Лекция №1. Структура курса. Электрические и магнитные взаимодействия. Электрическое $\vec E$ и магнитное поля. Релятивистский характер магнитных взаимодействий.

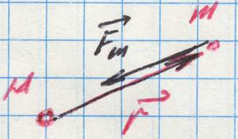
§1 Структура курса „Электричество и магнетизм".

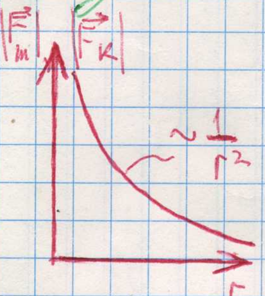
Во втором семестре мы будем изучать основные понятия и законы, описывающие электромагнитные явления. Все электромагнитные явления обусловлены взаимодействием заряженных частиц и соответствующими этим взаимодействиям электромагнитными полями. Свойства электромагнитных полей, уравнения для полей, применение решений этих уравнений к анализу электромагнитных явлений составляют предмет курса „Электричество и магнетизм."

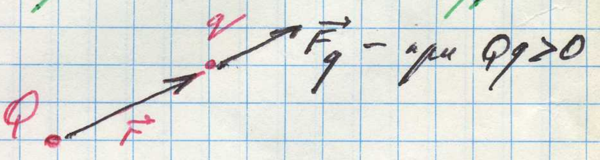
Структура курса:

1. Взаимодействия заряж. частиц ⊕ СТО $\Longrightarrow$ уравнения Максвелла для полей $\vec E$ и $\vec B$.
2. Электростатика.
3. Постоянный ток.
4. Магнитостатика.
5. Электромагнитная индукция.
6. Быстропеременные электромагн. поля.

Сравним гравитационные и электромагн. взаимодействия на примере законов Всемирного тяготения и Кулона.





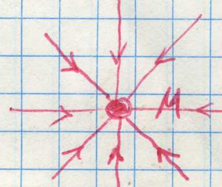


$$\vec F_m = -G\frac{Mm}{r^3}\vec r \qquad G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\,\frac{Н\cdot м^2}{кг^2}$$

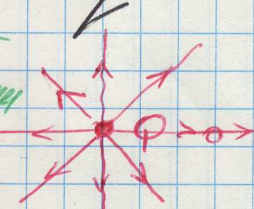
$$\vec F_q = k\frac{Qq\,\vec r}{r^3} \qquad k = 9\cdot 10^{9}\,\frac{Н\cdot м^2}{Кл^2}.$$

Судя по законам для сил, оба взаимодействия являются дальнодействующими. Удобно сопоставить им напряженности гравитац. $\vec g$ и электрического $\vec E$ полей.

$$\vec g \overset{def}{=} \frac{\vec F_m}{m} = -G\frac{M\vec r}{r^3} \qquad \vec E = \frac{\vec F_q}{q} = k\frac{Q\vec r}{r^3}$$



Поля характеризуют силовыми линиями — такими линиями, касат. к которым в любой их точке задают направление напряж. поля в этой точке.



Поля $\vec g(\vec r)$ и $\vec E(\vec r)$ — силовые поля — представляют собой системы с бесконечным числом степеней свободы!

Сравним силы гравитационного и электрического взаимодействия между протоном и электроном в атоме водорода:

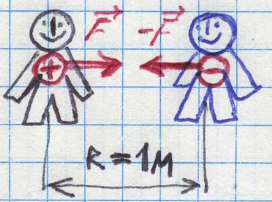
$$\frac{|\vec{F}_{кулон}|}{|\vec{F}_{гравит.}|} = \frac{kq^2/r^2}{G\,M_p m_e/r^2} = \frac{kq^2}{G M_p m_e} =$$

$$= \frac{9\cdot 10^{9}(1{,}6)^2\cdot 10^{-38}}{6{,}67\cdot 10^{-11}(9{,}1\cdot 10^{-31})^2\, 1836} \simeq 2.27\cdot 10^{39}\,!$$

Электрические силы в 10^{39} раз больше соотв. гравитационных сил.

Отметим также, что заряды в окружающем нас мире встречаются, в основном, в скомпенсированном виде, т.е. окружающие нас тела и мы сами — электрически нейтральны.

Попробуем нарушить электрич. нейтральность человека лишь на 0,5%:



$$m_{чел} \simeq 100\text{Кг}\ H_2O \Rightarrow \Delta q = \pm\frac{100}{18} N_A\cdot 10|q_{эл}|\cdot 0{,}005$$

$$\Rightarrow |\vec{F}| = k\,\frac{\left(5\cdot 10^{-3}\cdot\frac{10}{1{,}8}\cdot 6.02\cdot 10^{-26}\cdot 10\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\right)^2}{(1{,}0)^2}\,H$$

$$= \frac{9\cdot 10^{9}(2{,}5)\cdot 10^{-5}\cdot 10^{2}\cdot(6.02)^2\cdot 10^{-52}\cdot 10^{-36}\cdot(1{,}6)^2}{(1{,}8)^2}\,H \simeq 6{,}4\cdot 10^{24}\,H$$

С другой стороны, вес Земного шара (из H_2O):

$$P_{Земли} = \frac{4\pi}{3}R_З^3\cdot\rho_{H_2O}\cdot g = \frac{4\cdot 3{,}14}{3}(6{,}37)^3\cdot 10^{18}\cdot 10^{3}\cdot 9{,}8 \simeq$$

$$\simeq 1{,}67\cdot 10^{24}\,H$$

Сила, с которой притягивались бы два заряженных человека, при нарушении их электрической нейтральности на 0,5%, сопоставима с весом Земного шара!

