твердого тела», «Физика атомного ядра».

В начале пособия приведен теоретический материал, по каждому из разделов имеются примеры решения задач по тем темам, по которым предлагаются задачи для самостоятельного решения.

Задачи для самостоятельного решения представлены в виде десяти вариантов по десять задач в каждом. Кроме того, приведены варианты заданий по эффекту Холла и полупроводниковому диоду, а также вариант письменного экзаменационного задания. В конце пособия помещены таблицы некоторых физических величин и физические константы.

Для самостоятельного изучения материала по указанным разделам приведен список рекомендуемой литературы.

1. КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА

1.1. Волновые свойства вещества

В 1924 году Луи де Бойль выдвинул гипотезу, согласно которой волновыми свойствами обладают не только фотоны, но и электроны. Длина волны движущегося электрона равна

$$\lambda = \frac{h}{p}, \tag{1.1}$$

где h – постоянная Планка; p – импульс частицы.

В нерелятивистском случае импульс равен

$$\mathbf{p} = m\mathbf{V}, \tag{1.2}$$

а при скоростях $\mathbf{V}$, сравнимых со скоростью света c:

$$\mathbf{p} = \frac{m\mathbf{V}}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}}.$$

Впоследствии было экспериментально подтверждено, что волновыми свойствами обладают не только электроны, но и атомы и даже молекулы.

Пример 1.1. На две тонкие щели, расположенные друг от друга на расстоянии d = 5 мкм, падает пучок электронов с энергией E_k = 1 эВ. На расстоянии L = 5 м от щелей находится экран. Каково расстояние между соседними минимумами на экране?

Решение. Так как кинетическая энергия электрона значительно меньше его энергии покоя E_0 = 0,512 МэВ, релятивистский эффект можно не учитывать и импульс электрона согласно (1.2) равен

$$p = \sqrt{2E_k m_e} = \sqrt{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 5{,}3 \cdot 10^{-25} \text{ кг·м/с}.$$

Используя выражение (1.1), находим λ:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{5{,}9 \cdot 10^{-25} \ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}} = 1{,}24 \cdot 10^{-9} \text{ м}.$$

При интерференции волн от двух когерентных источников положение минимумов на экране определяется отношением

$$x = \left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda L}{d},$$

где $m = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Расстояние между двумя соседними минимумами равно:

$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{\lambda L}{d} = \frac{1{,}24 \cdot 10^{-9} \cdot 5}{5 \cdot 10^{-6}} = 1{,}24 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Ответ: $\Delta x = 1{,}24$ мм.

1.2. Принцип неопределенности Гейзенберга

В 1927 году Гейзенберг сформулировал принцип неопределенности, согласно которому произведение неопределенностей сопряженных переменных $\Delta p_x \Delta X$ и $\Delta E \Delta t$ не может быть по порядку величин меньше, чем $\hbar$. Это означает, что положение частицы не может быть определено точнее, чем

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{\Delta p_x}, \quad \Delta y \geq \frac{\hbar}{\Delta p_y}, \quad \Delta z \geq \frac{\hbar}{\Delta p_z}, \qquad (1.3)$$

где – $\hbar = \dfrac{h}{2\pi} = 1{,}054 \cdot 10^{-34}$ Дж · с; p_x, p_y и p_z – проекции импульса частицы на осях x, y и z соответственно.

П р и м е р 1.2. Частица движется вдоль оси x. При этом ее скорость определена с точностью $\Delta V_x = 10^{-3}$ м/с. Оценить неопределенность координаты ΔX: а) электрона, б) протона, в) дробинки массой 10^{-4} кг. Масса электрона равна $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг, масса протона $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг.

