

Варианты письменного экзамена по физике за первый семестр.
Модуль 1: «Механика, элементы статистической физики
и термодинамика»

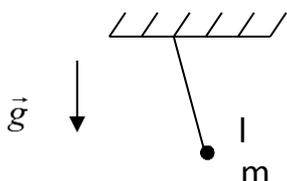
Вариант 1

1. Используя преобразования Лоренца, получите формулу, описывающую сокращение размеров тел, движущихся со скоростью $V \leq c$.

2. Какими выражениями для полной релятивистской энергии $E_{\text{рел}}$ и кинетической энергии $K_{\text{рел}}$ следует пользоваться в случае безмассовых частиц? Выведите требуемые формулы переходом $m \rightarrow 0$ из соответствующих формул при $m \neq 0$.

3. Докажите, что скалярное произведение $A \cdot B = A_0 B_0 - A_1 B_1 - A_2 B_2 - A_3 B_3$ двух четырехвекторов A и B является инвариантом преобразований Лоренца.

4. Дайте определения элементарному углу поворота $\delta\vec{\varphi}$, мгновенным угловой скорости $\vec{\omega}$ и угловому ускорению $\vec{\varepsilon}$. Как могут быть направлены указанные величины?

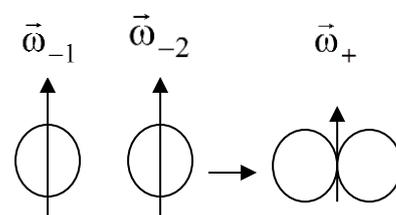


5. Методом размерностей получите формулу для частоты колебаний математического маятника (см. рисунок).

6. Что такое центр инерции системы частиц? Используя второй закон Ньютона для отдельных частиц, получите закон движения центра инерции системы частиц, при каком условии центр инерции системы частиц движется равномерно и прямолинейно?

7. Используя закон сохранения момента импульса при движении частицы в центральном силовом поле, докажите второй закон Кеплера: секториальная скорость планеты постоянна, т. е. радиус-вектор планеты за равные промежутки времени описывает равные площади. Где скорость планеты по величине больше – в апогее или перигее?

8. Два одинаковых шарика массой m и радиусом R каждый вращаются с одинаковыми угловыми скоростями $\vec{\omega}_{-1} = \vec{\omega}_{-2}$ и



затем жестко стыкуются (см. рисунок). Вычислите угловую скорость вращения $\vec{\omega}_+$ системы шаров после их стыковки.

9. Рассматривается много тождественных распадов частиц, движущихся со скоростью $V < V_0$. Здесь V_0 – скорость продукта распада в системе центра инерции. Найти вероятность вылета этого продукта распада назад в лабораторной системе отсчета. Распады рассматривать в нерелятивистском приближении.

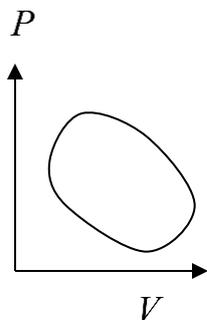
10. Что такое внутренняя энергия системы частиц, из каких видов энергии она состоит? При ответе на этот вопрос воспользуйтесь понятием центра инерции системы частиц.

11. Сравните углы разлета в лабораторной системе отсчета между частицами с равными массами $m_1 = m_2$ при упругом ($Q = 0$) и неупругих ($Q > 0, Q < 0$) столкновениях.

12. Что такое потенциальные силовые поля? Докажите, что сила трения не является потенциальной силой.

13. Как, используя теорему о равномерном распределении энергии по степеням свободы, вычислить внутреннюю энергию идеального газа? Получите также выражения для элементарной работы δA , изменения внутренней энергии dE и количества тепла δQ для идеального газа.

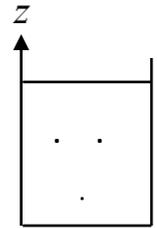
14. Что такое теплоемкость? Какие бывают теплоемкости? Выразите теплоемкости C_p и C_v через число степеней свободы i молекул, из которых состоит газ. Чему равны теплоемкости адиабатического и изотермического процессов?



15. Исходя из равенства Клаузиуса для цикла Карно, получите с помощью P, V -диаграммы равенство Клаузиуса для произвольного (см. рисунок) обратимого циклического процесса. Существование какой функции состояния вещества следует из равенства Клаузиуса?

16. Приведите эвристический вывод формулы Больцмана, связывающей энтропию физической макросистемы с ее термодинамической вероятностью.

