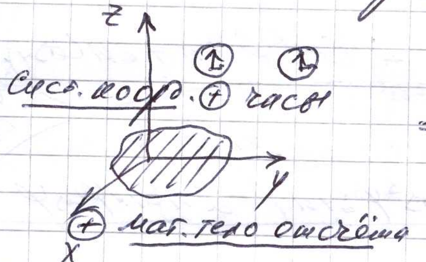
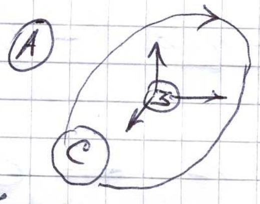
Лекция 2 от 09.09.2013. Инерциальные системы отсчёта. Преобразования Галилея. Принцип относит. Галилея. Элементы алгебры векторов.

§1. Инерциальные системы отсчёта.

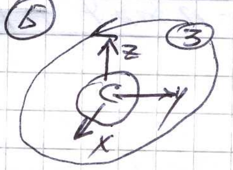
Физические явления происходят в пространстве и во времени, говорят также, протекают в пр-ве и во времени. Для их описания могут использоваться различные системы отсчета.



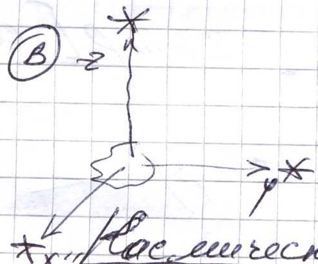
Очень важен выбор системы отсчета. Например, с точки зрения простоты формулировки законов физики. Исторически выбирались разл. системы отсчёта. Приведём их примеры.



Геоцентрич. система (связана с Землей) Птолемей!

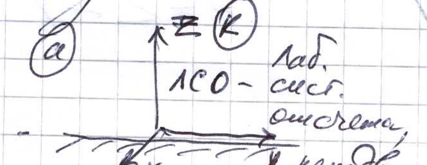


Гелиоцентрическая (связана с Солнцем) Коперник



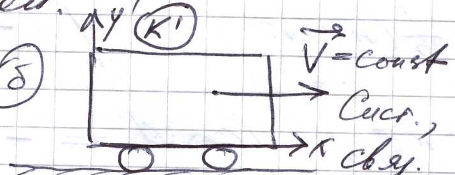
„Космическая" (связана с неподв. звездами)

Более „земные" примеры системы отсчета локально связанные с Землей.



ЛСО – лаб. сист. отсчета, неподв. отн. Земли, в данном, локально, месте

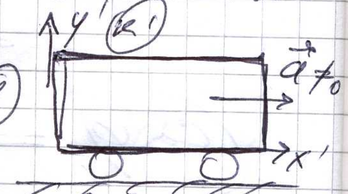
Земля



$\vec{V}$=const

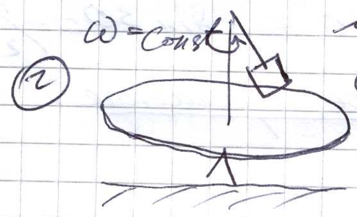
Сист., связ. с равном. движ. вагоном.

Земля



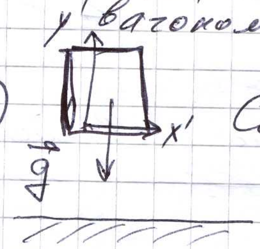
$\vec{a} \neq 0$

Сист., связ. с ускоренно движ. вагоном.



Система, связ. с вращающейся каруселью!

Земля



Система, связанная со своб. падающим лифтом.

Земля

По поводу перечисленных выше систем можно задать разл. вопросы. Например:

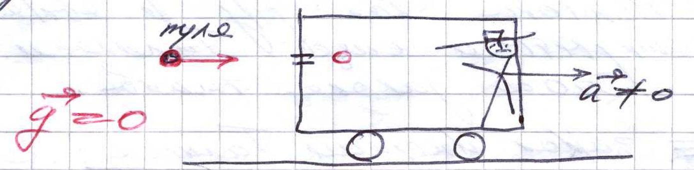
Какая из систем (А), (Б), (В), астрономических и космических масштабов более удобна для опис. физич. явлений? Где эти явл. выглядят наиб. просто?

