

Министерство науки и образования Российской Федерации  
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

---

В. Г. ДУБРОВСКИЙ

КУРС ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ  
МЕХАНИКА И ТЕОРИЯ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Вопросы и задания

Утверждено Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного пособия

НОВОСИБИРСК  
2008

УДК 531.01+537.811](075.8)  
Д 797

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук, проф. *П. И. Гешев*,  
зав. лаб. 6.2 института теплофизики СО РАН,  
канд. физ.-мат. наук,  
доц. кафедры ПТФ НГТУ *В. Ф. Ким*

Работа подготовлена на кафедре прикладной и теоретической физики  
по курсу теоретической физики для студентов II и III курсов ФТФ  
лазерных специальностей

**Дубровский, В.Г.**

Д 797 Курс теоретической физики. Механика и теория электромагнитного поля : учеб. пособие / В.Г. Дубровский. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2008. – 67 с.

ISBN 978-5-7782-0942-8

Учебное пособие предназначено для студентов второго и третьего курсов физико-технического факультета лазерных специальностей и включает в себя новую рабочую программу, расчетно-графические задания и примеры задач практических занятий, примеры экзаменационных билетов по разделам «Механика» и «Теория электромагнитного поля» курса теоретической физики для направления 140400 – «Техническая физика».

УДК 531.01+537.811](075.8)

ISBN 978-5-7782-0942-8

© Дубровский В.Г., 2008  
© Новосибирский государственный  
технический университет, 2008

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **РОЛЬ ФИЗИКИ В СОВРЕМЕННОМ МИРЕ**

Новые знания, современные технологии и высокий уровень жизни – в основе всего этого лежат достижения фундаментальных наук: математики, физики, химии и биологии. Физика сегодня образует прочный фундамент всего естествознания, методы физической науки позволили за последние десятилетия обеспечить существенный прогресс в развитии таких наук, как биология, химия, астрономия, геология и др. Необычайная широта практических приложений физики позволила ей стать основным двигателем технического прогресса. Неразрывная связь физики и техники – одна из главных особенностей развития знаний в современном обществе.

Необходимость быстрой адаптации к достижениям науки, к новым технологиям, участие в создании технологий высокого уровня требуют от инженеров достаточно широкого и глубокого владения основами математики и физики. Качественное фундаментальное образование, получаемое инженерами в развитых странах, позволяет им делать успешную карьеру, становиться лидерами в промышленности, науке, правительстве, тем самым оказывая своей работой значительное влияние на развитие общества и его благосостояние.

Будущим инженерам необходимо помнить и применять в своей деятельности следующие положения.

- В основе физической картины мира лежат фундаментальные законы и принципы. Любое физическое явление может быть объяснено с помощью небольшого числа элементарных законов и принципов.
- Язык, на котором выражаются основные законы и принципы физики, – математический. Необходимо владеть этим языком в разумных пределах.
- Работа всех технических устройств, все инженерные специальные дисциплины основаны на законах и принципах физики, которые

необходимо знать инженеру и с соответствующими математическими средствами уметь применять в своей деятельности.

- Создание новых технических устройств требует постоянного обновления знаний инженера, знакомства с новейшими достижениями фундаментальных наук.

- Преобразования окружающего мира, создание новых объектов деятельности человека должны производиться научными методами, на основе достижений фундаментальных наук.

Формирование естественно-научного мировоззрения неразрывно связано с обучением студентов конкретным общим и общеинженерным умениям, в соответствии с этим в России сформулированы требования государственных стандартов (ГОС) к обязательному минимуму основной образовательной программы и к профессиональной подготовке бакалавров по направлению 140400 – **Техническая физика**.

## **ЦЕЛИ КУРСА «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА»**

После курса общей физики студентам лазерных специальностей ФТФ с четвертого по седьмой семестры читается курс теоретической физики, состоящий из нескольких разделов.

- Механика.
- Теория электромагнитного поля.
- Математическое моделирование физических процессов.
- Квантовая механика.
- Статистическая физика.

Требования ГОС определяют цели курса теоретической физики, принятые на физико-техническом факультете, представленные ниже.

### **Студент должен иметь представление:**

1) о фундаментальном характере теоретической физики и структуре ее основных разделов;

2) об основных принципах, применяемых в различных разделах теоретической физики;

3) о границах применимости основных физических теорий: механики Ньютона, специальной теории относительности Эйнштейна, термодинамики и статистической физики, электродинамики и квантовой механики;

4) о математическом аппарате, применяемом в различных разделах теоретической физики;

5) о современных ключевых проблемах теоретической физики, имеющих решающее значение для ее развития, для создания новых технологий и гармоничного сосуществования человека с окружающей природой.

### **Студент должен знать:**

6) определения физических величин и единиц их измерения;

7) методы измерения основных физических величин;

8) фундаментальные физические законы, связывающие физические величины;

9) физические принципы и содержание основных физических теорий;

10) математические методы, применяемые в различных разделах теоретической физики.

**Студент должен уметь:**

11) выделять главное в научном тексте по физике и изображать это главное на языке слов, формул и образов;

12) называть основные физические величины, описывающие явления, устанавливать связь между ними, выражая ее аналитически, графически, словами;

13) излагать основной теоретический материал с объяснением, с приведением примеров, используя при изложении язык слов, формул и образов (графики, рисунки, схемы, чертежи);

14) применять основные законы и принципы теоретической физики в стандартных и сходных ситуациях;

15) решать типовые задачи, делать простейшие качественные оценки порядков физических величин различных физических явлений;

16) строить теоретические модели физических явлений, делать при этом необходимые допущения и оценивать область применимости различных моделей.

Как видно, цели обучения курсу теоретической физики подразделяются на три группы: первая – на уровне общих представлений, вторая – на уровне знаний и, наконец, третья – на уровне общих и общеинженерных интеллектуальных умений.

Принципы построения и цели курса теоретической физики, в свою очередь, определяют структуру ее первых разделов «Механика» и «Теория электромагнитного поля».

# Часть 1. МЕХАНИКА

## 1. ВНЕШНИЕ ТРЕБОВАНИЯ

ИЗ ТРЕБОВАНИЙ ГОСУДАРСТВЕННОГО  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА (ГОС)  
К ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВЛЕННОСТИ БАКАЛАВРОВ

По направлению подготовки 140400 – **Техническая физика**

Шифр дисциплины	Содержание учебной дисциплины	Часы
ОПД.Ф.02	<b>Механика</b> Кинематика и динамика материальной точки; задача двух тел; движение в неинерциальных системах отсчета; уравнение движения твердого тела; теория колебаний; гамильтонов формализм и метод Гамильтона–Якоби; механика сплошных сред	100

Бакалавр, в зависимости от содержания основной образовательной программы, должен

**знать:**

- основные закономерности процессов и явлений, происходящих в неживой и живой природе, необходимые для решения задач, возникающих при выполнении профессиональных функций;

- основные тенденции развития технической физики и физических технологий;

**владеть:**

- методами проведения измерений и исследований, обработки полученных результатов;

- способами создания моделей для описания и прогнозирования различных явлений, выполнения их качественного и количественного анализа;

- культурой мышления, умением в письменной и устной форме правильно (логично) оформить его результаты.

Приведенные требования ГОС к профессиональной подготовленности бакалавра, а также требования ГОС к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы бакалавра по направлению: 140400 – «Техническая физика» определяют содержание следующих разделов пособия.

- Принципы построения и структура курса «Механика».
- Содержание курса «Механика».
- Темы расчетно-графических заданий по курсу «Механика» и правила аттестации по учебной дисциплине.
- Рекомендуемая литература.

## **2. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И СТРУКТУРА КУРСА «МЕХАНИКА»**

В основу курса «Механика» для лазерных специальностей на физико-техническом факультете положены следующие принципы.

- Курс входит в число дисциплин обязательного федерального компонента ОПД.Ф.02 Механика (по направлению подготовки 140400 – **Техническая физика**).

- Курс «Механика» является первой частью курса теоретической физики, читаемого на ФТФ студентам лазерных специальностей. Основной целью курса является ознакомление студентов с основными методами аналитической механики, ее лагранжевой и гамильтоновой форм. Курс формирует у студентов соответствующие интеллектуальные умения, позволяющие решать разнообразные задачи и проблемы физической механики с привлечением соответствующего математического аппарата. Курс создает фундаментальную базу для изучения последующих разделов теоретической физики и общетехнических и специальных дисциплин.

- Кратко охарактеризуем концептуальные основы построения лекций курса (34 ч), играющих очень важную роль в теоретическом образовании студентов физико-технического факультета.

В начале курса рассматриваются элементы вариационного исчисления, затем формулируется принцип наименьшего действия Гамиль-

тона и с его помощью выводятся уравнения Лагранжа. Показано, как с помощью теоремы Эмми Нетер определяются симметрии механических систем. На примере анализа механических движений изучаются методы подобия и размерностей.

С использованием уравнений Лагранжа описываются линейные, нелинейные и параметрические колебания физических систем. Изучаются общие свойства нормальных колебаний систем с конечным числом степеней свободы, в частности, линейных цепочек атомов.

Показано, как с использованием уравнений Лагранжа анализируются движения твердых тел, в том числе свободного и тяжелого симметричного волчков.

Изучается проблема двух тел, взаимодействующих посредством центральных сил; рассматриваются рассеяние и захват частиц, вводятся понятия дифференциального и полного сечений рассеяния и сечения захвата частиц.

Строится гамильтонова форма механики. С помощью уравнений Гамильтона решаются разнообразные задачи о движении материальных тел. Изучаются скобки Пуассона и интегралы движения.

В конце курса студенты знакомятся с каноническими преобразованиями и уравнением Гамильтона–Якоби.

- Изложение курса «Механика» в лекциях носит, как это принято в курсе теоретической физики, дедуктивный характер: описание различных физических явлений дается на основе нескольких общих фундаментальных принципов теоретической физики.

- Для успешного изучения курса студентам необходимо использовать линейную алгебру и аналитическую геометрию, основы математического анализа функций одной или нескольких переменных и элементы теории функций комплексного переменного, элементы теории обыкновенных дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений в частных производных, элементы теории вероятностей.

- Все части раздела имеют практическую часть – семинары (34 ч) и расчетно-графические работы (4 ч). На практических занятиях и в расчетно-графических работах студенты применяют теоретические положения для решения конкретных физических задач, которые подразделяются на следующие типы:

- 1) качественные задачи – с использованием известных законов дается объяснение физических явлений на языке слов, образов (используются рисунки, схемы, графики);

2) задачи-оценки – на количественные оценки порядков физических величин различных физических явлений (выбирается модель физического явления, на основе зависимостей между физическими величинами производится численная оценка);

3) задачи, требующие при описании физических явлений аналитических вычислений: решения алгебраических, дифференциальных уравнений, использования интегральных законов и т.д.;

4) задачи проблемного, нестандартного характера (рассматривается интересная физическая проблема в комплексе со всеми важными для ее решения частными задачами).

Решение физических задач – очень важная составная часть курса; понимание физики и умение применять физические законы в реальной деятельности инженера-физика во многом определяются его умением решать конкретные физические задачи.

• Знания и умения студентов оцениваются с помощью проведения контрольных работ (две контрольные работы, 4 часа в семестр); расчетно-графических работ (две-три расчетно-графические работы, 4 часа в семестр) и экзамена.

Изложенные принципы построения курса «Механика» определяют его структуру.

## СТРУКТУРА КУРСА «МЕХАНИКА»



### 3. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА «МЕХАНИКА»

В настоящем разделе приведены темы лекционных и практических занятий, а также темы расчетно-графических заданий.

Лекции – 34 ч, практические занятия – 34 ч,  
расчетно-графические задания – 4 ч, контрольные работы – 4 ч,  
самостоятельная работа – 32 ч

Лекции	Ча- сы	Практические (семинарские) занятия	Ча- сы
Предмет теоретической физики. Число степеней свободы и обобщенные координаты. Элементы вариационного исчисления. Принцип Гамильтона и уравнения Лагранжа	2	Число степеней свободы. Обобщенные координаты. Задачи вариационного исчисления	2
Функционал действия. Принцип наименьшего действия. Функция и уравнения Лагранжа. Аддитивность функции Лагранжа, неоднозначность в ее задании. Обобщенные импульсы. Циклические координаты	2	Функция и уравнения Лагранжа для простейших физических систем	2
Преобразования симметрии и интегралы движения. Теорема Эмми Нетер. Симметрии пространства-времени и законы сохранения	2	Задачи на одномерное движение: закон движения и период	2
Одномерное движение. Фinitное и инфинитное движения. Метод подобия и размерностей. Фазовые портреты динамических систем	2	Интегралы движения и их использование	2
Постановка задачи двух тел, взаимодействующих посредством центральных сил. Задача Кеплера	2	Задачи на одномерное движение: метод подобия и размерности. Построение фазовых портретов	2
Рассеяние частиц в центральном поле. Сечения рассеяния и захвата. Формула Резерфорда	2	Задачи на движение в центрально-симметричном потенциальном силовом поле	2

Окончание таблицы

Лекции	Ча- сы	Практические (семинарские) занятия	Ча- сы
Принцип наименьшего действия и уравнение движения для заряженной частицы во внешнем электромагнитном поле	2	Вычисление сечений рассеяния и захвата частиц	2
Линейные многомерные колебания. Нормальные колебания и их свойства	2	Задачи на движение частиц в электромагнитных полях	2
Нелинейные колебания. Понятие о теории возмущений. Параметрический резонанс	2	Нормальные колебания молекул	2
Кинетическая энергия и момент импульса абсолютно твердого тела. Тензор инерции твердого тела и его свойства	2	Нормальные колебания линейных цепочек	2
Уравнения движения твердого тела. Уравнения Эйлера. Симметричный волчок	2	Вычисление тензора инерции. Динамика вращательного движения твердых тел	2
Движение во вращающихся системах отсчета. Силы инерции: центробежная и Кориолиса	2	Использование законов сохранения импульса, момента импульса и энергии при описании столкновений твердых тел	2
Канонические уравнения Гамильтона. Скобки Пуассона и интегралы движения	2	Задачи на движение тел в неинерциальных системах отсчета	
Канонические преобразования. Переменные действие–угол	2	Задачи на составление и решение уравнений Гамильтона. Скобки Пуассона	2
Уравнение Гамильтона-Якоби	2	Примеры применений канонических преобразований	2
Понятие об адиабатических инвариантах	2	Решение уравнений Гамильтона–Якоби в простейших ситуациях	2
Обзорная лекция	2	Вычисление адиабатических инвариантов	2

#### **4. ТЕМЫ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ ПО КУРСУ «МЕХАНИКА» И ПРАВИЛА АТТЕСТАЦИИ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

Номер задания	Тема	Срок выполнения (недели)
1	Анализ симметрий и соответствующих законов сохранения	2 – 5
2	Применение уравнений Лагранжа и Гамильтона к описанию движений материальных тел	6 – 15

На выполнение каждого расчетно-графического задания отводится пять недель. Решенные задачи студент оформляет в отдельной тетради и сдает преподавателю, ведущему практические занятия, на проверку. Оценки по расчетно-графическим заданиям учитываются в каждую контрольную неделю и при сдаче итогового письменного экзамена за семестр.