17. Используя распределение Больцмана, объясните опыты Перрена по наблюдению взвешенных в жидкости мелких частиц другого вещества. Вычислите для этого отношение концентраций $n(z'')/n(z')$ частиц примеси (см. рисунок) на различных высотах.

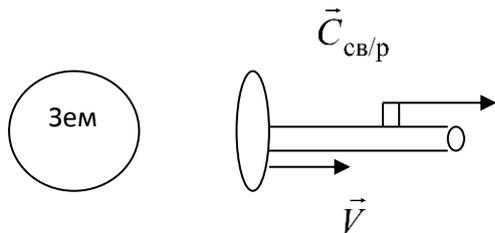


Вариант 2

1. Выведите преобразования Галилея и обсудите их следствия. Чем принцип относительности Галилея отличается от принципа относительности Эйнштейна?

2. Покажите, как вводится четырехвектор $P = (P_0, P_1, P_2, P_3)$ импульса релятивистской частицы. Чему равен квадрат вектора четырехимпульса?

3. Получите формулу для сложения скоростей в специальной теории относительности, вычислите с помощью этой формулы скорость света от прожектора ракеты (см. рисунок) относительно Земли. Даны скорость



света $\vec{c}_{\text{св/р}}$ относительно ракеты и скорость ракеты \vec{V} относительно Земли.

4. Получите выражение полной энергии $E = \sqrt{(P\vec{c})^2 + (mC^2)^2}$ релятивистской частицы через ее релятивистский импульс. Что следует из этой формулы для кинетической энергии безмассовой частицы?

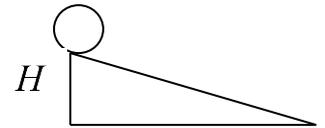
5. Пусть \vec{A} – некоторая векторная физическая величина такая, что $|\vec{A}| = \text{const}$. Докажите, что в таком случае вектор скорости изменения векторной величины $d\vec{A}/dt$ перпендикулярен самой векторной величине \vec{A} .

6. Методом размерностей установите зависимость времени столкновения двух стальных одинаковых шаров от их радиуса R и массы m . Указание: используйте в качестве существенного параметра и модуль Юнга E , размерность которого можно определить из закона Гука ($\sigma = F/S = E(\Delta l/l)$).

7. Докажите теорему о приращении кинетической энергии нерелятивистской частицы. Приведите известные Вам следствия этой теоремы.

8. Получите выражение для эффективной потенциальной энергии в задаче Кеплера и постройте ее график. Какие виды орбит возможны в задаче Кеплера при различной энергии относительного движения E ?

9. Цилиндр радиусом R массой m скатывается без проскальзывания по наклонной плоскости с высоты H . Какую скорость будет иметь цилиндр у основания наклонной плоскости?



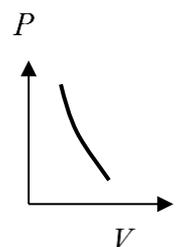
10. Получите формулу для момента импульса \vec{L} твердого тела, вращающегося с угловой скоростью $\vec{\omega}$ вокруг фиксированной оси. Как при выводе этой формулы возникает определение момента инерции I тела относительно данной оси?

11. При каком условии сохраняется импульс системы нерелятивистских частиц? получите это условие, используя второй закон Ньютона для каждой из частиц системы.

12. Приведите обоснование импульсных диаграмм для упругих столкновений нерелятивистских частиц в системе центра инерции и лабораторной системе; как при этом используются законы сохранения импульса и энергии?

13. Как, используя равенство Клаузиуса для обратимых циклических процессов, можно ввести понятие энтропии – функции состояния вещества? Получите выражение для энтропии идеального газа.

14. Для адиабатического процесса (см. рисунок) с идеальным газом вычислите работу $A_{1 \rightarrow 2}$ и изменение внутренней энергии $E_{1 \rightarrow 2}$ газа, характеристики начального и конечного состояния газа предполагаются известными.



15. Получите формулу для КПД цикла Карно, используя T, S -диаграмму.

16. Вычислите изменение энтропии идеального газа в процессе Гей-Люссака – расширения газа в пустоту. Известно начальное состояние (P_0, V_0) газа, при расширении в пустоту объем газа увеличился вдвое.

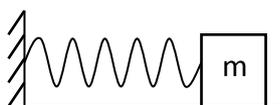
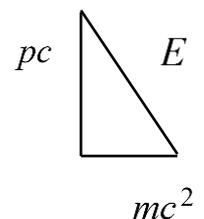
17. Охарактеризуйте явление переноса – теплопередачу. Используя простую теорию, получите выражение для коэффициента теплопроводности κ через известные характеристики макросистемы.