Какая из „земных" систем отсчёта (а), (б), ... (д) более удобна для „описания физич. явлений"? Где эти явления выглядят проще? В какой из систем отсчёта законы механики выглядят проще?

Интуиция, основанная на опыте и здравом смысле подсказывает, что, по-видимому, (а) и (б) сист. в некот.

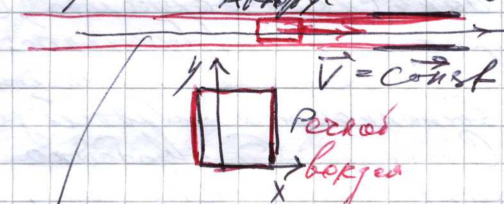
роде эквивалентны: если в сист. (а) тело покоится, то в (б) оно равном. движется.

Система (в) более сложна для опис. физич. явлений, в ней эти явления м. выглядеть необычно „причудливо"



В вагон залетает пуля, пробивая вагон, пуля затормозилась до скорости вагона. Сначала она зависнет, затем, ускоренно б. двигаться назад, к стенке, которую пробила. „Ковбой спасён"!

Очевидно, что явления в „(г) сист. б. выглядеть еще сложнее, например, автобус, перемещающийся мимо Речного вокзала в академгородок, движется относит. ИСО (Речной вокзал) равном. и прямолинейно, с точки же зрения карусели аттракционов Речного вокзала он будет совершать замысловатое петлевое движение



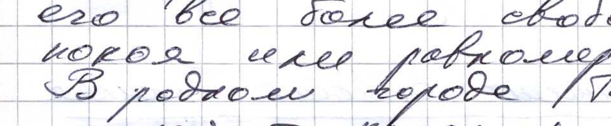
Траектория — прямая линия

Траектория автобуса относит. вращающейся с ω рад/с сист. отсчета

Из систем (А), (Б), (В) астрономич. и космич. масштабов, как показал опыт, наиб. „правильной" сист. оказалась сист. (В), связанная с неподв. звездами. Относит. этой системе можно ориентировать космические аппараты при их перемещении в пространстве

После долгих раздумий экспериментов пришло озарение. Галилей впервые предположил, что если маг. тело освобождать от действия всех сил, т.е. делать его все более свободным, сохраняет состояние покоя или равномерного прямол. движения.

В родном городе Галилея (~~Пизе~~), в музее, есть замечат. картина!



накл. желоб, с которого скатыв. шары

Галилей с соратниками наблюдают это явление. Шар, ускоряясь, скатыв. с желоба, затем катится по плоскости. Если уменьшать силу трения, то движ. шара по горизонт. пов-ти становится все более равномерным.

Если уменьшать наклон желоба, уменьшать силу трения, то шар, в зависимости от нач. условий, будет сохранять сост. покоя или равном. прямол. движения.

$\vec{a}\to 0$ $\quad$ $\vec{F}_{тр}\to 0$

До Галилея Аристотель и его последователи полагали, что

Многовековое заблуждение! $\vec{V}_{тела} \sim \vec{F}_{рез}$! $\vec{V}\to 0$ при $\vec{F}\to 0$!

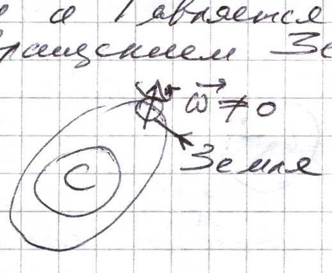
В семнадцатом веке, опираясь на труды предшествующих натурфилософов, Исаак Ньютон сформулировал впервые в концентриров. виде законы механики, носящие с тех пор его имя — законы Ньютона — в основополагающем труде „Матем. начала натур. философии“.

Первый закон Ньютона как раз и является законом инерции, открытым ещё Галилеем. Современная формулировка этого закона такова.

