

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Часть 1

Лабораторный практикум по курсу общей физики
для студентов 1–2 курсов РЭФ, ФЭН, ФТФ, ИДО
всех направлений подготовки и всех форм обучения

УДК 537(076.5)
Э 454

Составители: канд. физ.-мат. наук, доц. *В.Ф. Ким*,
канд. физ.-мат. наук, доц. *Э.А. Кошелев*

Рецензент: канд. пед. наук, доц. *Л.П. Панасенко*

Работа подготовлена на кафедре
прикладной и теоретической физики

ВВЕДЕНИЕ

1. Класс точности приборов и максимальные приборные погрешности

Приборы могут нормироваться по разным видам погрешностей. Для того чтобы заранее оценивать погрешность, которую вносит данное средство измерения (прибор) в конечный результат, пользуются так называемыми нормированными значениями погрешности. Под *нормированными значениями* понимают погрешности, являющиеся предельными для данного типа средства измерения.

Обобщенной метрологической характеристикой средств измерения является *класс точности*, который определяет допустимые пределы всех погрешностей, а также все другие свойства, влияющие на точность средств измерений. Чаще всего встречаются три типа классов точности.

Класс точности прибора задан в виде относительной погрешности δ :

$$\delta = \frac{\Delta_x}{x} \cdot 100\% . \quad (1)$$

Тогда предел допускаемой приборной погрешности (*максимальная приборная погрешность*) равен

$$\Delta_x = \delta \frac{x}{100} . \quad (2)$$

Данный вид класса точности указывают на приборе внутри кружочка, например $\textcircled{1,5}$.

Класс точности прибора задан в виде приведенной погрешности γ :

$$\gamma = \frac{\Delta_x}{x_N} \cdot 100\% , \quad (3)$$

где x_N – **нормирующее значение** измеряемой величины, которое **равно пределу измерения** x_{\max} для приборов с *нулевой отметкой на краю шкалы*. Если же нулевая отметка находится посередине шкалы, то нормирующее значение x_N равно протяженности диапазона измерений. Например, для амперметра со шкалой от -30 до $+60$ А величина $x_N = 60 - (-30) = 90$ А.

Предел допускаемой приборной погрешности (максимальная приборная погрешность) равен

$$\Delta_x = \gamma \frac{x_N}{100}. \quad (4)$$

Этот вид класса точности изображают на приборе числом *без изображения кружочка или подчеркивания*, например, просто **1,5**.

На приборах с *резко неравномерной шкалой* класс точности указывается в долях от длины шкалы и обозначается числом над уголком:

1,5


Класс точности задан в виде погрешности, определяемой двумя числами (α/β) (своеобразная форма относительной погрешности):

$$\delta = \left\{ \alpha + \beta \left(\frac{x_{\max}}{x} - 1 \right) \right\} [\%]. \quad (5)$$

Тогда предел допускаемой приборной погрешности (максимальная приборная погрешность) равен

$$\Delta_x = \{ (\alpha - \beta)x + \beta x_{\max} \} / 100. \quad (6)$$

Этот вид класса точности указывают на приборе в виде дроби, например 0,02/0,01.

Предельные приборные (инструментальные) погрешности Δ_x определяют лишь так называемые основные погрешности. В общем случае инструментальные погрешности зависят как от измеряемых величин (на одном диапазоне измерений прибора одна погрешность, на другом диапазоне измерения прибора – другая), так и от условий проведения измерений (рабочие условия могут заметно отличаться от нормальных, например, температура выходит за пределы (20 ± 5) °С,

относительная влажность вне предела 30–80 % и т. д.). В ответственных физических экспериментах правильный учет инструментальных погрешностей составляет отдельную задачу измерения.

В таблице приборов в качестве максимальной приборной погрешности указывают один из видов приведенных выше пределов допускаемой приборной погрешности. Например:

№	Наименование прибора	Фабричный №	Тип прибора или система	Класс точности	Пределы измерения	Цена деления	Максимальная приборная погрешность
1	Вольтметр	7388	Магнитоэлектрическая	1,0	(0... ...200) В	2 В	2 В
2							

2. Погрешность косвенных измерений

При косвенном измерении физической величины ее значение вычисляется по определенной формуле через величины, получаемые в результате прямых измерений.

Пусть некоторая физическая величина f является функцией величин x, y, z, \dots , которые определяются прямыми измерениями:

$$f = f(x, y, z, \dots). \quad (7)$$

Допустим также, что x, y, z, \dots распределены по нормальному закону (закону Гаусса) со среднеквадратичными отклонениями (СКО) $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \dots$ (обычно для случайных погрешностей это выполняется). Тогда, как доказано в теории ошибок, f также распределена по закону Гаусса с СКО, равным

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \sigma_x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \sigma_y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \sigma_z\right)^2 + \dots} \quad (8)$$

Здесь $\frac{\partial f}{\partial x}$ – частная производная функции $f(x, y, z, \dots)$ по x , т.е. производная, при вычислении которой все остальные аргументы функции, кроме x (т. е. y, z, \dots), считаются постоянными. Аналогичный смысл имеют частные производные по y, z, \dots

Наилучшим значением величины f при косвенном измерении является $\bar{f} = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots)$, где $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots$ – средние значения величин x, y, z, \dots

В случае, когда формула $f = f(x, y, z, \dots)$ содержит лишь знаки умножения (и деления) величин x, y, z, \dots в произвольных степенях: $f = Ax^\alpha y^\beta z^\gamma \dots$ (здесь A, α, β, γ – постоянные величины), формула для погрешности косвенного измерения выглядит особенно просто:

$$\sigma_f = \bar{f} \sqrt{\left(\alpha \frac{\sigma_x}{\bar{x}}\right)^2 + \left(\beta \frac{\sigma_y}{\bar{y}}\right)^2 + \left(\gamma \frac{\sigma_z}{\bar{z}}\right)^2 + \dots} \quad (9)$$

Предположим, что оценивается величина гравитационной силы взаимодействия двух небесных тел с массами m_1 и m_2 . Массы тел найдены с погрешностями σ_{m1}, σ_{m2} . Тогда среднее значение гравитационной силы находится по формуле

$$\bar{F} = \bar{G} \frac{\bar{m}_1 \bar{m}_2}{\bar{r}^2}, \quad (10a)$$

а погрешность этой оценки силы вычисляется по формуле

$$\sigma_F = \bar{F} \sqrt{\left(\frac{\sigma_G}{\bar{G}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{m1}}{\bar{m}_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{m2}}{\bar{m}_2}\right)^2 + \left(2 \frac{\sigma_r}{\bar{r}}\right)^2}. \quad (10б)$$

Эта формула учитывает тот факт, что при вычислении силы наверняка используется значение гравитационной постоянной $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$, которое приводится в простых таблицах физических постоянных. Между тем эта постоянная измерена на настоящий момент с большей точностью, чем это представлено в таблицах, а именно:

$$G = (6,6726 \pm 0,0008) \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2, \quad (11)$$

т. е. используемое значение величины G содержит *систематическую* погрешность порядка $\sigma_G = 3 \cdot 10^{-14} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$. Это обстоятельство и учитывает формула (10б).