#### **ПРАВИЛА АТТЕСТАЦИИ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

- В течение семестра студенты выполняют и защищают расчетно-графические задания.
- В течение семестра студенты выполняют две контрольные работы.
- В конце семестра, в период сессии, студенты, выполнившие и защитившие расчетно-графические задания и контрольные работы, сдают экзамен.

#### **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ**

##### **ВОПРОСЫ И ТИПЫ ЗАДАЧ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЭКЗАМЕН**

1. Число степеней свободы. Связи, их типы и обобщенные координаты. Простейшие задачи на подсчет числа степеней свободы.

2. Уравнение Эйлера как необходимое условие экстремума функционала  $I[y(x)] = \int_{x_2}^{x_1} F(y, y', x) dx$ . Простейшие задачи на вариационное исчисление.

3. Принцип наименьшего действия Гамильтона и уравнения Лагранжа. Что такое ковариантность уравнений Лагранжа? Простейшие задачи на отыскание функции Лагранжа различных физических систем и выписывание уравнений Лагранжа.

4. Аддитивность функции Лагранжа, неоднозначность в ее задаче. Обобщенные импульсы и циклические координаты. Простейшие задачи на вычисление обобщенных импульсов и отыскание циклических координат.

5. Преобразование симметрии и интегралы движения. Теорема Эмми Нетер. Простейшие задачи на отыскание интегралов движения с помощью теоремы Э. Нетер.

6. Качественный анализ одномерных движений. Финитные и инфинитные движения. Задачи на анализ одномерных движений в различных потенциальных силовых полях.

7. Методы подобия и размерности, задачи на их применения.

8. Фазовые портреты динамических систем. Простейшие задачи на построение фазовых портретов различных систем.

9. Постановка задачи двух тел, взаимодействующих посредством центральных сил. Разделение движения центра масс и относительного движения. Задачи на описание относительного движения.

10. Задача Кеплера. Получение уравнений орбит в задаче Кеплера. Простейшие применения законов Кеплера и уравнений орбит для анализа движения космических тел.

11. Рассеяние частиц в центральном силовом поле. Сечения рассеяния частиц: дифференциальное, полное. Задачи на вычисление сечений рассеяния.

12. Вывод формулы Резерфорда для дифференциального сечения рассеяния частиц, взаимодействующих посредством кулоновских сил.

13. Сечения захвата. Задачи на вычисление сечений захвата.

14. Принцип наименьшего действия и уравнения Лагранжа для нерелятивистской заряженной частицы во внешнем электромагнитном поле.

15. Линейные многомерные колебания. Нормальные колебания, свойства ортогональности для векторов нормальных колебаний. Простые задачи на описание нормальных колебаний систем с несколькими степенями свободы.

16. Нормальные колебания цепочек из одинаковых атомов и атомов двух типов. Составление уравнений, определение законов дисперсий. Переход к континуальному пределу.

17. Кинетическая энергия и момент импульса абсолютно твердого тела. Тензор инерции и его свойства. Задачи на подсчет тензора инерции различных тел.

18. Уравнения движения твердого тела. Уравнения Эйлера для описания движения твердого тела.

19. Анализ движения симметричного волчка, свободного и с закрепленной точкой, помещенного в однородное поле тяжести Земли. Простые задачи на анализ движения симметричного волчка.

20. Вывод канонических уравнений Гамильтона. Задачи на получение уравнений Гамильтона для простейших систем.

21. Обобщенная энергия механической (динамической) системы, ее структура.

22. Уравнения Гамильтона для заряженной частицы в электромагнитном поле.

23. Скобки Пуассона и интегралы движения. Задачи на вычисление скобок Пуассона и интегралов движения.

24. Канонические преобразования, вывод их с помощью производящих функций  $F_1(q, Q, t)$ ,  $F_2(q, P, t)$ ,  $F_3(p, Q, t)$ ,  $F_4(p, P, t)$ . Простые задачи на вычисление и применение канонических преобразований.

25. Уравнение Гамильтона–Якоби. Предельный переход нестационарного уравнения Шредингера к уравнению Гамильтона–Якоби при стремлении постоянной Планка к нулю.

## УСЛОВИЯ ЗАДАЧ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

### Расчетно-графическое задание № 1

1. Применяя принцип Ферма  $\tau[q(t)] = \int \frac{ds}{c/n(q)} = \min (\tau[q(t)])$  – время прохождения луча между точками  $(x_0, y_0)$  и  $(x_1, y_1)$ ;  $c$  – скорость света в вакууме;  $n(q)$  – показатель преломления среды;  $ds$  –

элемент пути луча света), получить законы отражения (а), см. рис. 1, а, и преломления света (б), см. рис. 1, б:

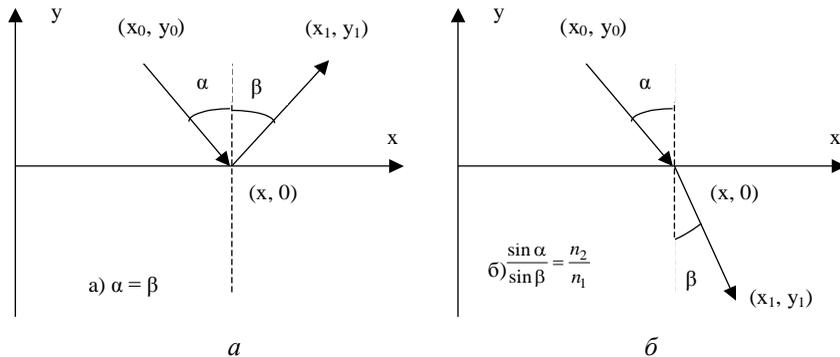


Рис. 1

**Указание:** минимизируйте  $\tau[q(t)]$  по отношению к точке  $(x, 0)$ .

2. Прямоугольный брусок (рис. 2) находится на гладкой поверхности. В верхней части бруска вырезан желоб радиусом  $R \gg r$  (см. рисунок). В желоб помещают маленький шарик ( $r_{ш} \ll r$ ) массой  $m$ , способный катиться в нем без скольжения. Масса бруска  $M$ .

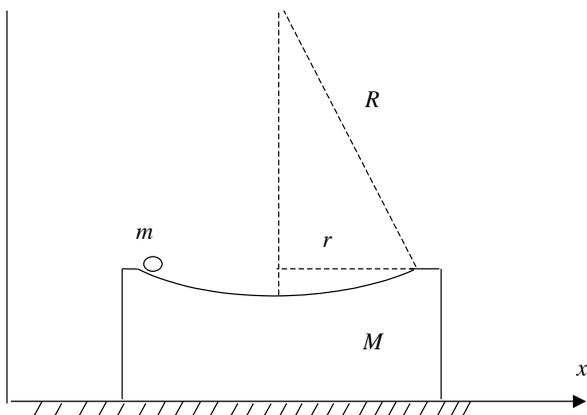


Рис. 2

Записать лагранжиан системы, получить уравнения движения и решить их.

Проанализировать решение для двух вариантов начальных условий:

1) шарик находится в нижней точке желоба, ему придают начальную скорость  $v_0$  относительно бруска, направленную вправо;

2) шарик находится в верхней точке желоба, его отпускают без начальной скорости. Брусок первоначально покоился.

Определить минимальную скорость, которую надо сообщить бруску, чтобы шарик выкатился из желоба, если первоначально вся система находилась в покое в положении статического равновесия.

3. Записать лагранжианы и получить уравнения движения для следующих систем:

1) математический маятник длиной  $l$ , массой  $m$ , точка подвеса  $o$  которого совершает гармонические колебания по вертикали по закону  $z_o = a \sin(pt)$ ;

2) математический маятник длиной  $l$ , массой  $m$ , прикрепленный снизу к пружине жесткостью  $k$ , длиной  $r_0$ . Рассмотреть случай малых колебаний;

3) математический маятник длиной  $l$ , массой  $m$ , прикрепленный к горизонтальной пружине жесткостью  $k$ , длиной  $r_0$ . Рассмотреть случай малых колебаний.

В положении равновесия маятника пружина не растянута. Массой пружины пренебречь.

4. Движение частицы массой  $m$  описывается лагранжианом

$$L = e^{\frac{\alpha}{m} t} \left[ \frac{m \vec{v}^2}{2} - U(\vec{r}) \right], \quad \alpha > 0.$$

Выписать соответствующие уравнения Лагранжа и проинтерпретировать их.

5. Записать лагранжиан и уравнения движения для системы (рис. 3), состоящей из трех тел: призмы массой  $m_1$ , находящейся на гладкой поверхности; груза  $m_2$  на гладкой наклонной плоскости призмы, прикрепленного к пружине жесткостью  $k$ ; и математического маятника длиной  $l$  и массой  $m_3$ , прикрепленного к грузу  $m_2$ . Рассмотреть случай малых колебаний маятника и груза  $m_2$ . Угол наклона наклонной плоскости к горизонту равен  $\alpha$ .

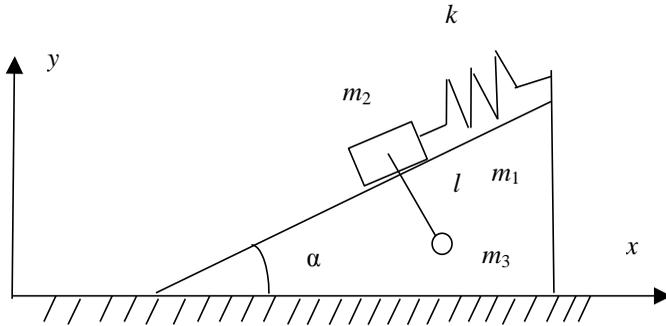


Рис. 3

6. Лагранжиан свободной частицы массой  $m$  имеет вид

$$L = \frac{m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)}{2}.$$

а) Совершая замену переменных

$$x = x' \cos(\omega t) - y' \sin(\omega t),$$

$$y = x' \sin(\omega t) + y' \cos(\omega t),$$

$$z = z',$$

выполнить переход во вращающуюся с  $\omega = \text{const}$  вокруг оси  $z$  систему отсчета, получить тем самым  $L(\vec{r}', \dot{\vec{r}}')$ .

б) Выписать соответствующие уравнения Лагранжа и проинтерпретировать различные силы инерции, возникающие в правой части уравнений движения

$$m\ddot{\vec{r}}' = \vec{F}_{\text{инерц}} - ?$$

во вращающейся системе отсчета.

7. Одномерному движению частицы в однородном поле тяжести соответствует лагранжиан

$$L = \frac{m\dot{z}^2}{2} - mgz.$$

а) Показать, что преобразование  $z \rightarrow z' = z + \delta a$  является преобразованием симметрии, т.е. действие инвариантно относительно данного преобразования. Вычислить соответствующий интеграл движения.

б) Показать, что преобразование  $z \rightarrow z' = z + \beta t$  также является преобразованием симметрии. Вычислить соответствующий интеграл движения.

8. Показать, что лагранжиан частицы массой  $m$  и зарядом  $q$  в однородном магнитном поле, направленном вдоль оси  $z$ , приобретает вид:

$$L = \frac{m \vec{v}^2}{2} + \frac{q}{2} \vec{B} \cdot [\vec{r} \times \vec{v}].$$

**Указание:** исходный лагранжиан равен  $L = \frac{m \vec{v}^2}{2} + q \vec{A} \cdot \vec{v}$ ; надо выразить векторный потенциал  $\vec{A}$  через индукцию магнитного поля  $\vec{B}$ .

а) Показать, что система инвариантна относительно произвольных трансляций  $\vec{r} \rightarrow \vec{r}' = \vec{r} + \vec{a}$ , вычислить соответствующий интеграл движения.

б) Показать, что система инвариантна относительно произвольных поворотов вокруг оси, параллельной магнитному полю  $\vec{B} = \vec{n}B$ ,  $\vec{r} \rightarrow \vec{r}' = \vec{r} + [\vec{n} \times \vec{r}] \delta\varphi$ , вычислить соответствующий интеграл движения. Здесь  $\vec{n} \delta\varphi = \delta\vec{\varphi}$  – элементарный угол поворота.

9. Проинтегрировать уравнения движения при заданном лагранжиане и начальных условиях:

а)  $L = \dot{x}^2 + e^x$ ,  $x_0 = 0$ ,  $\dot{x}_0 = 2$ ;

б)  $L = \frac{\dot{x}^2}{x^2} - 1$ ,  $x_0 = 1$ ,  $\dot{x}_0 = 0$ .

10. Для потенциала Юкавы  $U(r) = -k \frac{e^{-\alpha r}}{r}$  изобразить график эффективной потенциальной энергии  $U_{\text{эфф}}(r)$ , охарактеризовать качественно возможные типы орбит при различных начальных условиях.