Р е ш е н и е. Неопределенность координаты связана с неопределенностью импульса соотношением $\Delta p_x \Delta X \geq \hbar$, из которого следует

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{m\Delta V_x}.$$

Неопределенность координаты:

а) электрона

$$\Delta x \geq \frac{1.054 \cdot 10^{-34}}{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-3}} = 0{,}116 \text{ м};$$

б) протона

$$\Delta x \geq \frac{1{,}054 \cdot 10^{-34}}{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 10^{-3}} = 6.3 \cdot 10^{-5} \text{ м};$$

в) дробинки

$$\Delta x \geq \frac{1{,}054 \cdot 10^{-34}}{10^{-4} \cdot 10^{-3}} = 1{,}054 \cdot 10^{-27} \text{ м}.$$

1.3. Уравнение Шредингера

Одномерное стационарное уравнение Шредингера, описывающее движение микрообъектов, имеет вид

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\Psi = 0, \tag{1.4}$$

где Ψ – волновая функция; E – полная энергия частицы; U – потенциальная энергия частицы.

Квадрат модуля волновой функции равен плотности вероятности нахождения частицы в соответствующем месте пространства. Вероятность того, что частица будет обнаружена в пределах объема dV равна:

$$dW = |\Psi|^2 \, dV. \tag{1.5}$$

Для частицы, находящейся в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками и шириной L, решением уравнения Шредингера является волновая функция:

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \cdot \sin\frac{n\pi x}{L}, \qquad (1.5)$$

где n = 1, 2, 3, …

Энергия частицы в этом случае имеет дискретные значения, равные

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2mL^2}. \qquad (1.6)$$

При переходе частицы с одного дискретного (k-уровня) на другой (n-уровень) выделяется или поглощается квант энергии с частотой:

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = \left|\frac{E_k - E_n}{h}\right|. \qquad (1.7)$$

Вероятность обнаружения частицы в интервале от x_1 до x_2 определяется выражением

$$W = \int_{x_1}^{x_2} \left|\Psi(x)\right|^2 dx. \qquad (1.8)$$

Пример 1.3. Для электрона, находящегося в одномерной потенциальной яме шириной $L = 7\cdot10^{-9}$ м, определить:

а) W – вероятность его обнаружения в интервале от $x_1 = 0{,}3L$ до $x_2 = 0{,}8L$ при $n = 1$;

б) частоту светового кванта при переходе электрона из состояния $n_2 = 6$ в состояние $n_1 = 1$.

Решение. Используя соотношение (1.8) находим

$$W = \int_{0,3L}^{0,8L} \frac{2}{L} \cdot \sin^2\left(\frac{\pi x}{L}\right) dx = 0{,}803.$$

Исходя из соотношения (1.6) и (1.7) получим

$$\nu = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2 h}\left(n_2{}^2 - n_1{}^2\right) = \frac{\pi^2 \cdot \left(1{,}054\cdot10^{-34}\right)^2 \cdot 35}{2\cdot 9{,}1\cdot10^{-31}\cdot 6{,}625\cdot10^{-34}\cdot 49\cdot10^{-18}} =$$

$$= 2.07\cdot10^{13}\,\text{Гц}.$$

Ответ: $W = 0{,}803$, $\nu = 2{,}07\cdot10^{13}$ Гц.

1.4. Состояние электрона в атоме водорода

Если электрон находится в атоме, то его состояние необходимо описывать четверкой квантовых чисел: n, l, m_l, s.

Главное квантовое число – n = 1, 2, 3, 4,… Оно определяет энергию электрона в поле ядра. Главное квантовое число определяет номер, порядок слоя электронов в сложных атомах. Электроны с одним и тем же главным квантовым числом образуют электронную оболочку.

Орбитальное квантовое число l определяет возможные значения модуля момента импульса электрона. Для электронов, находящихся в данной оболочке, т.е. с заданным главным квантовым числом n, l может принимать значения: 0, 1, 2, …, (n –1), всего n значений. Подоболочки для l = 0, 1, 2, 3 обозначаются соответственно s, p, d и f.

Магнитное орбитальное квантовое число m_l определяет возможные значения проекции орбитального механического и магнитного моментов электрона на некоторое направление. При заданном значении l число m_l может принимать значения:

$m_e = -l, -(l-1)\ldots-1, 0, 1\ldots(l-1). l$. Всего $(2l + 1)$ значений.