3. Представление результатов измерений

Результаты измерений приводятся в таблицах измерений и графиках. В таблицы измерений записываются результаты *прямых измерений*, а также результаты *промежуточных вычислений*. Для всех величин указываются соответствующие размерности. Таблица измерений в обязательном порядке имеет последний, итоговый столбец, где приводятся результаты измерений с учетом погрешностей. При этом соблюдаются правила округления результатов измерений.

Окончательные результаты измерений приводятся также в выводах по лабораторной работе с указанием погрешности измерений.

При представлении результатов измерений следует руководствоваться следующими правилами округления числовых значений физических величин.

1. **Погрешность** результата измерения округляется *до одной* значащей цифры, если первая значащая цифра погрешности равна 3 и более.

2. **Погрешность** результата измерения округляется *до двух* значащих цифр, если первая значащая цифра погрешности 1 или 2.

3. **Среднее значение** результата измерения округляется *до того же десятичного разряда*, которым оканчивается округленное значение погрешности.

4. Округление производится лишь *в окончательном ответе* (в последнем, итоговом столбце таблиц измерений), а все предварительные вычисления проводят с одной-двумя запасными значащими цифрами.

Результат измерения одной и той же физической величины может быть представлен в различном виде в зависимости от значения погрешности измерений:

$$x = (3,6 \pm 0,3), \quad x = (3,57 \pm 0,06), \quad x = (3,574 \pm 0,013).$$

В первой и второй записях результата измерений *последняя цифра в среднем значении физической величины* («6» в первой записи, «7» – во второй записи) оказывается *сомнительной*, а остальные цифры являются *достоверными*. В третьей записи результата измерений сомнительными являются уже *две цифры* в среднем значении физической величины («7» и «4»).

4. Установление зависимостей физических величин

Когда устанавливается зависимость одной величины от другой и сравнивается с теоретически ожидаемой зависимостью, то обычной является практика построения линейных зависимостей. Одна из причин применения этого правила лежит в нашем восприятии: различить две близкие по форме кривые линии весьма непросто, а прямая линия легко «узнается» среди других линий.

Рассмотрим случай, когда *погрешность имеет только величина y* . На практике этот случай встречается довольно часто. Более общий случай требует усложнения процедуры обработки данных.

Пусть теоретическая модель предсказывает линейную зависимость. Задача состоит в том, чтобы «через» экспериментальные точки провести *наилучшим образом* прямую линию и сравнить с теоретически ожидаемой зависимостью.

Пусть искомая наилучшая прямая имеет вид

$$y = ax + b, \quad (12)$$

где угловой коэффициент (тангенс угла наклона) a и величина смещения b подлежат определению с некоторыми среднеквадратичными погрешностями σ_a и σ_b .

Метод наименьших квадратов – один из стандартных методов математической статистики. В этом методе наилучшие значения параметров прямой a и b находятся из условия минимума суммы квадратов величин отклонений $d_i = y_i - (ax_i + b)$:

$$S = \sum (y_i - ax_i - b)^2. \quad (13)$$

Метод минимизации суммы квадратов отклонений, предложенный еще Лежандром в 1806 г. сводится к решению системы уравнений

$$\frac{\partial S}{\partial a} = \sum \{-2x_i(y_i - ax_i - b)\} = 0, \quad (14)$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = \sum \{-2(y_i - ax_i - b)\} = 0. \quad (15)$$

Решение системы уравнений несложно. Результаты получаются следующие.

- *Наилучшая прямая* проходит через центр тяжести всех экспериментальных точек, т.е. через точку с координатами:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i. \quad (16)$$

- Параметры a и b наилучшей прямой равны

$$a = \frac{\sum (x_i - \bar{x})y_i}{D}, \quad b = \bar{y} - a\bar{x}, \quad D = \sum (x_i - \bar{x})^2. \quad (17)$$

Математическая статистика дает также среднеквадратичные погрешности в определении параметров a и b :

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{\sum (y_i - ax_i - b)^2}{(n-2)D}}, \quad \sigma_b = \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{D}\right) \frac{\sum (y_i - ax_i - b)^2}{(n-2)}} \quad (18)$$

Если согласно теоретической модели ожидаемая прямая проходит через начало координат, т.е.

$$y = kx, \quad (19)$$

то наилучшее значение углового коэффициента k и его среднеквадратичная погрешность σ_k определяются соотношениями

$$k = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2}, \quad \sigma_k = \sqrt{\frac{\sum (y_i - ax_i)^2}{(n-1)x_i^2}}. \quad (20)$$

Приведенные формулы не требуют собственно построения графика. Они дают строгий аналитический способ статистической обработки экспериментальных данных.

Существует *упрощенный способ* оценки параметров наилучшей прямой по данным, представленным на графике, который работает тем лучше, чем больше имеется экспериментальных точек на графике (более 15–20 точек).

Для определения погрешностей σ_a , σ_b и σ_k поступим следующим образом. «Рабочий участок» оси абсцисс (участок, на котором расположены экспериментальные точки) разбиваем на три равные части и в дальнейшем не будем обращать внимание на *среднюю* ее часть.

Поворачиваем наилучшую прямую линию вокруг центра тяжести (\bar{x}, \bar{y}) таким образом, чтобы на левом участке выше прямой оказалось вдвое больше экспериментальных точек, чем под ней, а на правом участке – наоборот. Затем поворачиваем прямую таким образом, чтобы на левом участке ниже прямой оказалось вдвое больше экспериментальных точек, чем над ней, а на правом участке – наоборот. Обозначим разницу в угловых коэффициентах через Δa . Тогда

$$\sigma_a = \Delta a / \sqrt{n} . \quad (21)$$

Теперь *смещаем* наилучшую прямую вниз *параллельно самой себе* таким образом, чтобы над ней было вдвое больше точек, чем под ней. Затем смещаем прямую вверх параллельно самой себе таким образом, чтобы под ней было вдвое больше точек, чем над ней. Обозначим разницу в величине смещения через Δb . Тогда

$$\sigma_b = \Delta b / \sqrt{n} . \quad (22)$$

Если согласно теоретической модели ожидаемая прямая проходит через начало координат (19), то «рабочий участок» оси абсцисс разбиваем также на три равные части и в дальнейшем не будем обращать внимание на первую – *левую*, ближнюю к началу координат, ее часть.