## Расчетно-графическое задание № 2

1. Показать, что движение связанных маятников (рис. 4) при малых колебаниях описывается модельным лагранжианом

$$L = \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2} - \frac{\omega_0^2}{2}(x^2 + y^2) + \alpha xy.$$

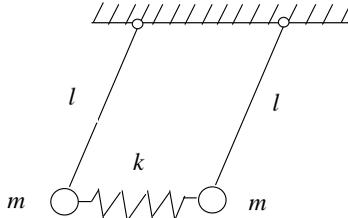


Рис. 4

Вычислить частоты колебаний и найти векторы нормальных колебаний.

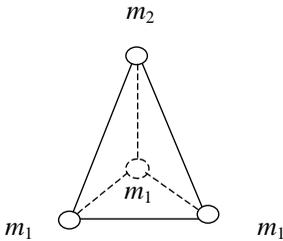


Рис. 5

2. Вычислить тензор инерции четырехатомной молекулы в форме пирамиды (рис. 5) относительно системы отсчета, помещенной в центр масс молекулы.

3. Найти частоту малых колебаний однородного полушара, находящегося на гладкой горизонтальной поверхности в поле тяжести.

4. Определить функцию Гамильтона ангармонического осциллятора, функция Лагранжа которого

$$L = \frac{\dot{x}^2}{2} - \frac{\omega^2 x^2}{2} - \alpha x^3 + \beta x \dot{x}^2.$$

Найти уравнения движения Гамильтона для такого осциллятора.

5. Найти закон движения заряженной частицы в однородном постоянном магнитном поле  $\vec{H}$ , решая уравнения Гамильтона. Векторный потенциал выбрать в виде

$$A_y = Hx, \quad A_x = A_z = 0.$$

6. Найти траекторию и закон движения частицы в поле  $U(r) = \frac{m\omega_1^2 x^2}{2} + \frac{m\omega_2^2 y^2}{2}$  с помощью уравнения Гамильтона–Якоби.

7. Определить возможные типы движения частицы в потенциальном поле  $U(r) = -\frac{\alpha}{r^2}$  ( $\alpha > 0$ ). Определить траектории движения частиц в этом поле при произвольных  $E$  и  $M$ . Здесь  $M$  – модуль момента импульса частицы. Вычислить эффективное сечение рассеяния и эффективное сечение захвата для такого потенциала.

8. Найти дифференциальное эффективное сечение рассеяния частиц сферическим «потенциальным горбом»:

$$U(r) = \begin{cases} V & \text{при } r < a, \\ 0 & \text{при } r > a. \end{cases}$$

### Задачи контрольных работ

1. Призма массой  $m_1$  находится на гладкой поверхности. Грузы массами  $m_2$  и  $m_3$  связаны нерастяжимой нитью и способны перемещаться по гладким поверхностям призмы (рис. 6).

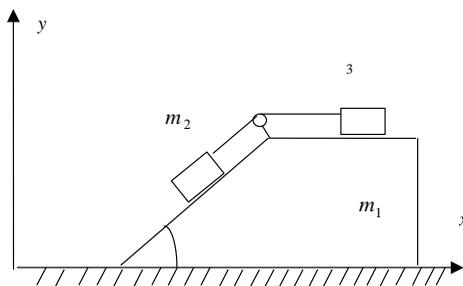


Рис. 6

Записать лагранжиан, получить уравнения движения для всех тел, решить их и найти законы движения. В начальный момент времени вся система покоилась.

2. Тележка массой  $m_1$  (рис. 7) способна без трения двигаться по горизонтальной поверхности. На тележке закреплен математический маятник массой  $m_2$ , длиной  $l$ .

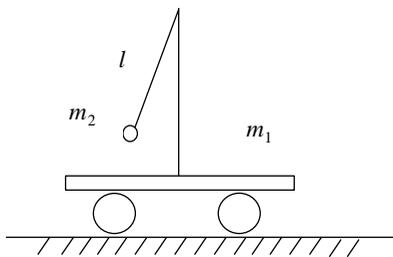


Рис. 7

Записать лагранжиан, получить уравнения движения для маятника и тележки, решить их и найти законы движения. В начальный момент времени маятник находился в покое в положении равновесия, а тележке придану малую начальную скорость  $v_0$ . Массой колес пренебречь.

3. Призма массой  $m_1$  находится на гладкой поверхности. Груз массой  $m_2$  находится на гладкой наклонной плоскости и прикреплен к пружине жесткостью  $k$  (рис. 8).

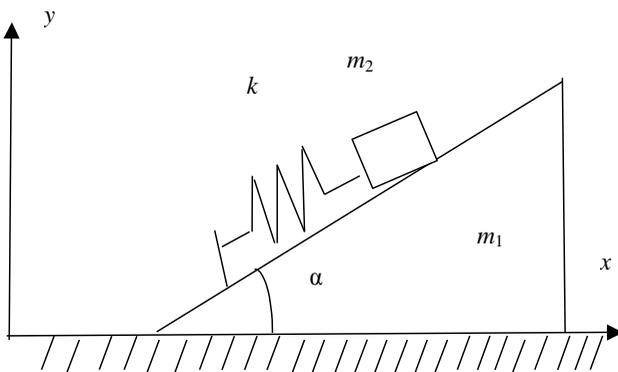


Рис. 8

Записать лагранжиан, получить уравнения движения для груза и призмы, решить их и найти закон движения призмы. В начальный момент времени призма покоилась, а груз находился в положении равновесия.

веса. Ему придали начальную скорость  $v_0$  относительно призмы, направленную вверх по наклонной плоскости.

4. Тележка массой  $m_1$  (рис. 9) способна без трения двигаться по горизонтальной поверхности. На тележке находится груз массой  $m_2$ , закрепленный на невесомом стержне длиной  $R$ , способном вращаться в вертикальной плоскости под действием внутренних сил. Стержень начинает вращаться с постоянной угловой скоростью  $\omega$ .

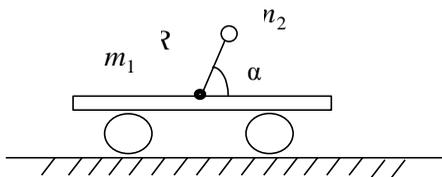


Рис. 9

Записать лагранжиан, получить уравнение движения для тележки и решить его. Рассмотреть случаи  $\alpha = 0$  и  $\alpha = \pi/2$  в начальный момент времени. При  $t = 0$  тележка покоилась.

5. Два груза  $m_1$  и  $m_2$  связаны легкой пружинкой жесткостью  $k$  (рис. 10) и способны перемещаться вдоль одной прямой.

Записать лагранжиан, получить уравнения движения для каждого груза, решить их и получить закон движения, если грузу  $m_2$  придать начальную скорость  $v_0$ . Длина нерастянутой пружины равна  $l$ .

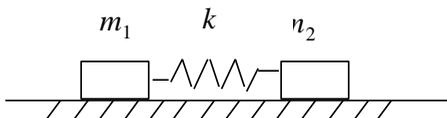


Рис. 10

6. Призма массой  $m_1$  находится на гладкой поверхности. Груз массой  $m_2$  находится на гладкой наклонной плоскости и соединен с грузом  $m_3$  посредством легкой нерастяжимой нити (рис. 11). Грузу  $m_2$

придают начальную скорость  $v_0$  относительно призмы, направленную вниз по наклонной плоскости.

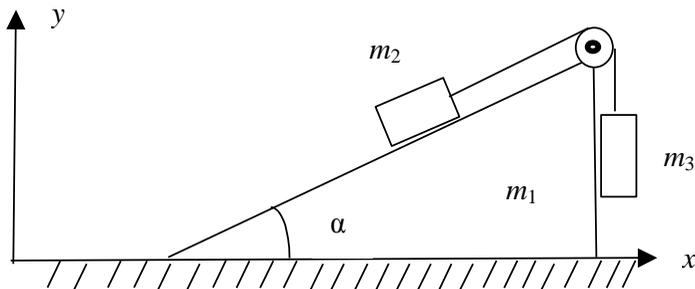


Рис. 11

Записать лагранжиан, получить уравнения движения для грузов и призмы, решить их и найти законы движения. В начальный момент времени призма покоилась.

7. Найти интеграл движения частицы, движущейся в однородном поле  $U(\vec{r}) = -\vec{F} \cdot \vec{r}$ , используя симметрию лагранжиана при смещении вдоль направления силы.

8. Найти интеграл движения частицы, движущейся в поле бегущей волны  $U(\vec{r}, t) = U(\vec{r} - \vec{V}t)$ , где  $\vec{V}$  – постоянный вектор.

9. Найти интеграл движения системы двух частиц, соответствующий преобразованиям Галилея

$$\begin{aligned} t' &= t, \\ x' &= x - \varepsilon \cdot t, \\ y' &= y, \\ z' &= z. \end{aligned}$$

Взаимодействие частиц описывается потенциалом  $U(r_{12})$ .

10. Найти интеграл движения системы двух частиц, взаимодействующих посредством потенциала  $U(r_{12}) = -\frac{\alpha}{r_{12}^2}$ , соответствующий преобразованию симметрии

$$\begin{aligned}\vec{r}_1' &= a \vec{r}_1, \\ \vec{r}_2' &= a \vec{r}_2, \\ t' &= b t.\end{aligned}$$

При каких  $a$  и  $b$  это преобразование будет преобразованием симметрии?

11. Точка с массой  $m = 1$  движется в поле с центральной симметрией  $U = -\frac{1}{2r^2}$ .

Проинтегрировать уравнения движения и найти закон движения, если  $E < 0$ ,  $M < 1$ . В начальный момент времени точка находилась на максимально возможном расстоянии от центра.

12. Проинтегрировать уравнение движения точки, если даны ее функция Лагранжа и начальные условия:

$$L = \dot{x}^2 - x^2, \quad x_0 = 1, \quad \dot{x}_0 = 0.$$

Найти точки остановки и период.

13. Проинтегрировать уравнение движения точки, если даны ее функция Лагранжа и начальные условия:

$$L = \dot{x}^2 + e^x, \quad x_0 = 0, \quad \dot{x}_0 = 1.$$

Найти точки остановки.

14. Проинтегрировать уравнение движения точки, если даны ее функция Лагранжа и начальные условия:

$$L = \dot{x}^2 + x^2, \quad x_0 = 1, \quad \dot{x}_0 = 0.$$

Найти точки остановки.

15. Проинтегрировать уравнение движения точки, если даны ее функция Лагранжа и начальные условия:

$$L = \dot{x}^2 - \frac{1}{x}, \quad x_0 = 1, \quad \dot{x}_0 = 0.$$

Найти точки остановки.

**Примечание:**

$$\int \sqrt{\frac{x}{x-1}} dx = \sqrt{x(x-1)} + \ln(\sqrt{x-1} + \sqrt{x}).$$

16. Проинтегрировать уравнение движения точки, если даны ее функция Лагранжа и начальные условия:

$$L = \frac{\dot{x}^2}{x} - x, \quad x_0 = 1, \quad \dot{x}_0 = 1.$$

Найти точки остановки и период.

17. Проинтегрировать уравнение движения точки, если даны ее функция Лагранжа и начальные условия:

$$L = -\sqrt{1 - \dot{x}^2} + x, \quad x_0 = 2, \quad \dot{x}_0 = 0.$$

Найти точки остановки.

### Задачи, предлагаемые на практических занятиях

1. Найти кривую в вертикальной плоскости (рис. 12), двигаясь по которой под действием силы тяжести материальная точка перейдет из

одной данной точки в другую в кратчайшее время  $T = \int_{(0,0)}^{(a,b)} \frac{ds}{v} = \min$ .

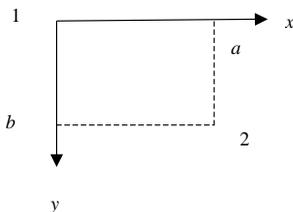


Рис. 12

2. Брусок массой  $M$  находится на гладкой поверхности. К бруску прикреплен математический маятник длиной  $l$  и массой  $m$ , способный колебаться в вертикальной плоскости (рис. 14). Найти закон движения бруска в случае малых колебаний маятника. Рассмотреть два случая: а) в начальный момент времени все тела покоятся, а маятник отклонен на малый угол  $\varphi_0$  от вертикали; б) в начальный момент времени брусок покоится, а грузу  $m$ , находящемуся в положении равновесия ( $\varphi_0 = 0$ ), придают малую скорость  $v_0$ .

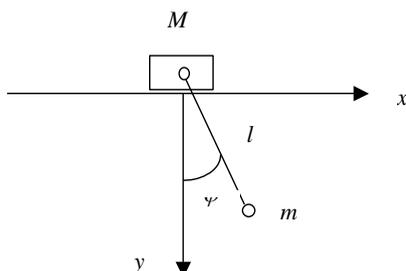


Рис. 14

3. На гладкой поверхности расположена гладкая призма массой  $M$  и углом наклона  $\alpha$ . На призме находится брусок массой  $m$  (рис. 15). Определить закон движения призмы, если брусок начнет свободно двигаться по ней. В начальный момент времени призма находилась в покое.

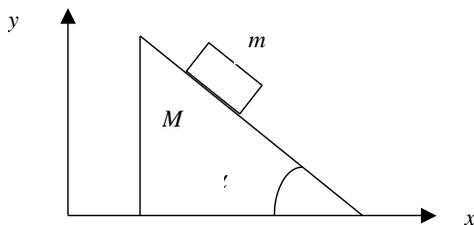


Рис. 15

4. Найти интегралы движения для частицы, движущейся:

а) в однородном поле  $U(\vec{r}) = -\vec{F} \cdot \vec{r}$ ;

б) в поле  $U(\vec{r})$ , где  $U(\vec{r})$  – однородная функция:  $U(\alpha\vec{r}) = \alpha^n U(\vec{r})$  (уточнить, при каком  $n$  преобразование подобия не меняет вид действия).

5. Найти интегралы движения для системы двух частиц, взаимодействующих посредством потенциалов: а)  $U(\vec{r}) = -\frac{\alpha}{r_{12}}$ ;

б)  $U(\vec{r}) = -\frac{\alpha}{r_{12}^2}$ .