1ый закон Ньютона ≡ закон Инерции Галилея.

Существуют системы отсчёта, называемые инерциальными, в которых тело сохраняет состояние покоя или равном. прямол. движения, если действие всех сил на это тело скомпенсировано.
(в которых тело, освобождённое от действия всех сил, сохр. сост. покоя или равном. прямол.

Системы (а) и (б) явл. приближенно-инерциальными, т.к. следует помнить, что Земля вращается вокруг своей оси и является, так сказать, „гигантской каруселью“, с вращением Земли связаны эффекты неинерциальности.

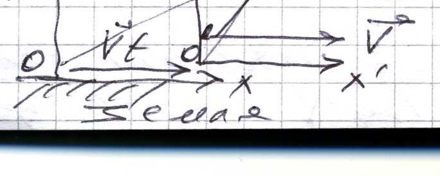


Системы (в) и (г) явно не инерциальны, в них не выполняется первый закон Ньютона. Система (д), свободно падающий лифт, на удивление, является локально-инерциальной системой отсчета, в ней очень хорошо выполняются все законы Ньютона.
По сути Земля, двигаясь вокруг Солнца, свободно падает и представл. собой „гигантский лифт“, своб. падение гасит эффекты неинерциальности. Солнце, солнечная система, в свою очередь, движутся свободно в пр-ве (свободно падают) и т.д.
Из астрономич. и космич. систем (А) (Б) (В) система (В), связ. с неподв. звёздами явл., в хорошем приближении, инерциальной.
Наиб. просто законы механики Н. выглядят в инерц. системах отсчета.

§2 Преобразования Галилея. Принцип относит. Галилея

Все инерц. сист. отсчета эквив. друг другу в смысле описания мех. явлений. Это впервые и сформулировал заметил. Принцип относит. Галилея, утверждающий, что законы механики выглядят одинаково во всех ИСО.

Физич. явления можно описывать в разл. ИСО, т.к. все ИСО эквивалентны, то описание м. осуществ. в любой удобной ИСО. При этом часто необходимо результаты описания в одной ИСО пересчитывать или выражать через результаты описания в другой ИСО.



ИСО (K') дв. отн. ИСО (K) с $\vec{V} = Const$

При $t=0$ начала систем совпадают

Тогда, при $t \geq 0$, имеют место преобразования Галилея:

$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{V}t, \\ t = t'. \end{cases} \quad \underset{\text{эквив.}}{\overset{\text{или}}{\Longleftrightarrow}} \quad \begin{cases} x = x' + Vt, \; y = y', \; z = z' \\ t = t' \end{cases}$$

Существуют ряд замечат. следствия пр-ний Галилея, позже мы вернёмся к их обсуждению.

§3. Элементы алгебры векторов

Физические величины могут быть различной геометрической природы. Часть величин не изменяются при ~~[illegible]~~ преобразованиях координат, такие величины характ. числовым значением и назыв. скалярными.

~~Примеры~~ Примеры скал. велич. m – масса, q – заряд, T – температура, P – давл. ...

Сущ. величины, кот. характеризуются как числовым значением, модулем ≥ 0, так и направлением в пр-ве. Такие величины называются векторными.

Примеры век. величин: $\vec{V}$ – скорость, $\vec{r}$ – рад. вектор, $\vec{a}$ – ускор.

$\vec{p} = m\vec{V}$ – импульс, $\vec{F} = m\vec{a}$ – сила и т.д.

поля $\vec{g}$, $\vec{E} = \vec{F}/q$, $\vec{B}$ – грав, эл., магн.

Геом. природа физич. величин, как говорят, связана с их законами преобразований при разл. преобразованиях координат.

Замечание. По-видимому, для начала не нужно вдаваться в отмеч. выше подробности. Действовать проще.

Опр-е Величины, характеризующиеся только числовым значением, называются скалярными.

P – давл., V – объем, T – темп.