Поворачиваем наилучшую прямую линию вокруг начала координат таким образом, чтобы над ней (т. е. над второй и третьей частями «рабочего участка») выше прямой оказалось вдвое больше экспериментальных точек, чем под ней. Затем поворачиваем прямую таким образом, чтобы под ней оказалось вдвое больше экспериментальных точек, чем над ней. Обозначим разницу в угловых коэффициентах через Δk . Тогда

$$\sigma_k = \Delta k / \sqrt{n} . \quad (23)$$

Применение этих несложных правил дает оценки величин погрешностей σ_a , σ_b и σ_k , вполне удовлетворительные при выполнении учебных лабораторных работ.

Литература

1. Анализ, обработка и представление результатов измерения физических величин: Лаб. практикум / В.Н. Холявко и др. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2004. – 54 с.
2. Механика и термодинамика: Лабораторный практикум. Вводное занятие / В. Г. Дубровский и др. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2005.
3. Лабораторные занятия по физике: Учеб. пособие / Л.Л. Гольдин, Ф.Ф. Игошин, С.М. Козел и др. – М.: Наука, 1983. – 704 с.
4. *Зайдель А.Н.* Погрешности измерений физических величин. – Л.: Наука, 1985.
5. *Сквайрс Дж.* Практическая физика. – М.: МИР, 1971. – 246 с.
6. *Худсон Д.* Статистика для физиков. – М.: Мир, 1967. – 243 с.

Лабораторная работа № 10

ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ МЕТОДОМ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Цель работы – получить экспериментально семейство эквипотенциальных поверхностей и силовых линий методом моделирования электрических полей электрическими токами, протекающими по проводящей среде между парами электродов – аналогов заряженных тел, и качественно сравнить их с ожидаемыми теоретически семействами; найти величины напряженности электрического поля в нескольких точках.

Описание метода и установки

Пусть имеются два заряженных тела, например два точечных заряда $(+q)$ и $(-q)$ (рис. 1). Тогда, как известно, в окружающем тела пространстве создается электростатическое поле, характеризующееся напряженностью поля \vec{E} и потенциалом ϕ . Картина силовых и потенциальных линий качественно изображена на рис. 1.

Если теперь эти заряженные тела окружить проводящей средой, например, просто погрузив их в ванну 1 с электролитом (рис. 2), то по этой среде потечет электрический ток.

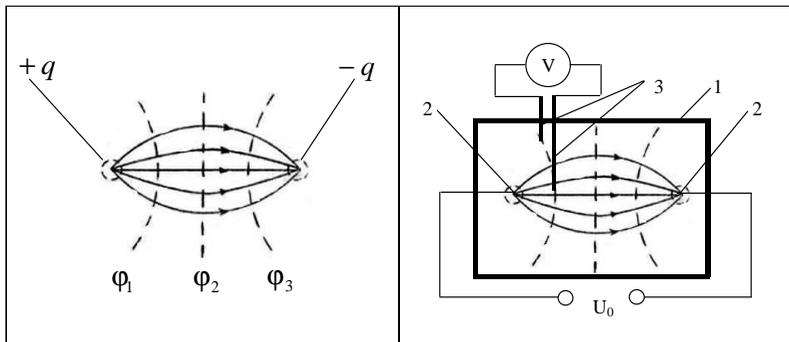


Рис. 1

Рис. 2

При непрерывном возобновлении исходных зарядов путем подключения этих тел (которые в дальнейшем будут называться *электродами 2*) к внешнему источнику ток будет течь непрерывно.

Опыт и теория показывают, что между плотностью тока \mathbf{j} и напряженностью электрического поля \mathbf{E} существует связь $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$. Это соотношение называется *законом Ома в дифференциальной форме*. Здесь σ – удельная электропроводность электролита (величина, обратная удельному сопротивлению); величина плотности тока j численно равна току, протекающему через поперечное сечение единичной площади.

В силу справедливости закона Ома в дифференциальной форме силовые линии и линии электрического тока в ванне с электролитом совпадают. При этом линиям равного потенциала – эквипотенциальным линиям (линии получаются при пересечении эквипотенциальных поверхностей с плоскостью ванны) соответствуют линии – геометрические места точек, между которыми отсутствует напряжение.

Отсутствие напряжения между эквипотенциальными точками, т. е. принадлежность их к одной и той же эквипотенциальной линии, легко обнаружить вольтметром, если соединить его с *зондами 3* (рис. 2) в виде проводящих штырьков, погруженных в исследуемые точки в электролите.

Таким образом, *электрическое поле, создаваемое заряженными телами, моделируется электрическими токами, протекающими по электролиту между электродами – аналогами заряженных тел.*

В данной работе в качестве электролита используется обыкновенная водопроводная вода. Напряжения измеряются цифровым вольтметром. В качестве заряженных тел берутся электроды различной формы – в виде плоских пластин, цилиндров, полуколец и др. На электроды подается переменное напряжение с амплитудой U_0 порядка нескольких единиц вольт. Ванна снабжена координатной сеткой, которую следует перенести на миллиметровую бумагу. Положение и форму электродов необходимо также аккуратно изобразить на миллиметровой бумаге.

Определение точек, равноотстоящих по значению потенциала

Эквипотенциальные линии принято проводить так, чтобы между любыми соседними линиями разность потенциалов была одна и та же. Поэтому вначале необходимо на одной горизонтальной линии в середине ванны отметить точки, равноотстоящие друг от друга по потенциалу. Соседние эквипотенциальные линии тогда будут проходить через соседние отмеченные точки.

Проведем следующие простые манипуляции. Погружаем в ванну электроды – аналоги заряженных тел. Подаем на них напряжение. Погружаем теперь зонды в ванну – один зонд вблизи левого электрода, другой – вблизи правого (*зонды следует ставить строго вертикально и не касаться ими электродов*). При этом цифровой вольтметр покажет значение U , несколько отличающееся от величины U_0 . Положение зондов отмечаем на миллиметровой бумаге. Приписываем левой точке значение потенциала 0 вольт, правой точке – значение U вольт.