6. Найти закон движения материальной точки в центральном силовом поле с потенциалом: а)  $U(r) = \frac{k r^2}{2}$ ; б)  $U(\vec{r}) = \frac{\alpha}{r^2}$ ; в)  $U(\vec{r}) = -\frac{\alpha}{r^2}$ .

7. Найти закон движения материальной точки в поле потенциальной ямы  $U(r) = \begin{cases} -V_1, & r \leq a, \\ 0, & r > a. \end{cases}$

8. Определить эффективное сечение рассеяния частиц от абсолютно твердого шарика радиусом  $a$ .

$$U(r) = \begin{cases} \infty, & r \leq a, \\ 0, & r > a. \end{cases}$$

9. Найти эффективное сечение рассеяния сферической потенциальной ямой радиусом  $a$  и «глубиной»  $U_0$ , т.е.

$$U(r) = \begin{cases} -U_0, & r \leq a, \\ 0, & r > a. \end{cases}$$

10. Рассчитать тензор инерции двух материальных точек массами  $m_1$  и  $m_2$ , находящихся на расстоянии  $d$ , относительно осей, проходящих через их центр инерции.

11. Рассчитать тензор инерции тонкого диска и цилиндра относительно осей, проходящих через центр инерции.

12. Найти малые колебания двойного плоского маятника (рис. 16).

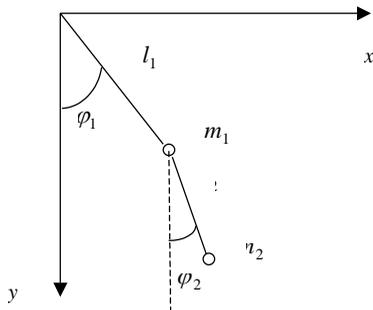


Рис. 16

13. Найти нормальные колебания трех одинаковых частиц, связанных одинаковыми пружинками и могущих двигаться по кольцу (рис. 17). Определить нормальные координаты, приводящие функцию Лагранжа к сумме квадратов.

14. Определить нормальные колебания системы, изображенной на рис. 18.

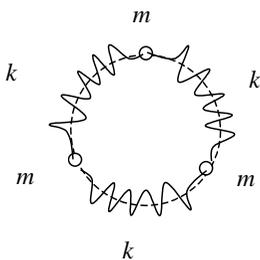


Рис. 17

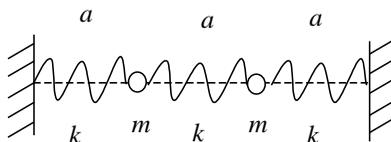


Рис. 18

15. Частица массой  $m$  движется в центральном поле с потенциальной энергией  $U(r)$ .

Записать лагранжиан в сферических координатах, вычислить импульсы  $(p_r, p_\theta, p_\varphi)$ , сопряженные координатам  $(r, \theta, \varphi)$ , определить гамильтониан  $H(r, \theta, \varphi, p_r, p_\theta, p_\varphi)$  и записать уравнения Гамильтона.

16. Описать движение частицы по поверхности цилиндра радиусом  $a$ , используя уравнения Гамильтона, если частица притягивается к началу координат с силой  $\vec{F} = -k \vec{r} = -\frac{\partial U}{\partial \vec{r}}$ ,  $U = \frac{kr^2}{2}$ .

17. Построить гамильтониан и выписать уравнения Гамильтона для математического маятника.

18. Для нерелятивистской заряженной частицы в электромагнитном поле, описываемой лагранжианом  $L = \frac{mv^2}{2} + q\vec{A} \cdot \vec{v} - q\phi$ , получить гамильтониан и выписать уравнения Гамильтона.

19. Вычислить фундаментальные скобки Пуассона:  $\{q_i, q_j\}$ ,  $\{p_i, p_j\}$ ,  $\{q_i, p_j\}$ ,  $\{M_i, x_j\}$ ,  $\{M_i, p_j\}$ ,  $\{M_i, M_j\}$ .

20. Найти траекторию и закон движения частицы в поле  $U(\vec{r})$  с помощью уравнения Гамильтона–Якоби для полей вида:

а)  $U(\vec{r}) = -Fx$ ;

б)  $U(\vec{r}) = \frac{m\omega_1^2 x^2}{2}$ .

### Примеры билетов к экзамену по курсу «Механика»

Министерство образования и науки РФ	
<b>НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>	<b>Экзаменационный билет № 1</b> По дисциплине      Механика Факультет: <b>ФТФ</b> Курс: <b>2</b>
1. Число степеней свободы. Связи, их типы и обобщенные координаты. 2. Вывод формулы Резерфорда для дифференциального сечения рассеяния частиц, взаимодействующих посредством кулоновских сил. 3. Вывод уравнения Гамильтона–Якоби. Предельный переход от нестационарного уравнения Шредингера к уравнению Гамильтона–Якоби при стремлении постоянной Планка к нулю. 3. Задачи.	

<b>Министерство образования и науки РФ</b>	
<b>НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>	<b>Экзаменационный билет № 2</b> По дисциплине           Механика Факультет: <b>ФТФ</b> Курс: <b>2</b>
<p>1. Уравнение Эйлера как необходимое условие экстремума функционала <math>I[y(x)] =</math></p> $= \int_{x_2}^{x_1} F(y, y', x) dx.$ <p>2. Рассеяние частиц в центральном поле. Сечения рассеяния частиц: дифференциальное, полное. 3. Канонические преобразования, вывод их с помощью производящих функций <math>F_1(q, Q, t)</math> и <math>F_2(q, P, t)</math>. 4. Задачи.</p>	

<b>Министерство образования и науки РФ</b>	
<b>НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>	<b>Экзаменационный билет № 3</b> По дисциплине           Механика Факультет: <b>ФТФ</b> Курс: <b>2</b>
<p>1. Принцип наименьшего действия Гамильтона и уравнения Лагранжа. Что такое ковариантность уравнений Лагранжа? 2. Сечения захвата. Условия захвата в полях <math>U(r) = -\frac{\alpha}{r^n}</math>. 3. Канонические преобразования, вывод их с помощью производящих функций <math>F_3(p, Q, t)</math> и <math>F_4(p, P, t)</math>. 3. Задачи.</p>	

<b>Министерство образования и науки РФ</b>	
<b>НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>	<b>Экзаменационный билет № 4</b> По дисциплине           Механика Факультет: <b>ФТФ</b> Курс: <b>2</b>
<p>1. Аддитивность функции Лагранжа, неоднозначность в ее задании. Обобщенные импульсы и циклические координаты. 2. Задача Кеплера. Получение уравнений орбит в задаче Кеплера. 3. Скобки Пуассона и интегралы движения. 4. Задачи.</p>	

**Министерство образования и науки РФ**

**НОВОСИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

**Экзаменационный билет № 5**

По дисциплине      **Механика**  
Факультет:         **ФТФ**  
Курс:                 **2**

1. Преобразование симметрии и интегралы движения. Теорема Эмми Нетер.
2. Постановка задачи двух тел, взаимодействующих посредством центральных сил. Разделение движения центра масс и относительного движения.
3. Уравнения Гамильтона для заряженной частицы в электромагнитном поле.
4. Задачи.

**Министерство образования и науки РФ**

**НОВОСИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

**Экзаменационный билет № 6**

По дисциплине      **Механика**  
Факультет:         **ФТФ**  
Курс:                 **2**

1. Качественный анализ одномерных движений. Фinitные и инфинитные движения.
2. Фазовые портреты динамических систем.
3. Обобщенная энергия механической (динамической) системы, ее структура.
4. Задачи.

**Министерство образования и науки РФ**

**НОВОСИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

**Экзаменационный билет № 7**

По дисциплине      **Механика**  
Факультет:         **ФТФ**  
Курс:                 **2**

1. Методы подобия и размерности, задачи на их применение.
2. Рассеяние частиц в центральном поле. Сечения рассеяния частиц: дифференциальное, полное.
3. Вывод канонических уравнений Гамильтона.
4. Задачи.

<b>Министерство образования и науки РФ</b>	
<b>НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>	<b>Экзаменационный билет № 8</b> По дисциплине <b>Механика</b> Факультет: <b>ФТФ</b> Курс: <b>2</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Принцип наименьшего действия Гамильтона и уравнения Лагранжа. Что такое ковариантность уравнений Лагранжа?</li> <li>2. Линейные многомерные колебания. Нормальные колебания, свойства ортогональности для векторов нормальных колебаний.</li> <li>3. Скобки Пуассона и интегралы движения.</li> <li>4. Задачи.</li> </ol>	

<b>Министерство образования и науки РФ</b>	
<b>НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>	<b>Экзаменационный билет № 9</b> По дисциплине <b>Механика</b> Факультет: <b>ФТФ</b> Курс: <b>2</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Аддитивность функции Лагранжа, неоднозначность в ее задании. Обобщенные импульсы и циклические координаты.</li> <li>2. Нормальные колебания цепочек из одинаковых атомов.</li> <li>3. Уравнение Гамильтона–Якоби. Предельный переход от нестационарного уравнения Шредингера к уравнению Гамильтона–Якоби при стремлении постоянной Планка к нулю.</li> <li>4. Задачи.</li> </ol>	

<b>Министерство образования и науки РФ</b>	
<b>НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>	<b>Экзаменационный билет № 10</b> По дисциплине <b>Механика</b> Факультет: <b>ФТФ</b> Курс: <b>2</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Преобразование симметрии и интегралы движения. Теорема Эмми Нетер.</li> <li>2. Нормальные колебания цепочек из атомов двух типов.</li> <li>3. Вывод канонических уравнений Гамильтона.</li> <li>4. Задачи.</li> </ol>	

<b>Министерство образования и науки РФ</b>	
<b>НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>	<b>Экзаменационный билет № 11</b> По дисциплине <b>Механика</b> Факультет: <b>ФТФ</b> Курс: <b>2</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Методы подобия и размерностей, задачи на их применение.</li> <li>2. Кинетическая энергия и момент импульса абсолютно твердого тела. Тензор инерции и его свойства.</li> <li>3. Уравнения Гамильтона для заряженной частицы в электромагнитном поле.</li> <li>4. Задачи.</li> </ol>	

<b>Министерство образования и науки РФ</b>	
<b>НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>	<b>Экзаменационный билет № 12</b> По дисциплине <b>Механика</b> Факультет: <b>ФТФ</b> Курс: <b>2</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Уравнение Эйлера, как необходимое условие экстремума функционала  <math display="block">I[y(x)] = \int_{x_2}^{x_1} F(y, y', x) dx.</math> </li> <li>2. Принцип наименьшего действия и уравнения Лагранжа для нерелятивистской заряженной частицы во внешнем электромагнитном поле.</li> <li>3. Уравнения движения твердого тела. Уравнения Эйлера для описания движения твердого тела.</li> <li>4. Задачи.</li> </ol>	

<b>Министерство образования и науки РФ</b>	
<b>НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>	<b>Экзаменационный билет № 13</b> По дисциплине <b>Механика</b> Факультет: <b>ФТФ</b> Курс: <b>2</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Анализ движения свободного симметричного волчка.</li> <li>2. Сечения захвата. Условия захвата в полях <math>U(r) = -\frac{\alpha}{r^n}</math>.</li> <li>3. Канонические преобразования, вывод их с помощью производящих функций <math>F_2(q, P, t)</math> и <math>F_3(p, Q, t)</math>.</li> <li>4. Задачи.</li> </ol>	

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика, 1972 или более поздние годы издания.
2. Коткин Г.Л., Сербо В.Г. Сборник задач по классической механике, 1977.
3. Голдштейн Г. Классическая механика, 1975.
4. Тер Хаар Д. Основы гамильтоновой механики, 1974.

## Часть 2. ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

### 1. ВНЕШНИЕ ТРЕБОВАНИЯ

#### ИЗ ТРЕБОВАНИЙ ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА (ГОС) К ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВЛЕННОСТИ БАКАЛАВРОВ

По направлению подготовки 140400 – Техническая физика

Бакалавр, в зависимости от содержания основной образовательной программы, должен

**знать:**

- основные закономерности процессов и явлений, происходящих в неживой и живой природе, необходимые для решения задач, возникающих при выполнении профессиональных функций;
- основные тенденции развития технической физики и физических технологий;

**владеть:**

- методами проведения измерений и исследований, обработки полученных результатов;
- способами создания моделей для описания и прогнозирования различных явлений, выполнения их качественного и количественного анализа;
- культурой мышления, умением в письменной и устной форме правильно (логично) оформить его результаты.

Приведенные требования ГОС к профессиональной подготовленности бакалавра, а также требования ГОС к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы бакалавра по на-

правлению 140400 – «Техническая физика» определяют содержание следующих разделов.

- Принципы построения и структура курса «Теория электромагнитного поля».
- Содержание курса «Теория электромагнитного поля».
- Темы расчетно-графических заданий по курсу «Теория электромагнитного поля» и правила аттестации по учебной дисциплине.
- Учебно-методические материалы.

## **2. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И СТРУКТУРА КУРСА «ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ»**

В основу курса «Теория электромагнитного поля» для лазерных специальностей на физико-техническом факультете положены следующие принципы.

- Курс входит в число дисциплин обязательного *национально-регионального (вузовского)* компонента ОПД.Р.00 **Теория электромагнитного поля** (по направлению 140400 – **Техническая физика**).

- Курс «Теория электромагнитного поля» является второй частью курса теоретической физики, читаемого на ФТФ студентам лазерных специальностей. Основной целью курса является ознакомление студентов с основными методами теории поля, ее лагранжевой формулировкой и уравнениями Максвелла. Курс формирует у студентов соответствующие интеллектуальные умения, позволяющие решать разнообразные задачи теории электромагнитного поля с привлечением соответствующего математического аппарата. Курс создает фундаментальную базу для изучения последующих разделов теоретической физики и общетехнических и специальных дисциплин.

- Кратко охарактеризуем концептуальные основы построения лекций курса (34 ч), играющих очень важную роль в теоретическом образовании студентов физико-технического факультета.