Вариант 3

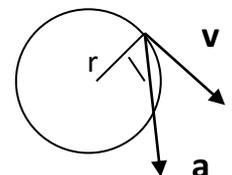
1. Опишите эффект замедления времени в специальной теории относительности (СТО), используя преобразования Лоренца.

2. Приведите общее определение четырехвектора в СТО. Получите выражение для четырехвектора скорости u в СТО. чему равен квадрат этого четырехвектора?

3. Используя релятивистский треугольник (см. рисунок) и соответствующие законы сохранения, опишите распад покоящейся частицы массы M на две частицы масс m_1 и m_2 . Вычислите энергии E_1 и E_2 частиц – продуктов распада.



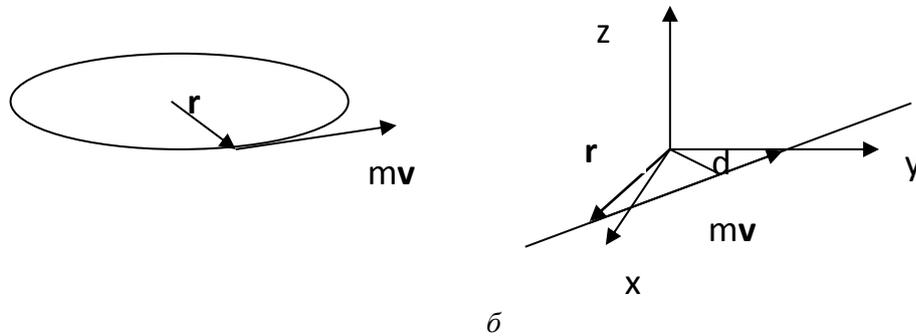
4. Методом размерностей установите зависимость энергии E колебаний пружинного маятника (см. рисунок) от амплитуды колебаний A , массы m и частоты колебаний ω .



5. Точка движется по окружности $r = 5 \text{ м}$. В некоторый момент времени известен модуль ускорения $a = 1.5 \text{ м/с}^2$ и угол $A = 30^\circ$ (см. рисунок). Вычислите нормальное a_n , тангенциальное a_τ ускорения и модуль скорости $|v|$ в данный момент времени.

6. Используя второй закон Ньютона, опишите движение центра инерции системы нерелятивистских частиц. При каком условии центр инерции движется равномерно и прямолинейно?

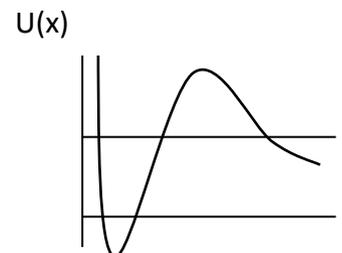
7. Вычислите модуль $|L|$ и укажите направление момента импульса L частицы массой m , движущейся со скоростью v : а) по окружности радиусом r , б) равномерно и прямолинейно в плоскости x, y на расстоянии d от начала координат (см. рисунок):



8. Покажите, как вводятся импульсные диаграммы для упругих столкновений двух нерелятивистских частиц масс m_1 и m_2 в системе центра инерции и лабораторной системе. Рассмотрите случай $m_1 > m_2$. Указание: используйте преобразования Галилея и законы сохранения импульса и энергии.

9. Что такое потенциальные силовые поля? Покажите, как обобщить закон сохранения энергии на случай движения тела в потенциальном силовом поле при наличии сил трения.

10. Опишите качественно одномерное движение частицы с энергией E в потенциальном силовом поле с потенциальной энергией взаимодействия частицы с полем $U(x)$ (см. рисунок). Укажите точки поворота, области финитного и инфинитного движений, ответ обоснуйте с использованием закона сохранения энергии.



11. Получите выражение для кинетической энергии твердого тела с фиксированной осью вращения. Аналогом какой формулы поступательного движения является эта формула?

12. Используя законы Бойля-Мариотта, $PV = \text{const}$, Гей-Люссака $V/T = \text{const}$, получите объединенный газовый закон $PV/T = \text{const}$. Как из последнего закона следует уравнение Менделеева-Клапейрона?

13. Вычислите в рамках термодинамического подхода энергию идеального газа. Указание: используйте теорему о равномерном распределении энергии по степеням свободы.

14. Докажите равенство Клаузиуса для произвольного обратимого циклического процесса, используя P, V -диаграмму, равенство Клаузиуса для цикла Карно.

15. Докажите эквивалентность формулировки Клаузиуса и формулировки Томпсона-Планка второго начала термодинамики.