Теперь правый зонд приставляем к левому и, перемещая его от левого зонда по выбранной горизонтальной линии в середине ванны, отмечаем точки, соответствующие напряжениям в $1/6$, $2/6$, $3/6$, $4/6$, $5/6$ от значения U . В итоге мы получаем семь точек, равноотстоящих по потенциалу.

Примечание. При погружении электродов в проводящую среду (воду) вследствие ограниченности размера ванны и различия в уровнях воды в разных ее местах картина электрического поля в ней может отличаться от картины в отсутствие ванны. Это следует учесть при сопоставлении теоретических и экспериментальных схем силовых и эквипотенциальных линий.

Определение эквипотенциальных линий

Для заданной пары электродов мы будем определять пять эквипотенциальных линий, соответствующих значениям $U/6 \dots 5U/6$ В. Для построения каждой из этих пяти линий найдем не менее 10 точек равного потенциала вдоль ожидаемой эквипотенциальной линии.

Определим, к примеру, эквипотенциальную линию, соответствующую значению потенциала $U/6$ В. Для этого один зонд (например, левый) ставим в уже отмеченную точку этого потенциала и в дальнейшем все время удерживаем в данном месте, не перемещая и не вынимая его из ванны. Вторым зондом будем вести поиск других точек того же потенциала, т.е. точек, напряжение между которыми равно нулю. Для этого удобно вторым (правым) зондом водить поперек ожидаемой эквипотенциальной линии вблизи второй, третьей и т. д. ожидаемой точки того же потенциала. В искомым точках вольтметр должен показывать *минимально возможное значение* напряжения (нулевого значения напряжения иногда невозможно добиться из-за наличия наводок и других несовершенств методики эксперимента).

После того как первая эквипотенциальная линия вычерчена, переходим к нахождению второй эквипотенциальной линии. Для этого первый (левый) зонд помещаем в точку потенциала $2/6U$ В и вторым зондом ведем поиск других точек того же потенциала и т. д. Зонды следует ставить *строго вертикально*. Особенно следите за неподвижностью левого, неперемещаемого зонда.

Возможен, конечно, и иной способ определения эквипотенциальных точек. Например, левый зонд ставим в точку, которой приписан потенциал 0 В, а вторым зондом по всей ванне ищем точки потенциала $U/6$ В. Так мы находим эквипотенциальную линию с данным значением потенциала. Затем аналогично ищем эквипотенциальную линию со значением потенциала $2/6U$ В и т. д. Однако точность определения эквипотенциальных точек этим способом несколько ниже, чем первым способом.

Построение силовых линий напряженности электрического поля

Пять силовых линий напряженности электрического поля проводятся исходя из теоретически известного взаимного расположения силовых линий и эквипотенциальных поверхностей. При этом необходимо соблюдать соглашение о густоте силовых линий: там, где поле сильнее, линии должны проводиться гуще.

Погрешность определения координат эквипотенциальных точек

Погрешность определения координат эквипотенциальных точек обусловлена погрешностью отсчета по координатной сетке σ_{x1} и погрешностью σ_{x2} , определяемой чувствительностью экспериментальной установки:

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_{x1}^2 + \sigma_{x2}^2} . \quad (1)$$

Вследствие грубости координатной сетки установки первая погрешность σ_{x1} зависит в основном от глазомера экспериментатора, а также от точности переноса найденной точки на миллиметровую бумагу.

Вторая погрешность σ_{x2} оценивается как

$$\sigma_{x2} = 0,3\Delta x , \quad (2)$$

где Δx – максимальное расстояние в поперечном к эквипотенциальной линии направлении, при смещении зонда на которое показание вольтметра заметно не изменяется. Величина Δx может быть названа *зоной нечувствительности*.

Задания к лабораторной работе

1. * Изобразить ожидаемые картины эквипотенциальных и силовых линий для двух заряженных разноименно тел: достаточно большой тонкой пластины и точечного тела, размещаемого близ пластины.

2. * Изобразить ожидаемые картины эквипотенциальных и силовых линий для двух заряженных разноименно тел: точечного и цилиндрического.

3. В лаборатории для пары электродов – аналогов заряженных тел получить экспериментально семейство эквипотенциальных линий. Тип электродов задает преподаватель.

4. Оценить погрешность определения положений эквипотенциальных точек.

5. Провести пять силовых линий исходя из теоретически известного взаимного расположения силовых линий и эквипотенциальных поверхностей. Точки на электродах, из которых надо «выпускать» эти линии, определяет преподаватель.

6. Вычислить величины напряженности электрического поля в точках, которые задает преподаватель. При этом следует исходить из связи напряженности поля и потенциала.

7. Сделать выводы по лабораторной работе.

Примечание. Задания, помеченные звездочкой, выполняются студентами дома.

Контрольные вопросы

1. Какова цель работы?
2. Что такое напряженность и потенциал электрического поля?
3. Дайте определение силовой линии и эквипотенциальной поверхности.
4. Какова связь между потенциалом и напряженностью электрического поля?
5. Каково взаимное расположение силовых линий и эквипотенциальных поверхностей? Почему?
6. Каковы ожидаемые картины эквипотенциальных поверхностей и силовых линий в случае точечного и цилиндрического тел?
7. Как вы будете определять точки, равностоящие по потенциалу?
8. Как вы будете находить точки равного потенциала?
9. Как проводить силовые линии напряженности электрического поля?
10. Как вычислять напряженность электрического поля по экспериментальным данным?
11. Каков класс точности вашего прибора?
12. Как вычисляется максимальная приборная погрешность?
13. Какими факторами определяется погрешность измерений?
14. Получили ли вы ожидаемую картину эквипотенциальных линий?
15. Подумайте, от чего и как зависит экспериментально определяемая картина эквипотенциальных поверхностей (рода электролита, формы электродов, взаимного их размещения, формы и расположения зондов, уровня жидкости в ванне и т.д.)?

Литература

1. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Академия, 2004.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 2. – М.: Астрель, 2001.
3. Калашников С.Г. Электричество. – М.: Физматлит, 2003.