В начале курса рассматриваются элементы специальной теории относительности, на их основе получают микроскопические уравнения Максвелла, вводятся тензор электромагнитного поля и тензор энергии-импульса поля.

Затем формулируется принцип наименьшего действия Гамильтона и с его помощью выводятся уравнения Лагранжа для частицы во внешнем электромагнитном поле и уравнения Максвелла для полей в вакууме.

На основе общей системы уравнений Максвелла изучаются основные явления электростатики и магнитостатики, рассматриваются различные методы решения соответствующих задач.

Вводятся скалярный и векторный потенциалы электромагнитного поля, с их помощью анализируется проблема излучения и рассеяния электромагнитных волн.

В конце курса, на примере электромагнитного поля, студенты знакомятся с идеями локальной калибровочной инвариантности, лежащими в основе современной теории калибровочных полей.

- Изложение курса «Теория электромагнитного поля» в лекциях носит, как это принято в курсе теоретической физики, дедуктивный характер: описание различных физических явлений дается на основе нескольких общих фундаментальных принципов теоретической физики.

- Для успешного изучения курса студентам необходимо использовать линейную алгебру и аналитическую геометрию, основы математического анализа функций одной или нескольких переменных и элементы теории функций комплексного переменного, элементы теории обыкновенных дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений в частных производных, элементы теории вероятностей.

- Все разделы курса имеют практическую часть – семинары (17 ч) и расчетно-графические работы (5 ч). На практических занятиях и в расчетно-графических работах студенты применяют теоретические положения для решения конкретных физических задач, которые подразделяются на следующие типы:

- 1) качественные задачи – с использованием известных законов дается объяснение физических явлений на языке слов, образов (используются рисунки, схемы, графики);

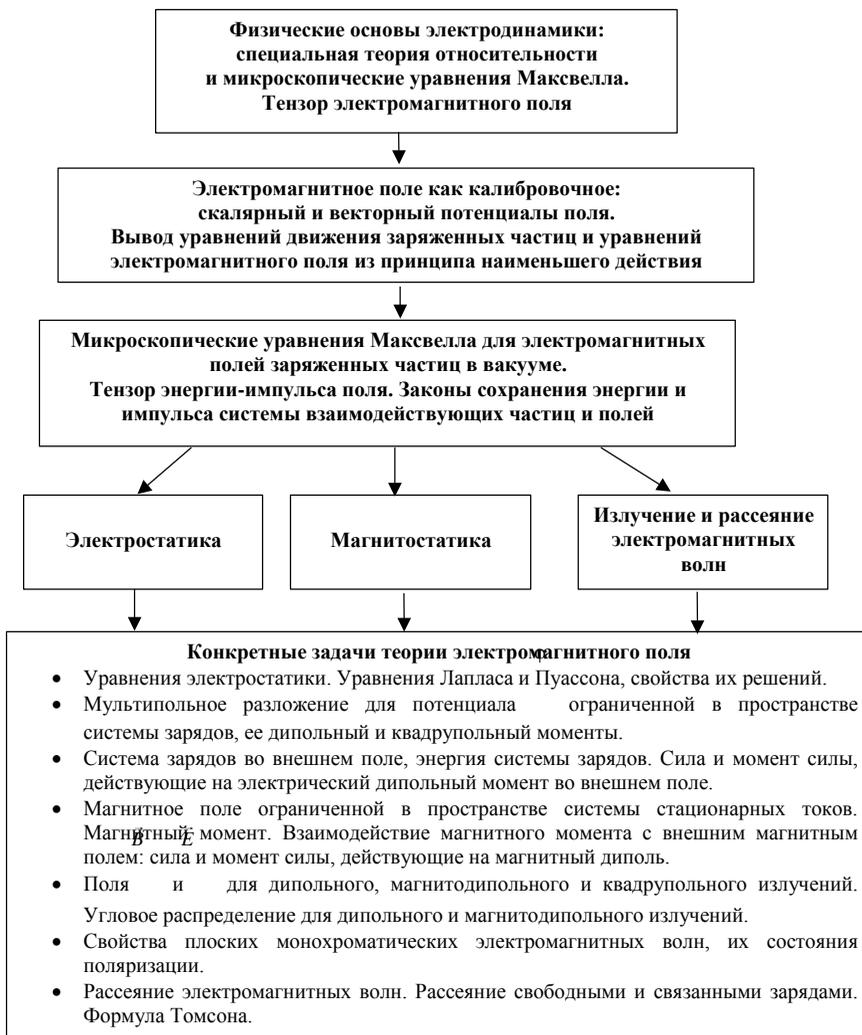
- 2) задачи-оценки – на количественные оценки порядков физических величин различных физических явлений (выбирается модель физического явления, на основе зависимостей между физическими величинами производится численная оценка);

- 3) задачи, требующие при описании физических явлений аналитических вычислений: решения алгебраических, дифференциальных уравнений, использования интегральных законов и т.д.;

- 4) задачи проблемного, нестандартного характера (рассматривается интересная физическая проблема в комплексе со всеми важными для ее решения частными задачами).

Решение физических задач – очень важная составная часть курса; понимание физики и умение применять физические законы в реальной

## СТРУКТУРА КУРСА «ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ»



деятельности инженера-физика во многом определяются его умением решать конкретные физические задачи.

- Знания и умения студентов оцениваются с помощью контрольных работ (одна контрольная работа, 5 часов в семестр); расчетно-графического задания (5 часов в семестр) и экзамена.

Изложенные принципы построения курса «Теория электромагнитного поля» определяют его структуру.

### **3. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА «ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ»**

В настоящем разделе приведены темы лекционных и практических занятий, а также темы расчетно-графических заданий.

Лекции – 34 ч, практические занятия – 17 ч,  
расчетно-графические задания – 5 ч, контрольная работа – 5 ч,  
самостоятельная работа – 20 ч

Лекции	Ча- сы	Практические (семинарские) занятия	Ча- сы
Релятивистская кинематика. Скалярные и векторные величины в физике. Понятие о геометрии Минковского. Метрический тензор. Контравариантные и ковариантные четырехвекторы	2		
Четырехвекторы скорости, ускорения и импульса. Релятивистские импульс и энергия. Релятивистское обобщение основного закона динамики. Уравнение движения заряженной частицы в электромагнитном поле	2	Четырехвекторы в СТО	2
Тензор электромагнитного поля и преобразования Лоренца для полей $\vec{B}$ и $\vec{E}$ . Четырехградиент, четырехток и закон сохранения электрического заряда в различных формах. Принцип относительности и система уравнений Максвелла для микроскопических полей заряженных частиц в вакууме	2		

Продолжение таблицы

Лекции	Ча- сы	Практические (семинарские) занятия	Ча- сы
Система уравнений Максвелла для микроскопических полей заряженных частиц в вакууме в явно релятивистски-инвариантной форме, в трехмерной дифференциальной и интегральной формах. Закон сохранения энергии для системы электромагнитных полей и заряженных частиц. Плотность энергии и плотность потока энергии для электромагнитного поля	2	Эффект Доплера. Преобразования Лоренца для полей	2
Закон изменения импульса для системы заряженных частиц и полей. Плотность потока импульса электромагнитного поля Тензор натяжений Максвелла для электромагнитного поля	2		
Скалярный $\phi$ и векторный $\vec{A}$ потенциалы для электромагнитного поля. Четырехпотенциал $A^k$ . Калибровочные преобразования для потенциалов, калибровочная свобода и калибровки – дополнительные условия, налагаемые на потенциалы	2	Инварианты преобразований Лоренца для полей и их использование	2
Принцип наименьшего действия и уравнение движения для заряженной частицы во внешнем электромагнитном поле. Действие и уравнения Лагранжа для цепочки атомов и ее континуального предела	2		
Принцип наименьшего действия для классических полевых систем. Действие и уравнения Лагранжа для полей $\vec{B}$ и $\vec{E}$ электромагнитного поля	2	Натяжения в электромагнитном поле	2
Уравнения электростатики. Уравнения Лапласа и Пуассона, свойства их решений. Мультипольное разложение для потенциала $\phi$ ограниченной в пространстве системы зарядов, ее дипольный и квадрупольный моменты	2		

Продолжение таблицы

Лекции	Ча-сы	Практические (семинарские) занятия	Ча-сы
Система зарядов во внешнем поле, энергия системы зарядов. Сила и момент силы, действующие на электрический дипольный момент во внешнем поле. Дифференциальные операции градиент, дивергенция и лапласиан в криволинейных координатах	2	Электростатические поля мультиполей	2
Магнитное поле ограниченной в пространстве системы стационарных токов. Магнитный момент. Взаимодействие магнитного момента с внешним магнитным полем: сила и момент силы, действующие на магнитный диполь	2		
Дополнительное условие Лоренца и уравнения Д'Аламбера для скалярного $\phi$ и векторного $\vec{A}$ потенциалов электромагнитного поля. Постановка задачи об излучении электромагнитных волн. Решения уравнений Д'Аламбера в виде запаздывающих потенциалов	2	Применения уравнений Лапласа и Пуассона к вычислению электростатических полей	2
Анализ полей электромагнитного излучения вдали от излучающей системы – в волновой зоне. Мультипольное разложение для потенциала $\vec{A}$ поля излучения	2		
Поля $\vec{B}$ и $\vec{E}$ для дипольного, магнитодипольного и квадрупольного излучений. Угловое распределение для дипольного и магнитодипольного излучений. Плоские монохроматические волны как поля на больших расстояниях от излучателя и как решения волнового уравнения	2	Частица в магнитном поле. Магнитный момент в магнитном поле	2
Свойства плоских монохроматических электромагнитных волн, их состояния поляризации. Уравнение движения заряженной частицы в электромагнитном поле с учетом силы радиационного трения	2		
Рассеяние электромагнитных волн. Рассеяние свободными и связанными зарядами. Формула Томсона	2	Задачи на излучение	2

Окончание таблицы

Лекции	Ча-сы	Практические (семинарские) занятия	Ча-сы
Электромагнитное поле как калибровочное. Калибровочная инвариантность в квантовой механике. Глобальные и локальные калибровочные преобразования. Основной принцип теории калибровочных полей	2		
Обзорная лекция	2	Зачетное занятие	2

#### **4. ТЕМЫ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ ПО КУРСУ «ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ» И ПРАВИЛА АТТЕСТАЦИИ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

Задания	Тема	Срок выполнения (недели)
1	Тензор электромагнитного поля и тензор энергии-импульса поля, их свойства и применения	2 – 5
2	Методы расчета электростатических и стационарных магнитных полей	6 – 10
3	Задачи на излучение и рассеяние электромагнитных волн	11 – 15

#### **ПРАВИЛА АТТЕСТАЦИИ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

- В течение семестра студенты выполняют и защищают расчетно-графические задания.
- В течение семестра студенты выполняют контрольную работу.
- В конце семестра, в период сессии, студенты, выполнившие и защитившие расчетно-графическое задание и контрольную работу, сдают экзамен.

## 5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

### ВОПРОСЫ И ТИПЫ ЗАДАЧ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЭКЗАМЕН

1. Ковариантные и контравариантные четырехвекторы, законы преобразования их компонент. Свойства матрицы преобразований Лоренца. Оператор четырехградиента.

2. Четырехвекторы скорости, ускорения и импульса. Релятивистские импульс и энергия. Релятивистское обобщение основного закона динамики. Простейшие задачи на применение релятивистского закона динамики.

3. Уравнение движения заряженной частицы в электромагнитном поле. Принцип относительности и тензор электромагнитного поля.

4. Преобразования Лоренца для полей  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$ . Инварианты для полей. Задачи на применение инвариантов для полей.

5. Принцип относительности и система уравнений Максвелла для микроскопических полей заряженных частиц в вакууме.

6. Система уравнений Максвелла для микроскопических полей заряженных частиц в вакууме в явно релятивистски-инвариантной форме, в трехмерной дифференциальной и интегральной формах.

7. Закон сохранения энергии для системы электромагнитных полей и заряженных частиц. Плотность энергии и плотность потока энергии для электромагнитного поля и их использование при решении простейших задач о передаче энергии.

8. Закон изменения импульса для системы заряженных частиц и полей. Плотность потока импульса электромагнитного поля. Тензор натяжений Максвелла для электромагнитного поля и задачи на его применение.

9. Введение скалярного  $\phi$  и векторного  $\vec{A}$  потенциалов для электромагнитного поля. Четырехпотенциал  $A^k$ . Калибровочные преобразования для потенциалов, калибровочная свобода и калибровки – дополнительные условия, налагаемые на потенциалы.

10. Принцип наименьшего действия и уравнение движения для заряженной частицы во внешнем электромагнитном поле. Действие и уравнения Лагранжа для цепочки атомов и ее континуального предела.

11. Принцип наименьшего действия для классических полевых систем. Действие и уравнения Лагранжа для полей  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$  электромагнитного поля.

12. Уравнения электростатики. Уравнения Лапласа и Пуассона, свойства их решений. Мультипольное разложение для потенциала  $\phi$  ограниченной в пространстве системы зарядов, ее дипольный и квадрупольный моменты

13. Задачи на вычисление электростатических полей различных конфигураций заряженных тел с помощью уравнений Лапласа и Пуассона.

14. Система зарядов во внешнем поле, энергия системы зарядов. Сила и момент силы, действующие на электрический дипольный момент во внешнем поле.

15. Магнитное поле ограниченной в пространстве системы стационарных токов. Магнитный момент. Взаимодействие магнитного момента с внешним магнитным полем: сила и момент силы, действующие на магнитный диполь.

16. Задачи на вычисление магнитостатических полей с помощью уравнения Пуассона для векторного потенциала магнитного поля.

17. Дополнительное условие Лоренца и уравнения  $D'$  Аламбера для скалярного  $\phi$  и векторного  $\vec{A}$  потенциалов переменного электромагнитного поля. Постановка задачи об излучении электромагнитных волн. Решения уравнений  $D'$  Аламбера в виде запаздывающих потенциалов.