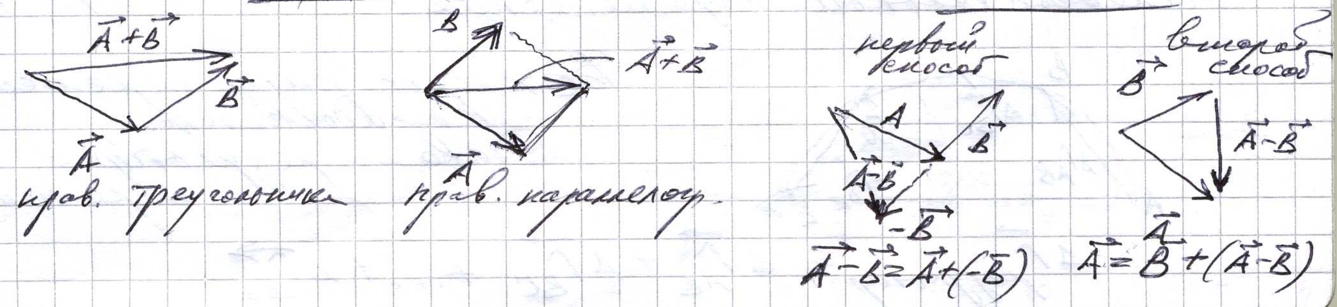
m – масса, q – заряд, s – спин, ...

t – время и т.д.

Опр-е Величины, характ. как числовым значением, модулем ≥ 0, так и направлением в пр-ве, назыв. векторными. $\vec{r}$, $\vec{V}$, $\vec{a}$, $\vec{P} = m\vec{V}$, $\vec{F}$, $\vec{E}$, $\vec{B}$.

Физич. величины одного ~~векторного~~ типа, векторные, м. складывать и вычитать по след. правилам

Сложение | Вычитание



прав. треугольника | прав. параллелогр.

$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$ | $\vec{A} = \vec{B} + (\vec{A} - \vec{B})$

Примеры использования указ. операций, сложения и вычит. в физике.

Определение результир. силы

$$\vec{F}_{рез} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

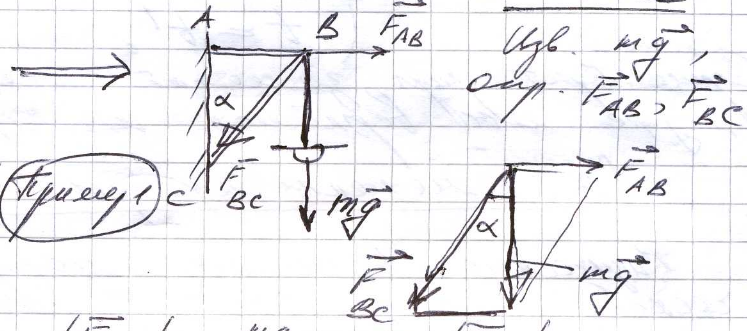
принцип (линейность) суперп. сил — подтв. эксп.

Известна результир. сила. Определить её составляющие

Задача

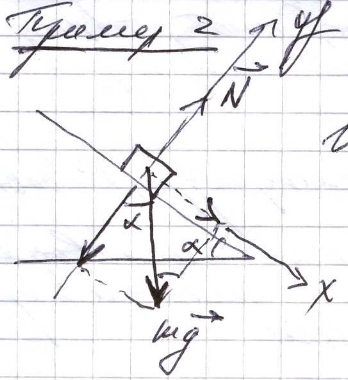
Изв. $m\vec{g}$, опр. $\vec{F}_{AB}$, $\vec{F}_{BC}$

Пример 1



$$|F_{BC}| = \frac{mg}{\cos\alpha}, \quad |F_{AB}| = mg\sin\alpha$$

Пример 2



Изв. $m\vec{g}$, действ. на тело, скользящее вдоль накл. пл-ти, определить её составл.