Лабораторная работа № 11

ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ ИСТОЧНИКА ПОСТОЯННОГО ТОКА

Цель работы – экспериментально получить зависимость напряжения на резисторе (с переменным сопротивлением) от силы тока в цепи; определить электродвижущую силу источника тока и его внутреннее сопротивление; рассчитать полезную и полную мощность источника тока и построить графики зависимости этих мощностей от тока; проверить, действительно ли максимум полезной мощности наблюдается при равенстве внешнего сопротивления цепи внутреннему сопротивлению источника.

Описание метода измерений и установки

Электрическая цепь состоит из батареи элементов с электродвижущей силой ε , внутренним сопротивлением r и резистора с переменным сопротивлением R (рис. 1).

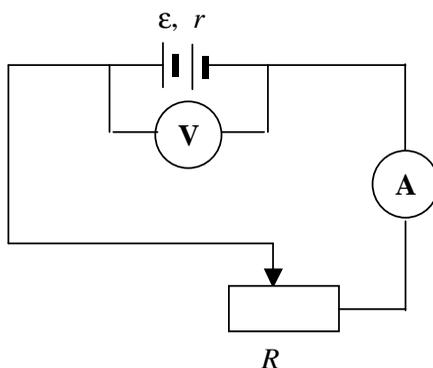


Рис. 1

Ток в цепи измеряется амперметром, напряжение на резисторе – вольтметром. В качестве резистора используется магазин сопротивлений (в дальнейшем сопротивлением амперметра пренебрегаем по сравнению с сопротивлением резистора). По закону Ома для замкнутой цепи

$$\varepsilon = IR + Ir . \quad (1)$$

Здесь $IR = U$ – падение напряжения на резисторе.

Из формулы (1) находим явную зависимость напряжения U от тока в цепи I :

$$U = \varepsilon - Ir . \quad (2)$$

Из формулы (2) видно, что зависимость U от I линейная (рис. 2), с увеличением тока напряжение падает. При разрыве цепи ($R = \infty$): $I = 0$, $U = \varepsilon$ – напряжение в разорванной внешней цепи. При коротком замыкании цепи ($R = 0$): $U = 0$, $I = I_{кз} = \varepsilon/r$ – ток короткого замыкания.

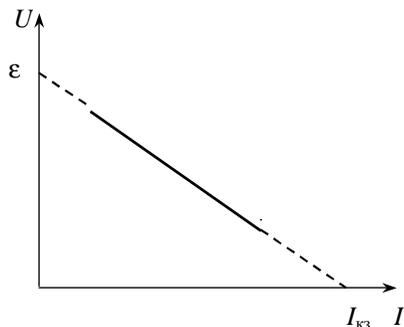


Рис. 2

Мощность, развиваемая источником тока, может быть получена из уравнения (1). Умножим обе части этого уравнения на силу тока I :

$$\varepsilon I = UI + I^2 r . \quad (3)$$

Это выражение имеет следующий смысл:

$$P = P_1 + P_2 , \quad (4)$$

где $P = \varepsilon I$ – полная мощность, развиваемая источником; $P_1 = UI$ – «полезная» мощность (т. е. мощность, выделяющаяся на внешней нагрузке – резисторе); $P_2 = I^2 r$ – мощность потерь (потери мощности внутри источника)

В соответствии с (3) явная теоретическая зависимость полезной мощности от силы тока имеет вид

$$P_1(I) = I\varepsilon - I^2 r . \quad (5)$$

Зависимость $P_1(I)$ – параболическая, которую можно исследовать стандартными математическими методами. Легко найти, что у этой зависимости имеется максимум, который приходится на значение тока $I = I_0 = \varepsilon/2r$. Такое значение тока имеет место при сопротивлении резистора $R = R_0 = r$.

Таким образом, от источника отбирается максимальная мощность на внешнюю нагрузку – резистор R , если сопротивление резистора равно внутреннему сопротивлению источника тока. При этом коэффициент полезного действия источника тока равен $\eta = P_1/P = 0.5$, т.е. 50 %.

Задание к лабораторной работе

1. * Исследовать функцию $P_1(I)$ на наличие экстремума. Найти значение тока I_0 , при котором имеет место экстремум функции. Убедиться, что $I_0 = \varepsilon/2r$. Построить зависимость $P_1(I)$.

2. * Показать, что значение тока $I = I_0$ имеет место при сопротивлении резистора $R = R_0 = r$.

3. * Показать, что при $R = R_0 = r$ коэффициент полезного действия источника тока η равен 50 %.

4. * Нарисовать ожидаемые зависимости $P(I)$, $P_1(I)$, $P_2(I)$.

5. * Получить рабочую формулу для расчета погрешностей косвенных измерений полезной мощности P_1 по прямым измерениям напряжения U и тока I (максимальные приборные погрешности вольтметра и амперметра равны соответственно Δ_U и Δ_I).

6. * Получить рабочую формулу для расчета погрешностей косвенных измерений полной мощности P по измерениям электродвижущей силы ε источника и тока I . Считать, что погрешность определения величины ε равна максимальной приборной погрешности вольтметра Δ_U .

7. * Получить рабочую формулу для расчета погрешностей косвенных измерений мощности потерь P_2 .

Примечание. Задания, помеченные звездочкой, выполняются студентами дома.

8. В лаборатории экспериментально определить зависимость $U(I)$. Ток в цепи изменять, меняя сопротивление резистора R . Построить зависимость $U(I)$.

9. По найденной экспериментальной зависимости $U(I)$ определить электродвижущую силу ϵ источника тока, ток короткого замыкания $I_{кз}$ и внутреннее сопротивление r источника тока.

10. Если есть возможность, отключить внешнюю цепь и измерить электродвижущую силу ϵ источника тока непосредственно вольтметром. Это значение сравнить со значением, полученным по графику $U(I)$.

11. Рассчитать полную и полезную мощность, а также мощность потерь и построить зависимости $P(I)$, $P_1(I)$ и $P_2(I)$ на одном рисунке.

12. По графику зависимости $P_1(I)$ определить значение $I = I_0$, на которое приходится максимум полезной мощности P_1 . Полагая, что при этом $R = R_0 = r$, определить внутреннее сопротивление источника тока. Это значение сравнить со значением, полученным по графику $U(I)$.

13. Сделать выводы по лабораторной работе.

Контрольные вопросы

1. Какова цель работы?
2. Что называется электродвижущей силой источника тока?
3. Какой ток называется током короткого замыкания?
4. Как определить электродвижущую силу ϵ источника тока по зависимости $U(I)$?
5. Как определить внутреннее сопротивление источника тока r по зависимости $U(I)$?
6. Как вычислить полезную мощность источника P_1 ?
7. Как вычислить погрешность определения полезной мощности источника P_1 ?
8. Как вычислить полную мощность источника P ?
9. Как вычислить погрешность определения полной мощности источника P ?
10. Как вычислить мощность потерь P_2 ?