Спиновое квантовое число s определяет собственный механический момент электрона. Значения, которые может принимать s, равны $\pm$ 1/2.

Энергия электрона в атоме водорода может принимать только дискретные отрицательные значения

$$E_n = -\frac{e^4 m_e}{8h^2 \varepsilon_0{}^2 n^2}, \quad n = 1, 2, \ldots \tag{1.9}$$

При n = 1, E_1= –13,6 эВ

$$E_n = \frac{E_1}{n^2}.$$

При переходе электрона в атоме водорода с одной стационарной орбиты на другую испускается или поглощается квант энергии с циклической частотой ω, которую находят по формуле

$$\omega = R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

где $R = 2{,}07 \cdot 10^{16}$ с$^{-1}$ – постоянная Ридберга; n и k – номера уровней энергии.

1.5. Сложные атомы

Энергия электронов, выраженная через главное квантовое число, дается простым выражением только для атома водорода или водородоподобного иона:

$$E_n = \frac{E_1 Z^2}{n^2},$$

где $E_1 = -13{,}6$ эВ – энергия электрона при $n = 1$ согласно (1.9); Z – заряд ядра.

Для других, более сложных атомов первой группы таблицы Менделеева термы с большой точностью можно представить эмпирической формулой

$$T_n = \frac{R}{(n+\alpha)^2},$$

а следовательно,

$$E_n = \frac{E_1}{(n+\alpha)^2}, \qquad (1.10)$$

где α – дробное число, называемое ридберговской поправкой.

Для различных щелочных металлов поправки имеют различные значения. Для натрия эти значения равны

$$s = -1{,}35, \;\; p = -0{,}87, \;\; d = -0{,}01, \;\; f = 0{,}00.$$

При переходе электрона из состояния p на уровне энергии k в состояние s на уровень энергии n ($n < k$), частота испускаемого γ-кванта определяется соотношением

$$\omega = \left(\frac{R}{(n+s)^2} - \frac{R}{(k+p)^2}\right). \qquad (1.11)$$

Примеры решения задач

З а д а ч а 1. Энергия связи валентного электрона в атоме лития в состоянии $2s$ и $2p$ равна 5,39 и 3,54 эВ. Вычислить ридберговские поправки для s и p термов этого атома.

Р е ш е н и е. Так как энергия связи равна модулю энергии электрона в атоме, используя выражения (1.10) и (1.11), получим

$$E_{\text{св}2s} = \frac{|E_1|}{(n+s)^2}.$$

Подставляя $|E_1|$ = 13,6 эВ, n = 2 в уравнение для $E_{\text{св}2s}$, получаем

$$\frac{13,6}{(2+s)^2} = 5,39,$$

откуда находим

$$s = \sqrt{\frac{13,6}{5,39}} - 2 = -0,41.$$

Аналогично для p-термов:

$$\frac{13,6}{(2+p)^2} = 3,54,$$

откуда находим

$$p = \left(\sqrt{\frac{13,6}{3,54}} - 2\right) = -0,04.$$

Ответ: s= –0,41, p= –0,04.

Задача 2. Определить длину волны спектральной линии, возникающей при переходе возбужденных атомов лития из состояния 3s в состояние 2p.

Решение. Используя выражение (1.11) и результаты предыдущей задачи, находим

$$\omega = \frac{R}{(2+p)^2} - \frac{R}{(3+s)^2} = 2,07 \cdot 10^{16}\left(\frac{1}{(2-0,04)^2} - \frac{1}{(3-0,41)^2}\right) =$$

$$= 2,3 \cdot 10^{15}\,\frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Длина волны спектральной линии равна

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^8}{2,29 \cdot 10^{-15}} = 8,2 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Ответ: λ = 820 нм.