16. Получите основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов для идеального газа:

$$P = \left(\frac{2N}{3V} \right) \langle m\vec{v}^2 / 2 \rangle$$
. Сравнивая это уравнение с известным уравнением Менделеева-Клапейрона, вычислите константу α в распределении Максвелла по скоростям:

$$dW(\vec{v}) = \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^{3/2} \exp(-\alpha v^2) d^3\vec{v}$$

17. Используя распределение Больцмана, объясните принцип разделения изотопов урановой руды во вращающейся с угловой скоростью $\vec{\omega}$ центрифуге. Мелкие частицы руды находятся во взвешенном состоянии в жидкости. Вычислите для этого отношение концентраций $n(m_2, R)/n(m_1, R)$ частиц различных изотопов, находящихся на одинаковом расстоянии от оси центрифуги.

Вариант 4

1. Используя движущиеся равномерно зеркальные часы, постоянство скорости света и принцип относительности, выведите простым способом преобразования Лоренца.

2. Что такое причинно-следственная структура событий пространства Минковского, как ее интерпретировать с помощью четырехинтервала между событиями?

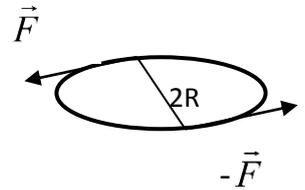
3. Параллельно оси x летит фотон, выпишите вектор четырехимпульса этого фотона, учитывая, что фотон – безмассовая частица, для которой $E_\phi = |\vec{p}c|$.

4. Используя закон сохранения четырехимпульса, опишите распад покоящейся частицы массы M на две частицы масс m_1, m_2 . Вычислите энергии E_1, E_2 продуктов распада.

5. Положение частицы как функция времени дается формулой $\vec{r} = bt \cdot \vec{i} + (c - dt^2) \vec{j}$, где $b = 3$ м/с, $c = 5$ м, $d = 1$ м/с². Вычислите вектор скорости $\vec{v}(t)$ частицы как функцию времени. При каком t скорость \vec{v} будет перпендикулярна \vec{r} ?

6. При бомбардировке гелия α -частицами ($m_\alpha \approx m_{\text{He}}$) с энергией 1 Мэв найдено, что налетающая частица отклонилась на угол $\theta = 60^\circ$ по отношению к первоначальному направлению движения.

Считая удар упругим, определить энергии $E_{+\alpha}$ и $E_{+\text{He}}$ α -частицы и ядра гелия после удара.



7. Приведите определение момента силы. Куда направлен момент пары сил, действующих на окружность радиусом R (см. рисунок), чему равен модуль момента указанной пары сил?

8. Сформулируйте основные положения приближенной простой теории тяжелого симметричного волчка, чему равна угловая скорость $\vec{\omega}$ прецессии такого волчка?



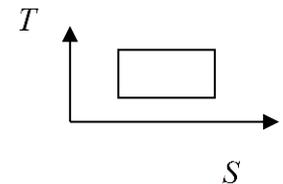
 9. В конец покоящейся палочки массой m и длиной L упруго ударяет (см. рисунок) шарик массой m . Определить линейные скорости $\vec{v}_{+1}, \vec{v}_{+2}$ шарика и палочки и угловую скорость $\vec{\omega}_+$ палочки после удара. Скорость шарика до удара \vec{v}_{-1} известна.

10. Что такое потенциальные силовые поля? Получите формулу, связывающую силу \vec{F} , действующую на частицу в потенциальном силовом поле, с потенциальной энергией взаимодействия $U(x, y, z)$ частицы с полем.

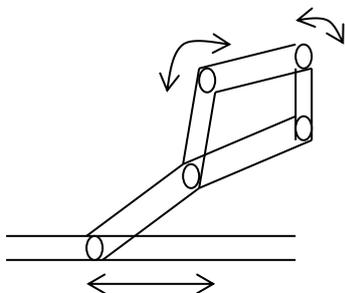
11. Методом размерностей установите зависимость силы, действующей на шарик радиусом R в движущемся со скоростью \vec{V} вокруг шарика потоке жидкости, от существенных параметров. **Указание:** один из существенных параметров – коэффициент η вязкого трения жидкости, размерность которого можно определить из соотношения $\sigma = F / S = \eta dV / dz$.

12. Покажите, как получается выражение для второго закона Ньютона в неинерциальной системе отсчета. **Указание:** используйте теорему о производной векторной величины $d\vec{F} / dt = (d\vec{F} / dt)_{\text{фикс. сист}} + [\vec{\omega} \times \vec{F}]$. Что такое сила Кориолиса и центробежная сила, как действуют эти силы?