18. Анализ полей электромагнитного излучения вдали от излучающей системы в волновой зоне. Мультипольное разложение для потенциала  $\vec{A}$  поля излучения.

19. Поля  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$  для дипольного, магнитодипольного и квадрупольного излучений. Угловое распределение для дипольного и магнитодипольного излучений.

20. Простые задачи на расчет дипольного и магнитодипольного полей излучения ускоренно движущихся частиц.

21. Плоские монохроматические волны как поля на больших расстояниях от излучателя и как решения волнового уравнения. Свойства плоских монохроматических волн, их состояния поляризации.

22. Уравнение движения заряженной частицы в электромагнитном поле с учетом силы радиационного трения.

23. Рассеяние электромагнитных волн. Рассеяние свободными и связанными зарядами. Формула Томсона.

24. Электромагнитное поле как калибровочное. Калибровочная инвариантность в квантовой механике. Глобальные и локальные калибровочные преобразования. Основной принцип теории калибровочных полей.

## Задачи расчетно-графического задания № 1

1. Используя закон преобразования  $F^{ik} = L_p^i L_q^k F^{pq}$  для компонент  $F^{ik}$  тензора электромагнитного поля, получить преобразование Лоренца для полей  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$  при переходе из инерциальной системы (К) в систему (К') (рис. 19).

$$F^{ik} \equiv \begin{pmatrix} 0, & -\frac{E_1}{c}, & -\frac{E_2}{c}, & -\frac{E_3}{c} \\ \frac{E_1}{c} & 0 & -B_3 & B_2 \\ \frac{E_2}{c} & B_3 & 0 & -B_1 \\ \frac{E_3}{c} & -B_2 & B_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad L_p^i = \begin{pmatrix} \gamma, & -\beta\gamma, & 0, & 0 \\ -\beta\gamma, & \gamma, & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

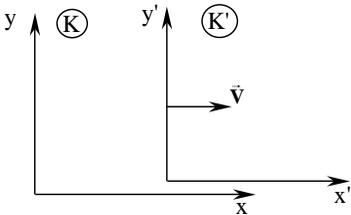


Рис. 19

**Ответ:**

$$\begin{aligned} \vec{E}'_{\perp} &= \gamma(\vec{E}_{\perp} - [\vec{V} \times \vec{B}]); \\ \vec{B}'_{\perp} &= \gamma\left(\vec{B}_{\perp} + \frac{1}{c^2}[\vec{V} \times \vec{E}]\right); \\ \vec{B}'_{\parallel} &= \vec{B}_{\parallel}, \quad \vec{B}'_{\parallel} = \vec{B}_{\parallel}; \\ \vec{E}_{\perp}, \vec{B}_{\perp} &\perp \vec{V}; \quad \vec{E}_{\parallel}, \vec{B}_{\parallel} \parallel \vec{V}. \end{aligned}$$

2. Используя преобразование Лоренца для полей  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$  (см. ответ к задаче 1), доказать, что величины

$$\frac{\vec{E}^2}{c^2} - \vec{B}^2 = \text{inv}_1, \quad \vec{B} \cdot \vec{E} = \text{inv}_2$$

являются инвариантами преобразований Лоренца, т.е. не изменяются при переходе от (К) к (К'), см. рис. 19.

3. В покоящейся системе отсчета заданы векторы  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$  однородного электромагнитного поля, причем,  $\vec{B} \cdot \vec{E} > 0$ . Определить скорости

$\vec{V}$  тех инерциальных систем координат, в которых векторы электрического  $\vec{E}$  и магнитного полей  $\vec{B}$  параллельны.

**Указание:** если найдена система отсчета ( $K'$ ), в которой  $\vec{B}' \parallel \vec{E}'$  то любая другая координатная система ( $K''$ ), движущаяся параллельно векторам  $\vec{B}'$  и  $\vec{E}'$ , также отвечает поставленному условию  $\vec{B}'' \parallel \vec{E}''$ . Поэтому ищите системы координат с заданными свойствами среди тех, которые движутся перпендикулярно векторам  $\vec{B}'$  и  $\vec{E}'$ .

4. В покоящейся системе отсчета поля  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$  ортогональны, т.е.  $\vec{B} \cdot \vec{E} = 0$ . Определить скорости  $\vec{V}$  тех инерциальных систем координат, в которых имеются: а) только электрическое поле  $\vec{E} \neq 0$ , б) только магнитное поле  $\vec{B} \neq 0$ . Определить векторы  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$  указанных полей.

5. Используя закон преобразования  $k^i = L_p^i k^P$  компонент волнового вектора  $k^i = \left( k^0 = \frac{\omega}{c}, \vec{k} \right)$ , определить выражения, связывающие частоты  $\omega$  и  $\omega'$  излучения в ( $K$ ) и ( $K'$ ), в двух постановках: а) апертура приемника фиксирована в системе  $K$  под углом  $\theta = 90^\circ$  (рис. 20, а); б) апертура излучения фиксирована в системе  $K'$  под углом  $\theta' = 90^\circ$  (рис. 20, б).

6. Описать отражение света от движущегося со скоростью  $\vec{V}$  зеркала. Свет с частотой  $\omega$  падает в системе ( $K$ ) под углом  $\theta$  на движущееся

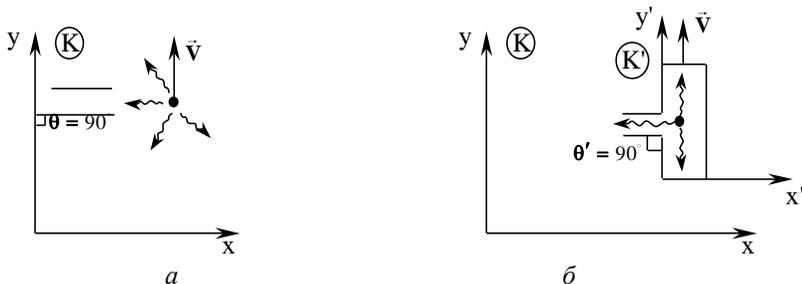


Рис. 20

зеркало. Вычислите частоту  $\tilde{\omega}$  отраженного света и угол  $\tilde{\theta}$  отражения света в системе (K) (рис. 21).

7. Используя тензор натяжений Максвелла  $T_{\alpha\beta}^{(e)} = \epsilon_0 \left( E_\alpha E_\beta - \frac{\delta_{\alpha\beta}}{2} \vec{E}^2 \right)$ ,

вычислить силу  $F_z$ , разрывающую на две половины равномерно заряженную, с зарядом  $Q$ , тонкую сферическую оболочку радиусом  $R$ .

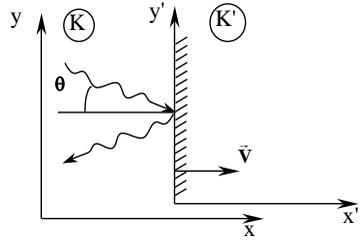


Рис. 21

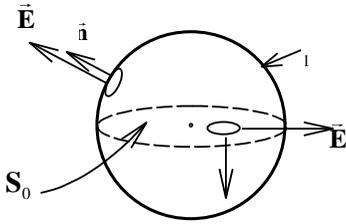


Рис. 22

**Указание:**  $F_z = F_3 = \oint T_{3\beta} ds_\beta = \int_{S_1} T_{3\beta} n_\beta ds$ ;  $S_1$  – верхняя полусфера, ось  $z$  перпендикулярна плоскости круга  $S_0$ , секущего сферу на две части (рис. 22).

8. Используя тензор натяжений Максвелла  $T_{\alpha\beta}^{(e)} = \epsilon_0 \left( E_\alpha E_\beta - \frac{\delta_{\alpha\beta}}{2} \vec{E}^2 \right)$ ,

вычислить силу  $F_z = F_3$ , разрывающую на две равные половины равномерно заряженный, с плотностью заряда  $\rho$  (Кл/м<sup>3</sup>), шар радиусом  $R$ .

**Указание:**  $F_3 = \oint T_{3\beta} n_\beta ds = \int_{S_1} T_{3\beta} n_\beta ds + \int_{S_0} T_{3\beta} n_\beta ds$ ;  $S_1$  – верхняя полусфера,  $S_0$  – окружность – круг, секущий шар на две части (рис. 22).

9. Используя тензор натяжений Максвелла  $T_{\alpha\beta}^{(e)} = \epsilon_0 \left( E_\alpha E_\beta - \frac{\delta_{\alpha\beta}}{2} \vec{E}^2 \right)$

для электромагнитного поля, вычислить силу взаимодействия: а) двух разноименных зарядов (рис. 23, а); двух одноименных зарядов (рис. 23, б).

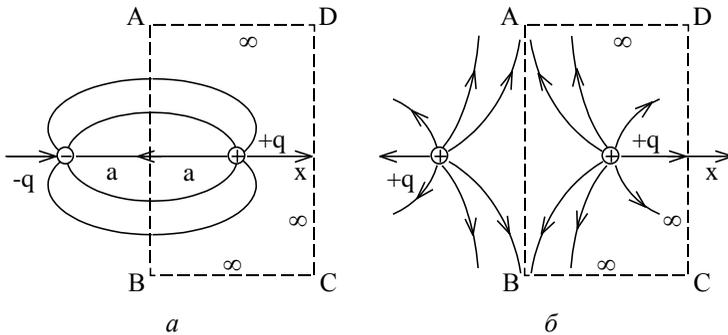


Рис. 23

**Указание:** воспользуйтесь формулой для силы  $F_x = \oint T_{1\beta} n_\beta ds$ .

10. Используя тензор натяжений  $T_{\alpha\beta}^e$  Максвелла, вычислить силу  $F_z = F_3$  на единицу длины, разрывающую цилиндрическое скопление зарядов (рис. 24), с плотностью  $\rho$  (Кл/м<sup>3</sup>), радиусом  $R$  на две равные половины.

**Указание:**  $F_z = \oint T_{3\beta} n_\beta ds$ ,  $S$  – боковая поверхность цилиндра длиной  $l = 1$  м.

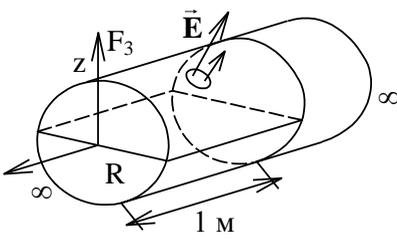


Рис. 24

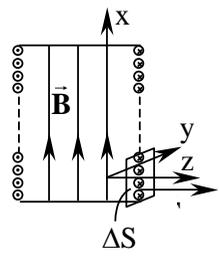


Рис. 25

11. Используя тензор натяжений Максвелла для магнитного поля  $T_{\alpha\beta}^{(m)} = \frac{1}{\mu_0} \left( B_\alpha B_\beta - \frac{\delta_{\alpha\beta}}{2} \vec{B}^2 \right)$ , вычислить давление  $P = \left| \frac{\Delta F}{\Delta S} \right|$  магнитного поля на стенку соленоида (рис. 25).

**Указание:**  $\Delta F_3 = T_{3\beta} n_\beta \Delta S \rightarrow P = \frac{|\Delta \vec{F}|}{\Delta S} = ?$

12. Вычислить энергию электрического поля: а) сферы радиусом  $R$  с зарядом  $Q$ ; б) шарового скопления зарядов с радиусом  $R$  и плотностью заряда  $\rho$  (Кл/м<sup>3</sup>).

**Указание:** вычислить  $W = \int \frac{\epsilon_0 \vec{E}^2}{2} dV$  – интеграл от плотности энергии.

13. Вычислить собственные значения  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  тензора натяжений Максвелла для электрического поля.

$$T_{\alpha\beta}^{(e)} = \epsilon_0 \left( E_\alpha E_\beta - \frac{\delta_{\alpha\beta}}{2} \vec{E}^2 \right)$$

**Указание:** решите задачу на собственные значения

$$T_{\alpha\beta}^{(e)} X_\beta = \lambda X_\alpha \Rightarrow \left\| T_{\alpha\beta}^{(e)} - \lambda \delta_{\alpha\beta} \right\| = 0 \Rightarrow \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 = ?$$

14. Вычислить тензор натяжений Максвелла  $T_{\alpha\beta} = T_{\alpha\beta}^{(e)} + T_{\alpha\beta}^{(m)}$  для полей  $\vec{E} = (E, 0, 0)$  и  $\vec{B} = (0, B, 0)$  для плоской электромагнитной волны, распространяющейся параллельно оси  $z$  (рис. 26).

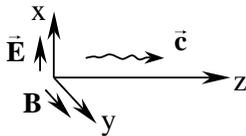


Рис. 26

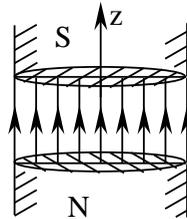


Рис. 27

15. Используя тензор натяжений Максвелла  $T_{\alpha\beta}^{(m)} = \frac{1}{\mu_0} \left( B_\alpha B_\beta - \frac{\delta_{\alpha\beta}}{2} \vec{B}^2 \right)$ , указать направление и величину натяже-

ний (сил), действующих на полюса магнита  $N$  и  $S$  со стороны магнитного поля  $\vec{B} = (0, 0, B)$  (рис. 27).

16. Указать направления натяжений (сил), действующих на площадку  $\Delta S$  в указанных на рис. 28,  $a$ ,  $b$ ,  $в$  случаях:

а)  $\vec{E} = (E, 0, 0)$       б)  $\vec{E} = (0, E, 0)$       в)  $\vec{n} = \left( \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$   
 $\vec{n} \uparrow \uparrow$  оси  $x$        $\vec{n} \uparrow \uparrow$  оси  $x$        $\vec{E} = (E, 0, 0)$ .