$m\vec{g} = (P_x, P_y) = ?$

$|N| = ?$

$mg_x = mg\sin\alpha$

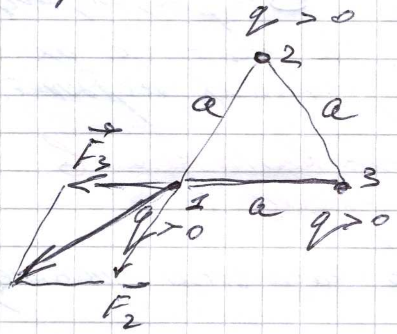
$mg_y = -mg\cos\alpha$

$N = mg\cos\alpha$

Пример 3

Эл. силы

$$\vec{F}_{1/23} = \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$



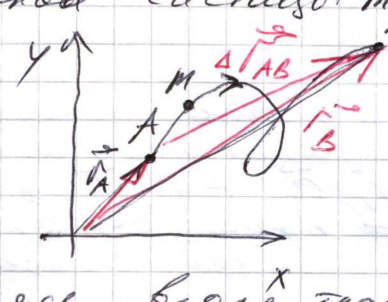
Известное принципы суперп. для вект. полей $\vec{E}$ и $\vec{B}$

$$\vec{E}_{рез} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$$

$$\vec{B}_{рез} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots$$

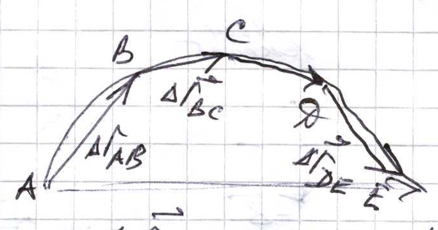
Лин. принципы суперп. для эл. и магн. полей — отражение опытных фактов

Важной векторной величиной явл. перемещение $\Delta\vec{r}_{AB}$ точечной частицы m:



$\Delta\vec{r}_{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$ — не зависит от траектории движения между A и B, опр-ся началом и концом,

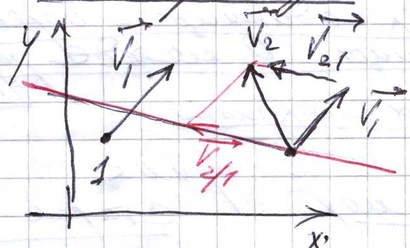
Двигаясь вдоль траектории дв-я частица претерп. последовательные перемещения:

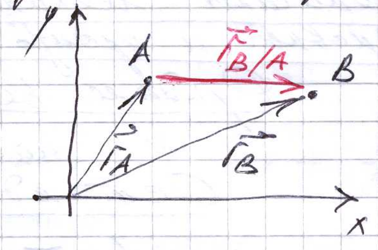


Векторы разл. перемещ. складываются давая результир. перемещ.

$$\Delta\vec{r}_{рез} = \Delta\vec{r}_{AB} + \Delta\vec{r}_{BC} + \dots + \Delta\vec{r}_{DE}$$

Еще примеры: вектор относит. расстояния





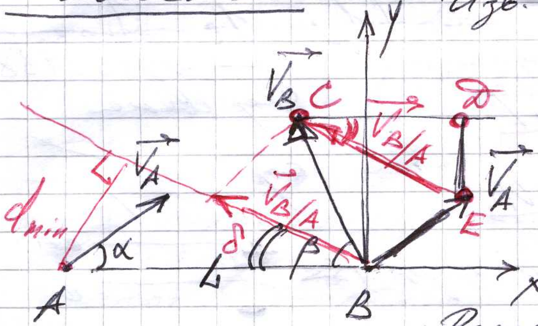
$$\vec r_{B/A} \overset{def}{=} \vec r_B - \vec r_A$$

$$\vec r_{BA} = \vec r_B - \vec r_A$$

Вектор относит. скорости:

$$\vec V_{2/1} = \vec V_2 - \vec V_1$$

Задача 1



Изв. $AB = L$ – расстояние между равномерно движущимися катерами

Известны $\vec V_A$, $\vec V_B$, углы α, β

Определите расстояние миним. сближения катеров.