11. Как вычислить погрешность определения мощности потерь P_2 ?
12. Каковы классы точности ваших приборов?
13. Как вычисляются максимальные приборные погрешности?
14. Получили ли вы теоретически ожидаемую зависимость $U(I)$?
15. Получили ли вы теоретически ожидаемую зависимость $P_1(I)$?
16. Получили ли вы теоретически ожидаемую зависимость $P(I)$?
17. Получили ли вы теоретически ожидаемую зависимость $P_2(I)$?
18. Что такое коэффициент полезного действия источника тока?
19. При какой нагрузке достигается максимум полезной мощности?

Литература

1. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Академия, 2004.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 2. – М.: Астрель, 2001.
3. Калашиников С.Г. Электричество. – М.: Физматлит, 2003.

Лабораторная работа № 12

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА

Цель работы – экспериментально определить удельный заряд электрона и сравнить результат с табличным значением.

Теория и описание метода измерений

Явление термоэлектронной эмиссии позволяет получить поток электронов, движущихся в вакууме практически без соударений. Когда электроны попадают в область действия электрического и магнитного полей, на них действует сила Лоренца:

$$\mathbf{F} = e\mathbf{E} + e[\mathbf{v} \times \mathbf{B}], \quad (1)$$

где e – заряд электрона.

Комбинируя различными способами величины, направления электрического и магнитного полей и изменяя скорость потока электронов, можно получить заданные траектории движения электронов.

Покоившийся электрон под действием электрического поля приобретает кинетическую энергию, равную работе электрического поля:

$$\frac{mv^2}{2} = eU . \quad (2)$$

Если этот электрон далее попадет в область, занятую однородным постоянным магнитным полем, то электрон станет двигаться по окружности радиусом r (при условии перпендикулярности вектора скорости электрона к вектору магнитной индукции):

$$\frac{mv^2}{r} = evB . \quad (3)$$

Таким образом, если электронам придать скорость при помощи электрического поля и затем направить поток электронов в область постоянного магнитного поля перпендикулярно силовым линиям поля, то можно по известным характеристикам (скорости электронов v , индукции магнитного поля B) определить удельный заряд электрона e/m .

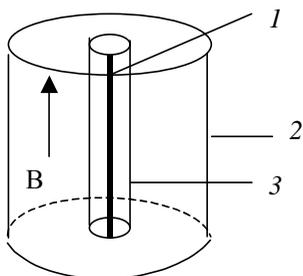


Рис. 1

Требуемые условия можно создать в электровакуумном приборе, называемом магнетроном. Магнетрон представляет собой электровакуумный триод, помещенный во внешнее магнитное поле. Это поле создается катушкой (соленоидом) и направлено вдоль оси магнетрона. На рис. 1: 1 – катод – источник электронов; 2 – анод; 3 – сетка.

Особенность конструкции магнетрона в том, что катод представляет собой тонкую нить, а управляющая сетка и анод имеют цилиндрическую форму, причем оси сетки и анода совпадают с катодом (коаксиальны). Расстояние между сеткой и катодом намного меньше радиуса анода R . Схема подключения магнетрона и катушки представлена на рис. 2. Электрон разгоняется электрическим полем, действующим между катодом и сеткой до скорости v . Поскольку разность потенциалов между сеткой и анодом равна нулю, электрон в пространстве между сеткой и анодом движется с постоянной скоростью.

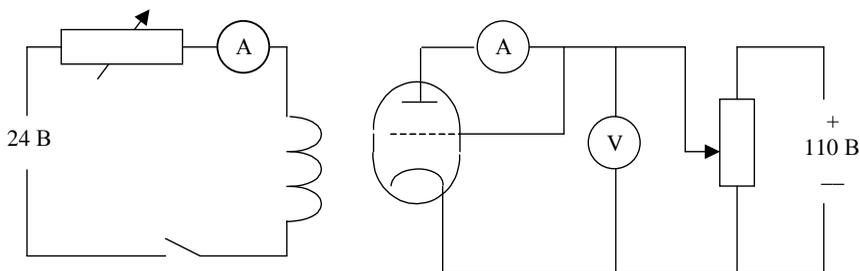


Рис. 2

Анодный ток I_A управляется внешним магнитным полем. Траектории движения электронов в зависимости от величины магнитной индукции представлены на рис. 3. Радиус окружности (траектории электрона) обратно пропорционален величине магнитной индукции B .

При возрастании магнитной индукции диаметр траектории электрона становится меньше расстояния от сетки до анода, электроны не будут достигать анода и анодный ток прекратится. Идеальная зависимость анодного тока от величины магнитной индукции представлена на рис. 4. Так как сетка расположена вблизи катода, в расчете радиусом сетки можно пренебречь и можно считать, что анодный ток исчезает при $r = \frac{R}{2}$, где R – радиус анода. Значение магнитной индукции

внутри длинного соленоида $l \gg 2R_C$ (l – длина соленоида, R_C – радиус витка соленоида) определяется значением силы тока в соленоиде:

$$B = \frac{\mu_0 N I_C}{l}. \quad (4)$$

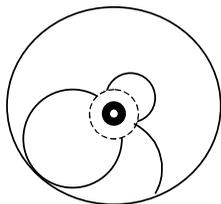


Рис. 3

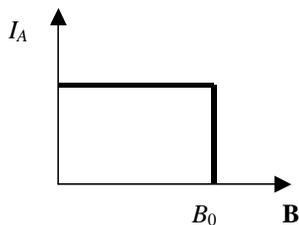


Рис. 4

В лабораторной работе используется соленоид ограниченной длины, и необходимо ввести поправочный коэффициент, учитывающий неоднородность магнитного поля внутри соленоида. Тогда для предельного значения индукции магнитного поля получим

$$B_0 = k \frac{\mu_0 N I_{\text{отс}}}{l}, \quad (5)$$

где $I_{\text{отс}}$ – ток в соленоиде, при котором анодный ток в магнетроне падает до нуля (ток отсечки). Разрешая систему уравнений (2)–(5), можно выразить величину удельного заряда электрона:

$$\frac{e}{m} = \frac{8}{\left(k\mu_0 \frac{N}{l} R\right)^2} \frac{U_A}{I_{\text{отс}}^2} \quad (6)$$