1.6. Вращательные и колебательные спектры молекул

В первом приближении отдельные виды молекулярных движений (движение электронов, колебание и вращение молекулы) можно считать независимыми друг от друга. Поэтому полная энергия молекулы может быть представлена в виде суммы электронной (E_e), колебательной (E_u) и вращательной (E_r) энергий:

$$E = E_e + E_u + E_r.$$

Колебательная энергия молекулы может принимать следующие дискретные значения:

$$E_u = \left(u + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_u,$$

где u – колебательное квантовое число u = 0, 1, 2, 3,…; ω_u – циклическая частота осциллятора.

Вращательные энергии молекул также могут принимать только дискретные значения, равные

$$E_r = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2I} = \frac{(\omega_r I)^2}{2I} = \frac{M^2}{2I} = \frac{\omega_r{}^2 I}{2}, \qquad (1.12)$$

где J = 0, 1, 2, 3, ...– вращательное квантовое число; I – момент инерции молекулы относительно оси, проходящей через центр инерции; $M = I\omega_r$ – момент импульса системы.

З а д а ч а 1. Найдите угловую скорость вращения молекулы водорода на первом возбужденном уровне, если расстояние между атомами d = 0,74 Å.

Р е ш е н и е. Исходя из соотношения (1.12) при J = 1 получим

$$E_r = \frac{\hbar^2}{I} = \frac{I\omega_r{}^2}{2},$$

m – масса атома водорода. Откуда $\omega_r = \frac{\hbar}{I}\sqrt{2}$.

Учитывая, что $I = 2m\left(\frac{d}{2}\right)^2$, окончательно получим

$$\omega_r = \frac{2\sqrt{2}\hbar}{md^2} = \frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot 1,054\cdot 10^{-34}\ \text{Дж}\cdot\text{с}}{1,67\cdot 10^{-27}\text{кг}\left(0,72\cdot 10^{-10}\right)^2} = 3,2\cdot 10^{13}\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Здесь m – масса атома водорода.

Ответ: $\omega_r = 3,2\cdot 10^{13}\,\frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

З а д а ч а 2. Определить для молекулы HCl вращательные квантовые числа двух соседних уровней, разность энергий которых ΔE = $= 7,86\cdot 10^{-3}$ эВ, а расстояние между ядрами $d = 1,275\cdot 10^{-8}$ см.

Р е ш е н и е. Используя выражение (1.12), найдем ΔE между двумя уровнями $(J + 1)$ и J:

$$\Delta E = \frac{\hbar^2}{2I}(J+1)(J+2) - \frac{\hbar^2}{2I}J(J+1) = \frac{\hbar^2}{I}(J+1).$$

Момент инерции молекулы HCl равен

$$I = m_c d^2,$$

где m_c – приведенная масса, равная

$$m_c = \frac{m_H m_{Cl}}{m_H + m_{Cl}} = \frac{35,5 m_H{}^2}{36,5 m_H} = \frac{35,5 m_H}{36,5},$$

$$m_H = 1,67\cdot 10^{-27}\ \text{кг}.$$

Исходя из формулы для ΔE получим

$$(J+1) = \frac{\Delta E m_c d^2}{\hbar^2},$$

$$(J+1) = \frac{7,8610^{-3}\cdot 1,6\cdot 10^{-19}\cdot 35,5\cdot 1,67\cdot 10^{-27}\cdot\left(1,275\cdot 10^{-10}\right)^2}{\left(1,054\cdot 10^{-34}\right)^2\cdot 36,5} \cong 3,$$

$J + 1 = 3$, $J = 2$.

Ответ: $J + 1 = 3$, $J = 2$.

2. ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

2.1. Распределение Ферми

Классическая функция распределения Максвелла неприменима к описанию распределения электронов по энергиям в твердом теле, поскольку не учитывает наличие у электрона волновых свойств. В рамках квантовой механики вероятность обнаружения электрона с энергией E при температуре T описывается функцией распределения Ферми–Дирака, имеющей вид:

$$f(E,T)=\frac{1}{\exp\left(\frac{E-E_{\mathrm{F}}}{kT}\right)+1}, \tag{2.1}$$

где E_{F} – уровень Ферми (энергия Ферми). Энергия Ферми – это максимальная энергия, которую может иметь электрон при $T = 0$, причем при нулевой температуре все энергетические уровни ниже уровня Ферми полностью заняты электронами.