Решение: Определяем $\vec V_{B/A} = \vec V_B - \vec V_A$

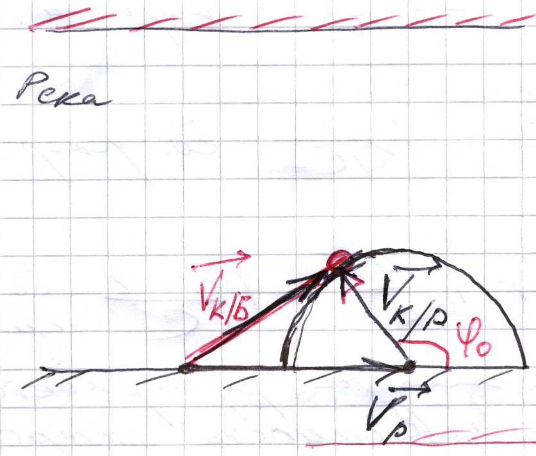
$$d_{min} = L \cdot \sin\delta$$

ΔCDE: $\angle ДCE = \delta$, $\quad tg\,\delta = \dfrac{ДE}{CД} = \dfrac{V_B \sin\beta - V_A \sin\alpha}{V_B \cos\beta + V_A \cos\alpha}$

$$\sin\delta = tg\,\delta \cdot \cos\delta = \frac{tg\,\delta}{\sqrt{1+tg^2\delta}}, \quad 1 + tg^2\delta = \frac{1}{\cos^2\delta}$$

$$\Rightarrow d_{min} = L \sin\delta$$

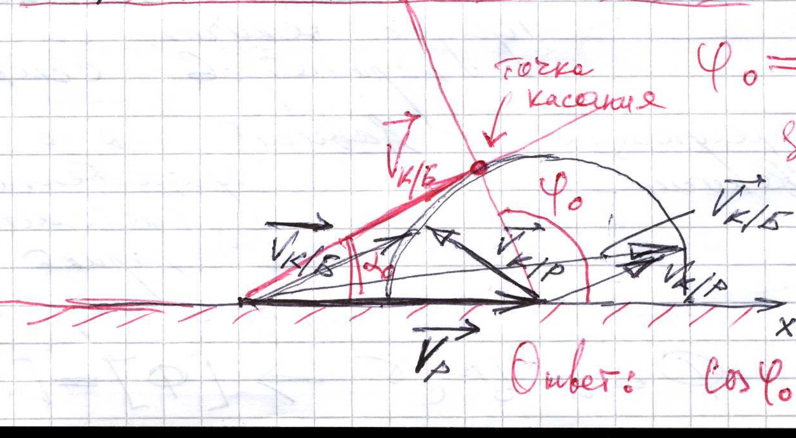
Задача 2



По реке плывет катер со скоростью

$$V_{K/P} = \frac{V_P}{\eta}, \quad \eta > 1$$

Под каким углом φ_0 к берегу д. плыть катер, чтобы его снесло вдоль берега на миним. расстояние.



$$\varphi_0 = \alpha_0 + \frac{\pi}{2}$$

$$\sin\alpha_0 = \frac{V_{K/P}}{V_P} = \frac{1}{\eta}$$

Ответ: $\cos\varphi_0 = -\sin\alpha_0 = -\dfrac{1}{\eta}$

§3. Фундам. величины механики, их единицы измерени(я). Основные и произв. единицы, О методе размерн(остей)

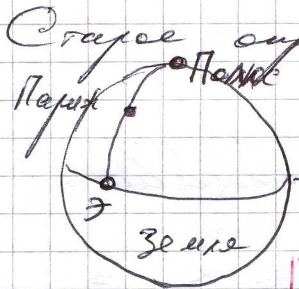
Фундам. величины механики

l – длина, m – масса, t – время

Осн. единицы мех.