Ток отсечки можно найти из графика зависимости анодного тока от тока в соленоиде, фиксируя ступеньку падения анодного тока (рис. 5). Поскольку электроны при термоэмиссии имеют разные скорости и наблюдается неоднородность электрического и магнитного полей, падение анодного тока происходит постепенно. Поэтому за величину тока

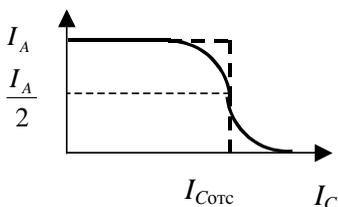


Рис. 5

отсечки $I_{\text{отс}}$ можно принять ток соленоида, при котором анодный ток уменьшается в два раза. При этом монотонная зависимость $I_A(I_C)$ аппроксимируется в виде прямоугольной ступени с площадью, равной площади, ограниченной монотонной кривой.

Задание к работе

1. * Вывести формулу (6). По табличным значениям заряда e и массы m электрона вычислить удельный заряд электрона e/m (это число и будет называться его табличным значением $(e/m)_{\text{таб}}$).

Примечание. Задания, помеченные звездочкой, выполняются студентами дома.

2. * Получить формулу для расчета погрешности измерения удельного заряда электрона $\sigma_{\frac{e}{m}}$. Учесть, что удельный заряд электрона определяется в результате косвенного измерения анодного напряжения, тока отсечки, а также длины соленоида и радиуса анода.
3. В лаборатории снять зависимость анодного тока магнетрона от тока соленоида при значениях анодного напряжения $U = 60, 70, 80$ В. На пологих участках характеристика должна иметь 2–3 точки, а на крутом участке 10–15 точек.
4. Построить графики зависимости анодного тока от тока соленоида.
5. Определить по экспериментальным кривым значения отсекающего тока для каждого анодного напряжения.
6. Вычислить для трех случаев удельный заряд электрона по формуле (6) и найти среднее значение.
7. Определить погрешность измерений $\sigma_{\frac{e}{m}}$.
8. Сделать выводы по лабораторной работе.

Контрольные вопросы

1. Какова цель работы?
2. Каково табличное значение удельного заряда электрона?
3. Как работает магнетрон?
4. Какие силы действуют на электрон в магнетроне на различных участках пути?
5. При каком условии анодный ток в магнетроне прекратится?
6. Как определяется величина отсекающего тока в соленоиде?
7. Каков ожидаемый вид экспериментальных зависимостей анодного тока от величины тока в соленоиде?
8. Как оценивать погрешность измерения удельного заряда электрона?
9. Каковы классы точности ваших приборов?
10. Как вычисляются максимальные приборные погрешности?
11. Какие требования предъявляются к внутренним сопротивлениям амперметра и вольтметра?
12. Попытайтесь построить траекторию движения электрона в скрещенных электрическом и магнитном полях: $v_0 = 0, E = E_y, B = B_z$.

Литература

1. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Академия, 2004.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 2. – М.: Астрель, 2001.
3. Калашиников С.Г. Электричество. – М.: Физматлит, 2003.

Лабораторная работа № 13

ИЗМЕРЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ И ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ КРУГОВОГО ТОКА

Цель работы – измерить горизонтальную составляющую напряженности магнитного поля Земли; исследовать зависимость магнитного поля на оси кругового тока от расстояния до его центра и сравнить с теоретической зависимостью.

Теория и описание метода измерений

Земной шар – это громадный магнит со своим магнитным полем. Северный магнитный полюс Земли N расположен вблизи *южного* географического полюса, южный магнитный полюс S – вблизи *северного* географического полюса. Положение полюсов N и S определяет направление магнитной оси Земли и ее магнитного экватора. Для неэкваториальных областей земной поверхности вектор напряженности магнитного поля Земли представляет собой сумму горизонтальной \mathbf{H}_r и вертикальной \mathbf{H}_v составляющих поля. Нас интересует лишь *горизонтальная составляющая* магнитного поля Земли.

Метод определения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли основан на том, что к неизвестной величине \mathbf{H}_r , направленной по магнитному меридиану, с помощью плоской катушки с током (плоского соленоида) добавляют *поперечно направленное* магнитное поле этой катушки \mathbf{H}_z (рис. 1). В результате сложения образуется результирующее магнитное поле с напряженностью

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_r + \mathbf{H}_z . \quad (1)$$

Напряженность магнитного поля на оси плоской круговой катушки с током можно найти, если воспользоваться законом Био–Савара–Лапласа и принципом суперпозиции полей:

$$H_z = \frac{NIR^2}{2(R^2 + h^2)^{3/2}}, \quad (2)$$

где I – сила тока в катушке; N – число витков; R – радиус катушки; h – расстояние от плоскости катушки до точки наблюдения.

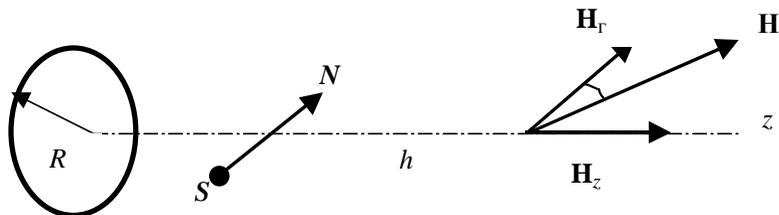


Рис. 1. Суперпозиция магнитного поля Земли и магнитного поля катушки с током

Катушка считается настолько плоской, что напряженность магнитного поля всех N витков с токами находится простым умножением магнитного поля одного витка на число витков N в катушке.