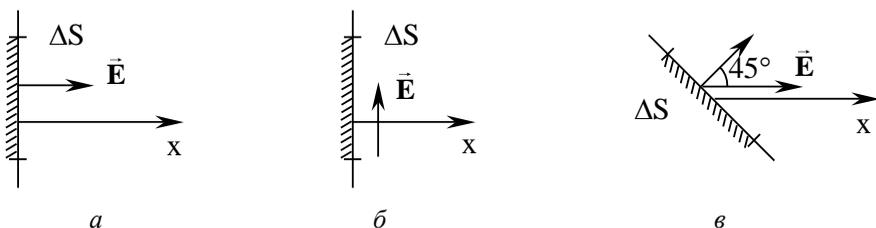


Рис. 28

17. а) Вычислить тензор квадрупольного момента  $Q_{\alpha\beta}$  системы зарядов  $(q, -2q, q)$ , расположенных на оси  $z$  на равных расстояниях  $a$  друг от друга (рис. 29).

б) Вычислить потенциал поля, создаваемого указанной системой зарядов.

**Указание:** воспользуйтесь формулами:

а)  $Q_{\alpha\beta} = \frac{1}{3} \sum_i q_i (3x_\alpha x_\beta - \delta_{\alpha\beta} r^2)$ ;  
 б)  $\varphi = Q_{11} \frac{3x^2 - r^2}{2r^5} + Q_{22} \frac{3y^2 - r^2}{2r^5} + Q_{33} \frac{3z^2 - r^2}{2r^5} + Q_{12} \frac{3xy}{r^5} +$   
 $+ Q_{13} \frac{3xz}{r^5} + Q_{23} \frac{3yz}{r^5}$ .

18. Вычислить компоненты  $Q_{\alpha\beta}$  тензора квадрупольного момента однородно заряженного эллипсоида вращения  $\left( \frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \right)$  с полуосями  $a$  и  $b$  (рис. 30).

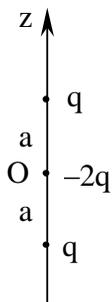


Рис. 29

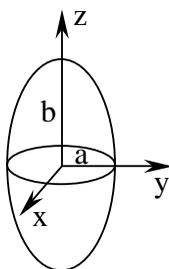


Рис. 30

19. Вычислить тензор квадрупольного момента  $Q_{\alpha\beta}$  двух точечных диполей, показанных на рис. 31.

**Указание:** каждый точечный диполь  $\vec{p}_e$  следует рассматривать как предельный случай системы двух зарядов  $q$  и  $-q$ , расположенных на расстоянии  $l$  друг от друга, которые неограниченно сближаются, при этом  $\lim ql = \vec{p}_e \neq 0$ ,  $q \rightarrow \infty$ ,  $l \rightarrow 0$ .

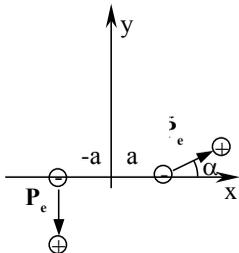


Рис. 31

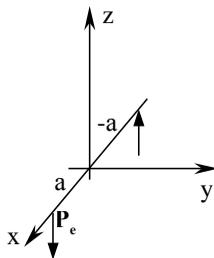


Рис. 32

20. Вычислить потенциал  $\phi$  электрического поля на больших расстояниях от двух параллельных точечных диполей, расположенных на оси  $x$  на равном расстоянии  $a$  от начала координат (рис. 32). Вычисления провести двумя способами:

- сначала вычислить тензор  $Q_{\alpha\beta}$  момента системы и его поле  $\phi_k$ ;
- вычислить электрическое поле как суперпозицию полей  $\phi_{\vec{p}}$  и  $\phi_{-\vec{p}}$  двух точечных диполей.

## Задачи расчетно-графического задания № 2

1. а) Исходя из потенциала  $\varphi_{\text{дип}} = k \frac{\vec{p}_e \times \vec{r}}{r^3}$  электрического диполя, вычислить его поле  $\vec{E}_{\text{дип}}$  (рис. 33).

б) Вычислить также составляющие  $E_\theta$  и  $E_r$  его поля в полярной системе координат.

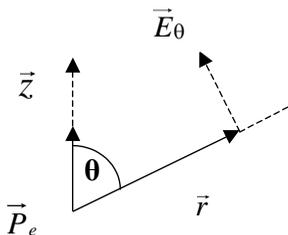


Рис. 33

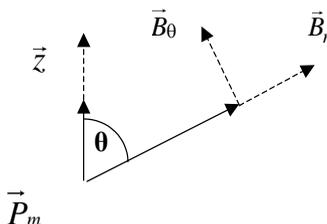


Рис. 34

2. а) Исходя из векторного потенциала  $A_{\text{дип}} = \frac{\mu_0 [\vec{p}_m \times \vec{r}]}{4\pi r^3}$  магнитного диполя, вычислить его магнитное поле  $\vec{B}_{\text{дип}}$ .

б) Вычислить также составляющие  $B_\theta$  и  $B_r$  поля  $\vec{B}_{\text{дип}}$  в полярной системе координат (рис. 34).

3. Вычислить магнитный момент  $\vec{P}_m$ : а) вращающегося с угловой скоростью  $\omega$  равномерно заряженного с  $\sigma$  (Кл/м<sup>2</sup>) диска радиусом  $R$  (рис. 35).

б) соленоида с током  $I$ , имеющего  $N$  витков и радиус  $R$  (рис. 36).

4. Вычислить потенциал электростатического поля  $\Phi(\varphi) = ?$ :

а) между двумя изолированными друг от друга бесконечными пластинами с потенциалами  $\Phi(0) = 0$ ,  $\Phi(\Phi) = V$  (рис. 37);

б) между двумя коническими поверхностями, изолированными друг от друга, с потенциалами  $\Phi(\theta_1) = V_1$ ,  $\Phi(\theta_2) = V_2$  (рис. 38).

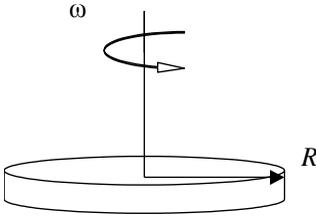


Рис. 35

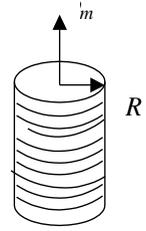


Рис. 36

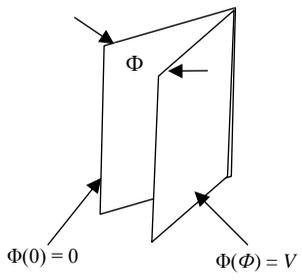


Рис. 37

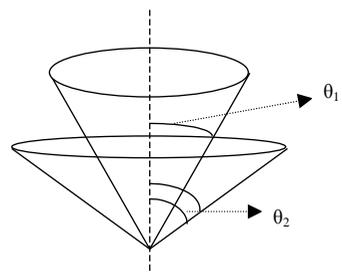


Рис. 38

5. Вычислить электростатическое поле в пространстве вокруг бесконечного цилиндра радиуса  $a$ , помещенного в однородное поле  $\vec{E} = (E_0, 0, 0)$ , перпендикулярное оси цилиндра (рис. 39). Вычислить величины  $\Phi(r, \theta)$ ,  $E_r$ ,  $E_\theta$  и  $\sigma_{\text{пов}}(\theta)$ .

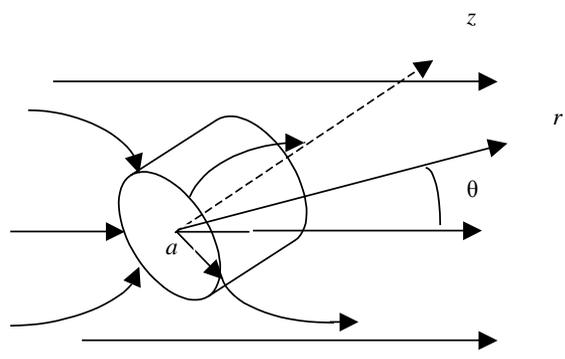


Рис. 39

**Указание:** решить уравнение Пуассона  $\Delta\Phi=0$  с граничными условиями:  $\frac{\Phi}{r}\Big|_{r\rightarrow\infty} \rightarrow -E_0 r \cos\theta$ ,  $\frac{\Phi}{r}\Big|_{r=a} \rightarrow 0$ .

6. То же, что и в задаче 5, но для заряженного цилиндра с линейной плотностью заряда  $\tau$  (Кл/м<sup>2</sup>).

7. Вычислить электростатическое поле при  $x \geq 0$  бесконечной плоскости с цилиндрическим выступом, с зарядом на плоскости  $\sigma$  (Кл/м<sup>2</sup>) вдали от цилиндрического выступа (рис. 40).

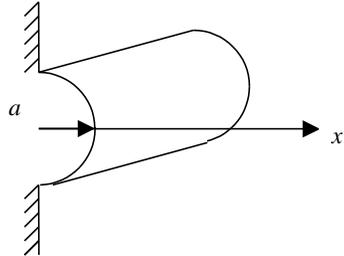


Рис. 40

**Указание:** свести решение задачи 7 к решению задачи 5.

### Задачи расчетно-графического задания № 3

1. Исходя из векторного потенциала поля электрического излучения в волновой зоне

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 \cdot \dot{\vec{P}}_e}{4\pi R} + \frac{\mu_0}{4\pi R \cdot c} \left[ \dot{\vec{P}}_m \times \vec{n} \right] + \frac{\mu_0}{24\pi R \cdot c} \ddot{\vec{D}} = \vec{A}_{\text{дип}} + \vec{A}_{\text{м.дип}} + \vec{A}_{\text{квадруп}},$$

вычислить поля  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$  в волновой зоне.

2. Нейтрон, имеющий внутренний магнитный момент  $\vec{\mu}$ , влетает в однородное постоянное магнитное поле  $\vec{B}$ . Внутренний магнитный момент  $\vec{s}$  нейтрона связан с его магнитным моментом соотношением  $\vec{\mu} = -\beta \cdot \vec{s}$ , а угол между векторами  $\vec{\mu}$  и  $\vec{B}$  равняется  $\theta_0$ .

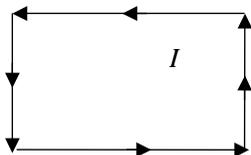


Рис. 41

Вычислить интенсивность  $I$  излучения.

3. Простейшая рамочная антенна представляет собой прямоугольную рамку со сторонами  $a$  и  $b$ , по которым течет линейный ток  $I = I_0 \cos(\omega \cdot t)$  (рис. 41). Определить интен-

сивность  $I$  электромагнитного излучения антенны в среднем по времени за период колебаний тока.

4. Электрон с массой  $m$  и зарядом  $q$  движется во внешнем постоянном однородном электрическом поле с напряженностью  $\vec{E}$ .

Представить интенсивность  $I$  магнитодипольного излучения электрона как функцию скорости электрона  $\vec{V}$  и напряженности поля  $\vec{E}$ .

5. В классической модели атома, представленной Резерфордом, электрон с массой  $m$  и зарядом  $q$  вращается по круговой орбите вокруг неподвижного ядра с зарядом  $Z = |q|$ .

Найти закон убывания полной энергии  $W$  электрона, обусловленной дипольным излучением. Вычислить время жизни  $\tau$  атома, по истечении которого электрон упадет на ядро вследствие потери энергии на дипольное излучение. В начальный момент времени  $t_0 = 0$  электрон находился на расстоянии  $R$  от ядра.

6. Доказать, что у замкнутой системы заряженных частиц с одинаковым отношением заряда к массе дипольное излучение отсутствует.

7. Доказать, что в отсутствие внешнего поля интенсивность магнитодипольного излучения взаимодействующих между собой заряженных частиц равно нулю, если начало координат выбрано в центре инерции.

8. Замкнутая система состоит из конечного числа заряженных частиц с одинаковым отношением заряда к массе.

Доказать, что магнитное излучение у такой системы отсутствует.

9. Протон с массой  $m$  и зарядом  $q$  движется в произвольном направлении во внешнем однородном магнитном поле с напряженностью  $\vec{E}$ .

Представить интенсивность  $I$  квадрупольного излучения как функцию скорости  $\vec{V}$  протона и напряженности внешнего электрического поля.

10. Точечный диполь с моментом  $\vec{p}_e$  вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega$  по окружности радиусом  $R$ . Вектор  $\vec{p}_e$  постоянен по модулю и в каждый момент направлен по радиусу окружности.

Вычислить  $I_{\text{дип}}$ ,  $I_{\text{м.дип}}$ ,  $I_{\text{квадруп}}$ .

## Задачи для семинаров по курсу «Теория электромагнитного поля»

1. Используя закон преобразования для компонент  $F^{ik}$  тензора электромагнитного поля, получить формулы преобразований Лоренца для полей  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$ .

2. Используя преобразования Лоренца для полей  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$ , доказать, что величины  $\vec{B} \cdot \vec{E}$  и  $\frac{\vec{E}^2}{c^2} - \vec{B}^2$  являются инвариантами.

3. Проинтегрировать уравнение движения релятивистской заряженной частицы, движущейся в постоянном однородном электрическом поле вдоль поля.

4. Проинтегрировать уравнение движения релятивистской заряженной частицы, влетевшей в область с постоянным однородным электрическим полем поперек поля.

5. Проинтегрировать уравнение движения релятивистской заряженной частицы, движущейся в постоянном однородном магнитном поле.

6. Используя закон преобразования компонент волнового четырехвектора, описать продольный и поперечный эффекты Доплера.

7. Описать отражение света от движущегося со скоростью  $\vec{V}$  зеркала. Свет с частотой  $\omega_i$  падает в лабораторной системе на движущееся зеркало под углом  $\theta_i$ .

Вычислить частоту отраженного света  $\omega_r$  и угол отражения  $\theta_r$  света от зеркала.

7. Используя тензор натяжений Максвелла  $T_{\alpha\beta}^{(e)}$  для электрического поля, вычислить силу, разрывающую на две половины равномерно заряженную с зарядом  $Q$  и радиусом  $R$  тонкую сферическую оболочку.

8. Используя тензор натяжений Максвелла  $T_{\alpha\beta}^{(e)}$  для электрического поля, вычислить силу, разрывающую на две равные половины равномерно заряженный с плотностью  $\rho$  (Кл/м<sup>3</sup>) шар радиусом  $R$ .