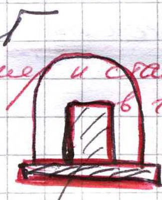
$1м = 1$ метр $1кг$ Старое опр. $1с = \dfrac{\Delta t_{сутк.ср}}{24 \cdot 60 \cdot 60}$

Старое опр.:



$1м = \dfrac{l_{ЭП}}{10\,000\,000}$

Бюро мер и стандартов в г. Севр Франция



Платино-иридиевый цилиндр 1кг

$1м = 1с \dfrac{1}{299792458}$ скор. света — новое опр. метра

$\boxed{1кг,\ 1м,\ 1с \text{ — ед. системы СИ}}$

$1с = 9\,19263170 \cdot \Delta t_{излуч.\ цезия-133}$

E_{+1}, E_0

E_+, E_- — два сверх. тонких уровня осн. сост. атома цезия-133

E_0, E_+, E_-

$\Delta E = E_+ - E_- = h\nu = \dfrac{h}{\Delta t}$

$\Delta t = \dfrac{h}{\Delta E}$

Опр-е Единицы измер., определяемые посредством эталонов, называются основными.

$1м$, $1кг$, $1с$ — осн. ед. мех.

Опр-е Единицы измер., опр. посредством формул из основных, назыв. производными.

$v = \dfrac{l}{t} \Rightarrow 1\,м/с = \dfrac{1м}{1с}$ — ед. скорости.

$a = \dfrac{v}{t} \Rightarrow 1\,\dfrac{м}{с^2} = \dfrac{1\,м/с}{1с} = 1\,м/с^2$ — ед. ускор.

$p = mv \Rightarrow \dfrac{1\,кг \cdot м}{с} = 1кг \cdot 1\dfrac{м}{с} = 1\dfrac{кг \cdot м}{с}$ — ед. имп.

О методе размерностей Суть метода размерностей — установление зависимости интересующей физич. величины от существенных параметров системы

Φ — интересующая величина — зависит как-то от существенных параметров системы, физич. величин, характ. систему

a, b, c — существ. парам

$$\Phi = a^{\alpha} b^{\beta} c^{\gamma} \Rightarrow [\Phi] = [a^{\alpha}][b^{\alpha}][c^{\alpha}]$$

Обозначение (символическое) размерн...

$[l] = L$, $[m] = M$, $[t] = T$ — размерности длины, массы и времени.

$$[V] = \left[\frac{l}{t}\right] = \frac{L}{T}, \quad [a] = \left[\frac{V}{t}\right] = \frac{[V]}{[t]} = \frac{L}{T^2} \quad \text{и т.д.}$$

$$[P] = [mV] = [m]\cdot[V] = M\cdot\frac{L}{T}$$ — разм. импульса

Задача. Установите зависимость времени столкновения стальных шаров от соответствующих существ. параметров: E — модуль упругости, D — диаметр, ρ — плотность

Указание: размерность E определите по закону Гука

Напряжение в материале (аналог давления) $\rightarrow \sigma = \frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l} \Rightarrow [E] = \frac{[F]}{[S]} = \frac{M}{L\cdot T^2}$

Решение:

Очевидно $[D] = L$, $[\rho] = \frac{M}{L^3}$

$$\tau = E^{\alpha} D^{\beta} \rho^{\gamma} \Rightarrow [\tau] = [E^{\alpha} D^{\beta} \rho^{\gamma}]$$

$$\Rightarrow T^1 = \frac{M^{\alpha}}{L^{\alpha} T^{2\alpha}} \cdot L^{\beta} \cdot \frac{M^{\gamma}}{L^{3\gamma}}$$

Приравнивая размерности величин слева и справа в последнем равенстве, получаем сист. ур.:

T: $1 = -2\alpha \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2}$

M: $\alpha + \gamma = 0 \rightarrow \gamma = \frac{1}{2}$

L: $\beta - \alpha - 3\gamma = 0 \Rightarrow \beta = \alpha + 3\gamma = 1$

$\Rightarrow$ Ответ: $\tau \propto D\sqrt{\frac{\rho}{E}}$ — Формула, проверяемая в лаб. р. N1

Лекция 3. Координатный, векторный и естественный способы описания движений. Алгебра векторов

§1 Алгебра векторов (окончание)

§2. Координатный способ опис. (движений)

§3 Векторный способ опис. (движений)

§4. Естеств. способ опис. движений.