Измерение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

Для измерения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли необходимо поместить в центр плоской катушки, сориентированной своей плоскостью вдоль магнитного меридиана, компас и пропустить по катушке ток. В результате стрелка компаса установится по направлению результирующего магнитного поля, которое является суперпозицией магнитного поля Земли и магнитного поля кругового тока. Как видно из рис. 1 (напомним, что по условию $\mathbf{H}_z \perp \mathbf{H}_r$), тангенс угла отклонения стрелки компаса равен

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{H_z}{H_r}. \quad (3)$$

Из формул (2) и (3) следует, что $\operatorname{tg}\alpha$ пропорционален току I в круговой катушке:

$$\operatorname{tg}\alpha = K(h)I, \quad (4)$$

где

$$K(h) = \frac{NR^2}{2H_\Gamma (R^2 + h^2)^{3/2}}. \quad (5)$$

Если компас находится в центре катушки ($h = 0$), то

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{N}{2H_\Gamma R} I. \quad (6)$$

Построим график, по горизонтальной оси которого отложим значения величин тока I , а по вертикальной оси – значения $\operatorname{tg}\alpha$, тогда получится прямая линия, угловой коэффициент наклона которой равен

$$k = \frac{N}{2H_\Gamma R}. \quad (7)$$

Экспериментально определив значение k , можно из (7) вычислить величину горизонтальной составляющей магнитного поля Земли:

$$H_\Gamma = \frac{N}{2kR}. \quad (8)$$

Таким образом, в рассмотренном методе *погрешность* σ_{H_Γ} определения величины горизонтальной составляющей магнитного поля Земли H_Γ определяется погрешностью σ_k определения углового коэффициента k и погрешностью σ_R определения радиуса R витка плоского соленоида.

Исследование магнитного поля на оси кругового тока

Зависимость магнитного поля на оси плоской круговой катушки с током от расстояния h до его центра определяется посредством перемещения компаса вдоль оси катушки и измерения угла отклонения магнитной стрелки в фиксированных точках на оси. При этом ток I че-

рез катушку *не меняют*. Зависимость магнитного поля на оси плоской круговой катушки с током от h определяется из (3)

$$H_z = H_r \operatorname{tg} \alpha . \quad (9)$$

Таким образом, в данном методе *погрешность* σ_{H_z} определения величины магнитного поля плоской круговой катушки с током H_z определяется погрешностью σ_{H_r} определения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли H_r и погрешностью σ_y определения величины $y = \operatorname{tg} \alpha$.

Задание к работе

- 1.* Получить формулу для расчета погрешности σ_{H_r} измерения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли H_r .
- 2.* Получить формулу для расчета погрешности σ_{H_z} определения величины магнитного поля плоской круговой катушки с током H_z .
- 3.* Получить формулу для расчета погрешности σ_y величины $y = \operatorname{tg} \alpha$ по известной погрешности σ_α измерения угла α .

Измерение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

1. Поместить компас *в центр* токовой катушки так, чтобы направление стрелки компаса совпало с плоскостью витков катушки.
2. Измерить угол отклонения стрелки компаса для *десяти* значений силы тока. Угол отклонения измерять в каждом случае при двух противоположных направлениях тока и определять его среднее значение по двум измерениям.
3. Нанести на график, по оси ординат которого откладывается величина $y = \operatorname{tg} \alpha$, а по оси абсцисс – величина $x = I$, точки, соответствующие величинам, определенным в предыдущем пункте. С целью упрощения работы погрешности величин y и x *не вычислять и не наносить* на график.

Примечание. Задания, помеченные звездочкой, выполняются студентами дома.

4. Провести «наилучшую» прямую и определить графическим способом угловой коэффициент наклона k этой прямой и его погрешность σ_k (см. п. 4 Введения).

5. По формуле (8) вычислить среднее значение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли H_{Γ} .

6. Оценить погрешность $\sigma_{H_{\Gamma}}$ измерения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли H_{Γ} .

Измерение зависимости магнитного поля на оси кругового тока от расстояния до его центра

1. Перемещая компас вдоль оси катушки, измерить угол отклонения магнитной стрелки для пяти значений h . Для каждого значения h угол α определять при двух противоположных значениях тока I и затем вычислять среднее значение этого угла. Ток I в процессе всех измерений *не изменять*.

2. Используя полученное ранее значение для напряженности магнитного поля Земли H_{Γ} , по формуле определить (9) магнитное поле H_z плоской катушки с током.

3. Определить погрешность σ_{H_z} для каждого из пяти значений H_z .

4. Значения H_z и его погрешности нанести на график, по оси ординат которого откладывается величина H_z , а по оси абсцисс – величина h .

5. По массиву экспериментальных точек этого графика провести «наилучшую» кривую. При этом воспользоваться *основным правилом построения*: «наилучшую» кривую строить так, чтобы число точек, лежащих выше и ниже этой кривой, было примерно одинаковым.

6. Построить на этом же графике теоретическую зависимость ($H_z(h)$) (см. формулу (2)) и сравнить эту зависимость с «наилучшей» кривой, полученной в предыдущем пункте.

7. Сделать выводы по лабораторной работе.

Контрольные вопросы

1. Какова цель работы?
2. Опишите метод измерения горизонтальной составляющей напряженности магнитного поля Земли, который применяется в данной работе.
3. Опишите метод измерения зависимости магнитного поля на оси плоской круговой катушки с током от расстояния до ее центра, который применяется в данной работе.
4. Используя закон Био–Савара–Лапласа и принцип суперпозиции, получите формулу (2) для напряженности магнитного поля на оси плоской круговой катушки с током.
5. Какова зависимость напряженности магнитного поля на оси плоской круговой катушки с током от h , если $h \gg R$?
6. Как оценить погрешность σ_y величины $y = \operatorname{tg}\alpha$? От чего зависит эта погрешность?
7. Как оценить погрешность σ_{H_Γ} измерения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли H_Γ ? От чего зависит эта погрешность?
8. Как оценить погрешность σ_{H_z} измерения магнитного поля H_z на оси плоской круговой катушки с током? От чего зависит эта погрешность?
9. Получили ли вы ожидаемую зависимость напряженности магнитного поля на оси плоской круговой катушки с током от расстояния до ее центра?

Литература

1. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Академия, 2004.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 2. – М.: Астрель, 2001.
3. Калашиников С.Г. Электричество. – М.: Физматлит, 2003.

Содержание

Введение	3
Лабораторная работа № 10. Изучение электростатического поля методом моделирования	11
Лабораторная работа № 11. Изучение работы источника постоянного тока	17
Лабораторная работа № 12. Определение удельного заряда электрона	21
Лабораторная работа № 13. Измерение горизонтальной составляющей магнитного поля земли и исследование магнитного поля кругового тока	26

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Часть 1

Лабораторный практикум

Редактор *Т.П. Петроченко*
Технический редактор *Н.В. Гаврилова*
Компьютерная верстка *Г.И. Якименко*

Подписано в печать 29.01.2007. Формат 60 x 84 1/16. Бумага офсетная
Тираж 500 экз. Уч.-изд. л. 1,86. Печ. л. 2,0. Изд. № 330
Заказ № Цена договорная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630092, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20