Число электронов в единице объема, находящихся ниже определенного уровня энергии E_k , определяется соотношением

$$n(E_k)=\int_0^{E_k} N(E)\,f(E,\ T)dE\ ,$$

где

$$N(E)=4\pi\left(\frac{2m}{h^2}\right)^{3/2} E^{1/2}$$

есть плотность электронных состояний на единицу объема. Число электронов в единице объема, находящихся ниже энергии E_k при T = 0 K, равно

$$n(E_k)=\int_0^{E_k} 4\pi\left(\frac{2m}{h^2}\right)^{3/2} E^{1/2}dE=\frac{8\pi}{3}\left(\frac{2m}{h^2}\right)^{3/2} E_k^{3/2}. \tag{2.2}$$

Полная концентрация электронов при нулевой температуре равна

$$n=n(E_{\mathrm{F}})=\frac{8\pi}{3}\left(\frac{2m}{h^2}\right)^{3/2} E_{\mathrm{F}}^{3/2}. \tag{2.3}$$

П р и м е р 2.1. Определить, какая часть свободных электронов при $T = 0$ К имеет энергию, меньшую половины энергии Ферми.

Р е ш е н и е. Используя выражения (2.2) и (2.3), найдем отношение

$$\frac{n(E_\mathrm{F}/2)}{n} = \frac{(E_\mathrm{F}/2)^{3/2}}{E_\mathrm{F}^{3/2}} = (1/2)^{3/2}.$$

Ответ: $\dfrac{n(E_\mathrm{F}/2)}{n} = (1/2)^{3/2}$.

2.2. Собственный полупроводник

Распределение Ферми–Дирака для электронов в собственном полупроводнике описывается выражением (2.1), где в качестве начала отсчета энергии выбрано дно зоны проводимости. Распределение Ферми–Дирака для дырок имеет вид

$$f_p(E,\ T) = 1 - f(E,\ T) = \frac{1}{\exp\left(\dfrac{E_\mathrm{F} - E}{kT}\right) + 1}.$$

Концентрации электронов n в зоне проводимости и дырок p в валентной зоне определяются выражениями

$$n = N_c \exp\left(\frac{E_\mathrm{F} - E_c}{kT}\right); \tag{2.4}$$

$$p = N_v \exp\left(\frac{E_v - E_\mathrm{F}}{kT}\right), \tag{2.5}$$

где E_c – энергия дна зоны проводимости, E_v – энергия потолка валентной зоны, а эффективные плотности состояний для зоны проводимости (N_c) и для валентной зоны (N_v) есть

$$N_c = 2\left(\frac{2\pi m_n kT}{h^2}\right)^{3/2}, \tag{2.6}$$

$$N_v = 2\left(\frac{2\pi m_p kT}{h^2}\right)^{3/2}, \tag{2.7}$$

где m_n – эффективная масса электронов в зоне проводимости, а m_p – эффективная масса дырок в валентной зоне.

Из (2.4)–(2.7) следует, что произведение концентраций электронов и дырок

$$n_i^2 = np = N_c N_v \exp\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right), \tag{2.8}$$

где $\Delta E = E_c - E_v$ – ширина запрещенной зоны полупроводника. Необходимо отметить, что соотношения (2.4)–(2.8) справедливы не только для собственного полупроводника, но и для примесного.

Энергия Ферми в собственном полупроводнике

$$E_\text{F} = \frac{E_c + E_v}{2} - \frac{kT}{2}\ln\frac{N_c}{N_v}. \tag{2.9}$$

Удельная проводимость собственного полупроводника определяется выражением

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right).$$

П р и м е р 2.2. Найти положение уровня Ферми в собственном германии при T = 100 К.