9. Используя тензор натяжений Максвелла  $T_{\alpha\beta}^{(e)}$  для электрического поля, вычислить силу взаимодействия: а) двух одноименных зарядов; б) двух разноименных зарядов.

10. Используя тензор натяжений Максвелла  $T_{\alpha\beta}^{(m)}$  для магнитного поля, вычислить давление магнитного поля на стенку длинного соленоида с индукцией поля  $\vec{B}$ .

11. Вычислить тензор квадрупольного момента  $Q_{\alpha\beta}$  системы зарядов  $(q, -q, q, -q)$ , расположенных в вершинах квадрата со стороной  $a$ . Вычислить потенциал поля, создаваемого указанной системой зарядов на большом расстоянии от системы.

12. Вычислить компоненты тензора квадрупольного момента  $Q_{\alpha\beta}$  однородно заряженного эллипсоида вращения с полуосями  $a$  и  $b$ . Вычислить потенциал поля, создаваемого указанной системой зарядов на большом расстоянии от системы.

13. Исходя из выражения для потенциала  $\varphi = k \frac{\vec{p}_e \times \vec{r}}{r^3}$  поля электрического диполя, вычислить напряженность  $\vec{E}$  электрического поля диполя и ее составляющие  $(E_r, E_\theta)$  в полярной системе координат.

14. Исходя из выражения для потенциала  $\vec{A} = \mu_0 \frac{[\vec{p}_m \times \vec{r}]}{4\pi r^3}$  поля магнитного диполя, вычислить напряженность  $\vec{B}$  магнитного поля диполя и ее составляющие  $(B_r, B_\theta)$  в полярной системе координат.

15. Вычислить магнитный момент  $\vec{p}_m$  вращающегося вокруг оси симметрии с угловой скоростью  $\vec{\omega}$  равномерно заряженного с плотностью  $\sigma$  (Кл/м<sup>2</sup>) тонкого диска радиусом  $R$ .

16. Вычислить магнитный момент  $\vec{p}_m$  соленоида радиуса  $R$  с током  $I$ , имеющего  $N$  плотно прилегающих друг к другу витков.

17. Получить выражения для лапласиана  $\Delta\phi$  в полярной системе координат на плоскости, цилиндрической и сферической системах координат.

18. Важным средством для вычисления электростатических полей является уравнение Лапласа  $\Delta\phi = 0$ . Получить общее решение уравнения Лапласа в случаях:

а) потенциал  $\phi$  в декартовой системе координат зависит только от координаты  $z$ ;

б) потенциал  $\phi$  в сферической системе координат  $(r, \theta, \varphi)$  зависит только от координаты  $r$ ;

в) потенциал  $\phi$  в сферической системе координат  $(r, \theta, \varphi)$  зависит только от координаты  $\theta$ ;

г) потенциал  $\phi$  в цилиндрической системе координат  $(\rho, \varphi, z)$  зависит только от координаты  $\rho$ ;

д) потенциал  $\phi$  в цилиндрической системе координат  $(\rho, \varphi, z)$  зависит только от координаты  $\varphi$ .

19. Вычислить электростатическое поле  $\vec{E}$  в пространстве вокруг шара радиусом  $a$ , помещенного в однородное поле.

20. То же, что и в задаче 21, но для заряженного шара с зарядом  $Q$ .

21. Доказать, что у замкнутой системы заряженных частиц с одинаковым отношением заряда к массе дипольное излучение отсутствует.

22. Доказать, что в отсутствие внешнего поля интенсивность магнитодипольного излучения взаимодействующих между собой заряженных частиц равна нулю в системе координат, начало которой совпадает с центром инерции системы.

23. Замкнутая система состоит из частиц с одинаковым отношением заряда к массе.

Доказать, что магнитодипольное излучение у такой системы отсутствует.

24. Простейшая рамочная антенна представляет собой прямоугольную рамку с током  $I = I_0 \cos \omega t$  со сторонами  $a$  и  $b$ .

Вычислить интенсивность длинноволнового излучения антенны в среднем по времени за период колебаний тока.

25. Электрон с массой  $m$  и зарядом  $q$  движется во внешнем постоянном однородном электрическом поле с напряженностью  $\vec{E}$ .

Представить интенсивность магнитодипольного излучения электрона как функцию скорости  $\vec{V}$  электрона и напряженности  $\vec{E}$  поля.

### Примеры билетов к экзамену по курсу «Теория электромагнитного поля»

<b>Министерство образования и науки Российской Федерации</b>	
<b>НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>	<b>Экзаменационный билет № 1</b> По дисциплине Теория электромагнитного поля Факультет: <b>ФТФ</b> Курс: <b>3</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Понятие о геометрии Минковского. Роль метрического тензора.</li> <li>2. Используя дополнительное условие Лоренца, получите уравнения Д'Аламбера для скалярного <math>\phi</math> и векторного <math>\vec{A}</math> потенциалов электромагнитного поля. Как ставится задача об излучении электромагнитных волн?</li> <li>3. Задача.</li> </ol>	

<b>Министерство образования и науки Российской Федерации</b>	
<b>НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>	<b>Экзаменационный билет № 2</b> По дисциплине Теория электромагнитного поля Факультет: <b>ФТФ</b> Курс: <b>3</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Как осуществить релятивистское обобщение основного закона динамики? Выпишите уравнение движения заряженной частицы в электромагнитном поле.</li> <li>2. Получите решения уравнений Д'Аламбера в виде запаздывающих потенциалов.</li> <li>3. Задача.</li> </ol>	

Министерство образования и науки Российской Федерации

НОВОСИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Экзаменационный билет № 3

По дисциплине Теория электромагнитного  
поля  
Факультет: ФТФ  
Курс: 3

1. Введите четырехвекторы скорости, ускорения и импульса точечной частицы массы  $m$ . Как определяются релятивистские импульс и энергия частицы массы  $m$ ?
2. Используя соответствующее решение уравнения Пуассона, получите магнитное поле ограниченной в пространстве системы стационарных токов; как определяется магнитный момент такой системы?
3. Задача.

Министерство образования и науки Российской Федерации

НОВОСИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Экзаменационный билет № 4

По дисциплине Теория электромагнитного  
поля  
Факультет: ФТФ  
Курс: 3

1. Покажите, как вводится тензор электромагнитного поля. Получите преобразования Лоренца для полей  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$ .
2. Как описывается взаимодействие магнитного момента с внешним магнитным полем: получите формулы для силы и момента силы, действующих на магнитный диполь во внешнем магнитном поле.
3. Задача.

Министерство образования и науки Российской Федерации

НОВОСИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Экзаменационный билет № 5

По дисциплине Теория электромагнитного  
поля  
Факультет: ФТФ  
Курс: 3

1. Как вводятся четырехградиент и четырехток? Сформулируйте закон сохранения электрического заряда в различных формах.
2. Покажите, как производится анализ полей электромагнитного излучения вдали от излучающей системы – в волновой зоне. Получите мультипольное разложение для потенциала  $\vec{A}$  поля излучения.
3. Задача.

Министерство образования и науки Российской Федерации

НОВОСИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Экзаменационный билет № 6

По дисциплине Теория электромагнитного  
поля  
Факультет: ФТФ  
Курс: 3

1. Как определяются контравариантные и ковариантные четырехвекторы?
2. Вычислите поля  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$  для квадрупольного излучения, используя соответствующие формулы мультипольного разложения для векторного потенциала  $\vec{A}$ .
3. Задача.

Министерство образования и науки Российской Федерации

НОВОСИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Экзаменационный билет № 7

По дисциплине Теория электромагнитного  
поля  
Факультет: ФТФ  
Курс: 3

1. Используя принцип относительности, закон Кулона и факт отсутствия в природе магнитных зарядов, получите систему уравнений Максвелла для микроскопических полей заряженных частиц в вакууме.
2. Вычислите поля  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$  для дипольного и магнитодипольного излучений, используя соответствующие формулы мультипольного разложения для векторного потенциала  $\vec{A}$ .
3. Задача.

Министерство образования и науки Российской Федерации

НОВОСИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Экзаменационный билет № 8

По дисциплине Теория электромагнитного  
поля  
Факультет: ФТФ  
Курс: 3

1. Выпишите систему уравнений Максвелла для микроскопических полей заряженных частиц в вакууме в явно релятивистски-инвариантной форме, в трехмерной дифференциальной и интегральной формах.
2. Получите угловое распределение для интенсивности дипольного излучения.
3. Задача.

**Министерство образования и науки Российской Федерации**

**НОВОСИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

**Экзаменационный билет № 9**

По дисциплине Теория электромагнитного поля  
Факультет: **ФТФ**  
Курс: **3**

1. Покажите, как вводятся калибровочные преобразования для потенциалов  $\varphi$  и  $\vec{A}$ . Что такое калибровочная свобода и калибровки – дополнительные условия, налагаемые на потенциалы?
2. Получите формулу, описывающую угловое распределение интенсивности для магнитодипольного излучения.
3. Задача.

**Министерство образования и науки Российской Федерации**

**НОВОСИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

**Экзаменационный билет № 10**

По дисциплине Теория электромагнитного поля  
Факультет: **ФТФ**  
Курс: **3**

1. Получите закон сохранения энергии для системы электромагнитных полей и заряженных частиц. Что такое плотность энергии и плотность потока энергии для электромагнитного поля.
2. Введите плоские монохроматические волны, как поля на больших расстояниях от излучателя и как решения волнового уравнения.
3. Задача.

**Министерство образования и науки Российской Федерации**

**НОВОСИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

**Экзаменационный билет № 11**

По дисциплине Теория электромагнитного поля  
Факультет: **ФТФ**  
Курс: **3**

1. Получите из общей системы уравнений Максвелла уравнения электростатики. Уравнения Лапласа и Пуассона, свойства их решений.
2. Сформулируйте принцип наименьшего действия и получите с его помощью уравнение движения для заряженной частицы во внешнем электромагнитном поле.
3. Задача.

Министерство образования и науки Российской Федерации

НОВОСИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Экзаменационный билет № 12

По дисциплине Теория электромагнитного  
поля  
Факультет: ФТФ  
Курс: 3

1. Получите закон изменения импульса для системы заряженных частиц и полей. Что такое плотность потока импульса электромагнитного поля?
2. Как описывается система зарядов во внешнем электростатическом поле, чему равна энергия системы зарядов во внешнем поле? Получите формулы для силы и момента силы, действующих на электрический дипольный момент во внешнем поле.
3. Задача.

Министерство образования и науки Российской Федерации

НОВОСИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Экзаменационный билет № 13

По дисциплине Теория электромагнитного  
поля  
Факультет: ФТФ  
Курс: 3

1. Сформулируйте принцип наименьшего действия для классических полевых систем, получите с его помощью уравнения для поля.
2. Из уравнений Максвелла получите простейшие свойства плоских монохроматических электромагнитных волн. Как описываются их состояния поляризации?
3. Задача.

Министерство образования и науки Российской Федерации

НОВОСИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Экзаменационный билет № 14

По дисциплине Теория электромагнитного  
поля  
Факультет: ФТФ  
Курс: 3

1. Выпишите действие и получите с его помощью уравнения Лагранжа для полей  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$  электромагнитного поля.
2. Получите мультипольное разложение для потенциала  $\varphi$  ограниченной в пространстве системы зарядов; как определяются ее дипольный и квадрупольный моменты?
3. Задача.

**Министерство образования и науки Российской Федерации**

**НОВОСИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

**Экзаменационный билет № 15**

По дисциплине Теория электромагнитного поля  
Факультет: **ФТФ**  
Курс: **3**

1. Выпишите действие и получите с его помощью уравнения Лагранжа для цепочки атомов и ее континуального предела.
2. Получите уравнение движения заряженной частицы в электромагнитном поле с учетом силы радиационного трения.
3. Задача.

**Министерство образования и науки Российской Федерации**

**НОВОСИБИРСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

**Экзаменационный билет № 16**

По дисциплине Теория электромагнитного поля  
Факультет: **ФТФ**  
Курс: **3**

1. Покажите, как вводятся дифференциальные операции градиент, дивергенция и лапласиан в криволинейных координатах.
2. Как описывается рассеяние электромагнитных волн? Рассеяние свободными и связанными зарядами. Получите формулу Томсона.
3. Задача.

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля, 1972 и более поздние годы издания.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Краткий курс теоретической физики. Т. 1. – Механика. Электродинамика, 1969.
3. Мешков В., Чириков Б.В. Электромагнитное поле. Т. 1, 2, все годы издания.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	3
Цели курса «Теоретическая физика» .....	5
Часть 1. МЕХАНИКА.....	7
1. Внешние требования .....	7
2. Принципы построения и структура курса «Механика» .....	8
3. Содержание курса «Механика».....	11
4. Темы расчетно-графических заданий по курсу «Механика» и правила аттестации по учебной дисциплине.....	13
5. Учебно-методические материалы .....	13
Часть 2. ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ .....	35
1. Внешние требования .....	35
2. Принципы построения и структура курса «Теория электромаг- нитного поля».....	36
3. Содержание курса «Теория электромагнитного поля».....	39
4. Темы расчетно-графических заданий по курсу «Теория элек- тромагнитного поля» и правила аттестации по учебной дис- циплине.....	42
5. Учебно-методические материалы .....	43
Рекомендуемая литература .....	65

**Владислав Георгиевич Дубровский**

**КУРС ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ  
МЕХАНИКА И ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ**

**Учебное пособие**

Редактор *И.Л. Кескевич*  
Выпускающий редактор *И.П. Брованова*  
Корректор *И.Е. Семенова*  
Дизайн обложки *А.В. Ладыжская*  
Компьютерная верстка *В.Ф. Нозрева*

---

Подписано в печать 23.05.2008. Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 200 экз.  
Уч.-изд. л. 3,95. Печ. л. 4,25. Изд. № 307. Заказ № . Цена договорная

---

Отпечатано в типографии  
Новосибирского государственного технического университета  
630092, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20