13. Вычислите КПД цикла Карно с помощью T, S -диаграммы:



14. Получите уравнение адиабатического процесса.



15. Что такое число степеней свободы, чему оно равно у плоского шарнирного механизма, показанного на рисунке (см. рисунок).

16. В чем состоит статистический смысл абсолютной температуры T , что гласит теорема о равномерном распределении энергии по степеням свободы?

17. Используя распределение Максвелла по модулям скоростей молекул газа

$$dW(V) = (m / (2\pi kT))^{3/2} \exp(-mV^2 / 2kT) 4\pi V^2 dV,$$

вычислите наиболее вероятное значение модуля скорости молекул газа при температуре T .

Вариант 5

1. Получите, используя инвариантность четырехинтервала, формулу, связывающую интервал $d\tau$ собственного времени, движущейся со скоростью \vec{V} частицы с интервалом dt соответствующего лабораторного времени.

2. На (Ct, x) диаграмме Минковского нарисуйте мировые линии двух близнецов, один из которых остался на Земле, а другой отправился в космическое путешествие на ракете со скоростью $V \leq C$, а затем вернулся на Землю. Скорость корабля в течение полета постоянна и в самой удаленной точке при $x = l$ в момент времени T мгновенно изменяется на противоположную. Насколько будут отличаться возрасты близнецов при встрече?

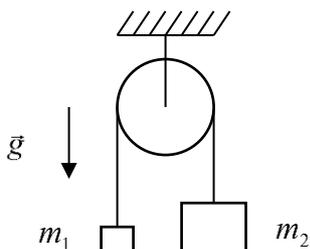
3. Получите формулу сложения скоростей в специальной теории относительности, используя преобразования Лоренца.

4. Движущийся π^0 -мезон с массой 140 Мэв распадается на два гамма кванта с равными энергиями. Угол разлета между гамма квантами равен $\theta = 60^\circ$. Используя закон сохранения четырехимпульса, вычислите полную и кинетическую энергии каждого из гамма квантов.

5. Автомобиль движется по закругленному шоссе, имеющему радиус кривизны $R = 50$ м. Угол поворота автомобиля при этом изменяется по закону $\varphi(t) = 10t - 0.5t^2$. Вычислите модуль скорости автомобиля, его нормальное и тангенциальное и полное ускорения в момент времени $t = 5$ с.

6. Методом размерностей установите формулу для максимальной высоты подъема тела, брошенного вертикально вверх в однородном поле тяжести Земли.

7. Получите импульсные диаграммы, описывающие неупругие столкновения частиц в нерелятивистском приближении как в системе центра инерции, так и в лабораторной системе отсчета.



8. Через блок радиусом R с массой M переброшена нить, к концам которой прикреплены грузы с массами $m_2 > m_1$ (см. рисунок). Грузы отпускают, вычислите ускорение, с которым будут двигаться грузы.

Нить невесомая и не проскальзывает.

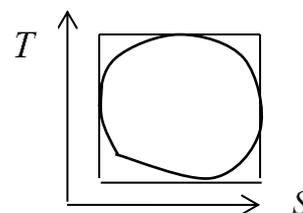
9. Получите формулу Мещерского-Циолковского, описывающую движение тела с переменной массой в механике Ньютона.

10. Приведите эквивалентные определения потенциальности силового поля. Докажите, что реальное поле тяготения Земли и поле упругих сил деформации пружины являются потенциальными силовыми полями. Почему сила трения не потенциальна?

11. Докажите, что в случае двух тел, взаимодействующих посредством центральных сил, сохраняется их момент импульса относительного движения. Получите в качестве следствий указанного закона сохранения первый и второй законы Кеплера для движения планет.

12. Докажите теорему о приращении кинетической энергии тела с фиксированной осью вращения.

13. Покажите, что КПД тепловой машины с произвольным обратимым циклом меньше КПД машины с циклом Карно, описанным около обратимого цикла данной тепловой машины (см. рисунок).



14. Из трехмерного вероятностного распределения Максвелла для молекул газа по скоростям получите одномерное распределение по модулям скоростей. Вычислите наиболее вероятное значение модуля скорости молекулы.

15. Получите барометрическую формулу для давления идеального газа в однородном поле тяжести Земли. Как из этой формулы можно вывести распределение Больцмана частиц газа по высоте.

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$$

16. Используя неравенство Больцмана, покажите, что энтропия теплоизолированной системы не убывает.

17. Охарактеризуйте явления теплопроводности и самодиффузии, как явления переноса, используя соответствующие простые модели. Как связаны между собой коэффициенты теплопроводности κ и самодиффузии D ?