Р е ш е н и е. Выберем в качестве начала отсчета энергии потолок валентной зоны. Тогда из соотношений (2.6), (2.7) и (2.9) получаем:

$$E_\text{F} = \frac{\Delta E}{2} - \frac{3kT}{4}\ln\frac{m_n}{m_p}.$$

В таблице параметров полупроводниковых материалов, приведенной в конце данного методического пособия, находим, что для германия ΔE = 0,74 эВ, а $m_n / m_p = 0{,}56/0{,}37 = 1{,}5$. Тогда из полученного выражения для энергии Ферми следует, что E_F = 0,36 эВ.

Ответ: E_F = 0,36 эВ.

2.3. Примесный полупроводник

Концентрация неосновных носителей заряда n в примесном полупроводнике при высоких температурах связана с собственной концентрацией носителей n_i и концентрацией примеси N соотношением

$$n = \frac{n_i^2}{N}.$$

Удельная проводимость примесного полупроводника при низких температурах равна

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_\text{a}}{2kT}\right), \tag{2.10}$$

где E_a – энергия активации примеси.

Энергия Ферми в донорном полупроводнике при низких температурах находится по формуле

$$E_\text{F} = E_c - \frac{E_d}{2} + \frac{kT}{2}\ln\frac{N_d}{N_c}, \tag{2.11}$$

где N_d – концентрация донорной примеси; E_d – энергия активации донорной примеси. Положение уровня Ферми в акцепторном полупроводнике при низких температурах определяется соотношением

$$E_\text{F} = E_v + \frac{E_\text{a}}{2} - \frac{kT}{2}\ln\frac{N_\text{a}}{N_v},$$

где N_a – концентрация акцепторной примеси; E_a – энергия активации акцепторной примеси.

Пример 2.3. Примесный полупроводник находится при температуре $T_1 = 77$ К. Увеличение температуры в четыре раза приводит к увеличению проводимости в два раза. Найти энергию активации примеси.

Решение. Из (2.10) получаем

$$\sigma_1 = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_\text{a}}{2kT_1}\right) \text{ и } \sigma_2 = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_\text{a}}{2kT_2}\right),$$

причем по условию задачи $T_2/T_1 = 4$ и $\sigma_2/\sigma_1 = 2$. Отсюда следует соотношение

$$2 = \exp\left(\frac{3E_\text{a}}{8kT_1}\right),$$

так что энергия активации примеси

$$E_\text{a} = \frac{8kT_1}{3}\ln 2 = 18 \text{ мэВ}.$$

Ответ: $E_\text{a} = 18$ мэВ.

2.4. Полупроводниковый диод

Основным элементом многих полупроводниковых приборов (в частности, диода) является p–n-переход. Он представляет собой тонкий слой на границе между двумя областями кристалла, отличающимися типом примесной проводимости. В связи с наличием разности концентраций в области контакта двух сред с p- и n-типами проводимости возникает диффузия дырок в n-полупроводник и диффузия электронов в p-полупроводник. Это, в свою очередь, приводит к возникновению контактной разности потенциалов U_0 (потенциального барьера), величина которого определяется первоначальной разностью положений уровней Ферми в n- и p-областях:

$$U_0 = \frac{E_{\mathrm{F}_n} - E_{\mathrm{F}_p}}{e}. \tag{2.12}$$

Если внешнее электрическое поле, приложенное к переходу, совпадает по направлению с внутренним, то высота барьера увеличивается и ток очень мал. Если внешнее поле направлено против внутреннего, то высота барьера уменьшается и ток резко возрастает. Поэтому зависимость протекающего через диод тока I от приложенного к диоду напряжения U имеет экспоненциальный вид:

$$I = I_0\left(\exp\frac{eU}{kT} - 1\right).$$

П р и м е р 2.4. При температуре $T = 0$ K определить высоту потенциального барьера, возникающего при контакте собственного германия и германия, легированного фосфором.

Р е ш е н и е. Германий, легированный фосфором, является донорным полупроводником, причем из приведенной в конце пособия таблицы следует, что энергия активации этой донорной примеси E_d = = 12 мэВ. Тогда из (2.11) получаем $E_{\mathrm{F}_n} = E_c - E_d/2$. Согласно (2.9), положение уровня Ферми в собственном германии при нулевой температуре определяется выражением

$$E_{\mathrm{F}_i} = \frac{E_c + E_v}{2}.$$

Тогда, согласно (2.12), высота потенциального барьера равна

$$U_0 = \frac{E_{\mathrm{F}_n} - E_{\mathrm{F}_i}}{e} = \frac{\Delta E - E_d}{2e} = \frac{0{,}74 - 0{,}012}{2}\ \text{В}.$$

Ответ: U_0 = 0,36 В.

2.5. Эффект Холла

Эффектом Холла называется возникновение разности потенциалов в проводнике с током I при наличии внешнего магнитного поля **B** (ток не параллелен **B**) в направлении, перпендикулярном к направлению магнитного поля и направлению тока. Величина этой холловской разности потенциалов определяется выражением

$$U_{\text{H}} = R_{\text{H}} \frac{BI}{d}, \tag{2.13}$$

где d – толщина проводящей пластинки в направлении приложения магнитного поля, а R_{H} — постоянная Холла. Если в проводнике носители заряда одного знака и полупроводник вырожден, то

$$R_{\text{H}} = \frac{1}{en}, \tag{2.14}$$

где n – концентрация носителей заряда. Если проводимость осуществляется как электронами, так и дырками, то величина постоянной Холла определяется как

$$R_{\text{H}} = \left| \frac{1}{e} \frac{p\mu_p - n\mu_n}{\left(p\mu_p + n\mu_n\right)^2} \right|,$$

где μ_n и μ_p – подвижности электронов и дырок соответственно.

Пример 2.5. Образец донорного полупроводника имеет форму куба с ребром a = 5 мм и помещен в магнитное поле B =1 Тл. При протекании тока I = 50 мА величина холловской разности потенциалов U_{H} = 6 мВ. Найти концентрацию электронов в полупроводнике.

Решение. Из (2.13) и (2.14) получаем выражение для концентрации электронов

$$n = \frac{IB}{eaU_{\text{H}}} = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{-3}} \text{ м}^{-3}.$$

Ответ: $n \approx 10^{22}$ м$^{-3}$.

3. ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

3.1. Составные части ядра и их обозначения. Ядерные реакции

Атом электрически нейтрален, поэтому число протонов в ядре равно числу электронов в атомной оболочке, т. е. зарядовому числу Z. Общее число нуклонов (т.е. протонов и нейтронов) в ядре обозначается A и называется массовым числом $A = Z + N$ (N – количество нейтронов). Ядро обозначается символом

$$^{A}_{Z}X,$$

где X – символ химического элемента.

Ядра с одним и тем же Z и разными A называются изотопами, а ядра с одинаковыми A, но разными Z – изобарами. В случае ядерных взаимопревращений (ядерных реакций) имеет место закон сохранения заряда Z и числа нуклонов A:

$$\sum_i Z_i = \sum_j Z_j, \quad \sum_i A_i = \sum_j A_j. \qquad (3.1)$$

Наиболее распространенным видом ядерной реакции является реакция, записываемая символически следующим образом:

$$X + a \to Y + b \text{ или } X(a,\ b)Y,$$

где X и Y – исходное и конечное ядра; a и b – бомбардирующая и испускаемая (или испускаемые) в ядерной реакции частицы.

П р и м е р 3.1. Допишите ядерную реакцию

$$^{55}_{25}\mathrm{Mn} + \ldots \to {}^{55}_{26}\mathrm{Fe} + {}^{1}_{0}n.$$

Р е ш е н и е. Исходя из соотношений (3.1) получим

$$^{55}_{25}\mathrm{Mn} + {}^{1}_{1}p \to {}^{55}_{26}\mathrm{Fe} + {}^{1}_{0}n.$$

3.2. Радиоактивный распад

В процессе ядерных реакций происходят следующие виды распадов:

α-распад, который протекает по схеме

$$^{A}_{Z}X \to {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}\mathrm{He}; \qquad (3.2)$$