Благодаря именно электромагнитным взаимодействиям существуют все тела в природе и возможна жизнь!

Были открыты два рода электричества — положительные и отрицательные заряды — все встречающиеся в природе эл. заряды кратны элементарному заряду:

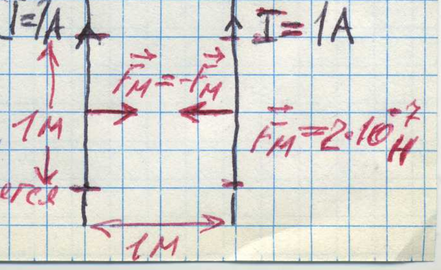
$$\pm q_{элем} = \pm 1{,}6\cdot 10^{-19}\,Кл = \pm|q_{электрона}|$$

Заряд является скалярной Лоренц-инвариантной величиной. Единица заряда в системе СИ является производной единицей, 1 Кулон = 1 Кл, и определяется через основные единицы Ампер и секунду:

$$1\,Кл = I\cdot t = 1\,A\cdot 1\,c$$

1 Кл — заряд, протекающий через поперечное сечение проводника за 1с при силе тока 1A.

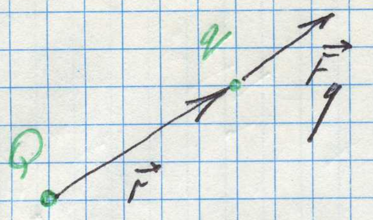
Определение 1A посредством эталона:



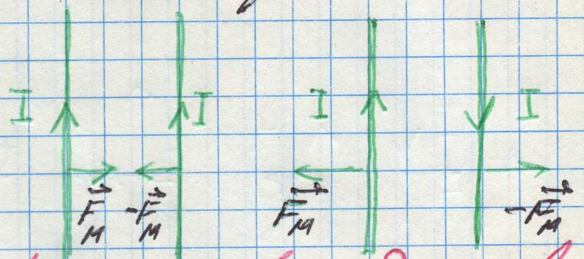
Закон сохранения эл. заряда: в изолированной системе эл. заряд, при любых процессах, происходящих в системе, сохраняется

$$q_1 + q_2 + \ldots = \sum q_k = const.$$

§2. Электрические и магнитные взаимодействия. Напряжённость $\vec E$ электрич. поля и индукция $\vec B$ магнитного поля, как силовые характеристики электромагн. поля.



Электрические взаимод. зарядов



Магнитные взаимод. токов

$$\vec F_q = k\frac{Qq\vec r}{r^3} \Rightarrow \vec E \overset{def}{=} \frac{\vec F_q}{q} = k\frac{Q\vec r}{r^3}$$

$$\vec F_{Ампера} = I\cdot[\Delta\vec l\times\vec B] \rightarrow |\vec B| = \frac{|\vec F_{Ампера}|}{I\cdot\Delta l\cdot\sin(\widehat{\Delta\vec l,\vec B})}$$

Единица напряж. эл. поля:

$$1\,В/м = \frac{U}{d} = \frac{1\,В}{1\,м}$$

Единица инд. магн. поля:

$$1\,Тесла = 1\,Тл = \frac{1\,Н}{1\,А\cdot 1\,м}$$

производные единицы

Электрич. поле в конденсаторе с $U = 100\,В$ и $d = 1\,мм = 10^{-3}\,м$

$$|\vec E| = \frac{10^2\,В}{10^{-3}\,м} = 10^5\,\frac{В}{м}$$

Магн. поле Земли на широте 50°:

$$B_{Земли} = 5\cdot 10^{-5}\,Тл$$

Магн. поле сувенирных магнитов на холодильнике

$$B_{сувенир} \simeq 5\cdot 10^{-3}\,Тл$$

Отклоняющие магниты большого Адронного коллайдера

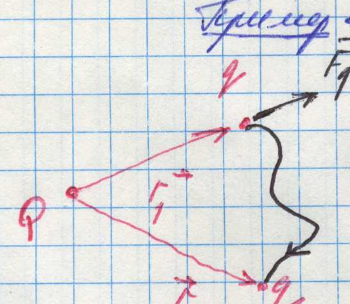
$$0{,}54\,Тл \le B_{коллайд} \le 8{,}3\,Тл$$

Рекордное знач. $B_{лаб}$, без разруш. установки, $\simeq 10^2\,Тл$; 100,75 Тл

Импульсное знач. $B_{лаб} \sim 2.8\cdot 10^3\,Тл$. $B_{в\,атоме} \sim (10^3 \div 10^4)\,Тл$.

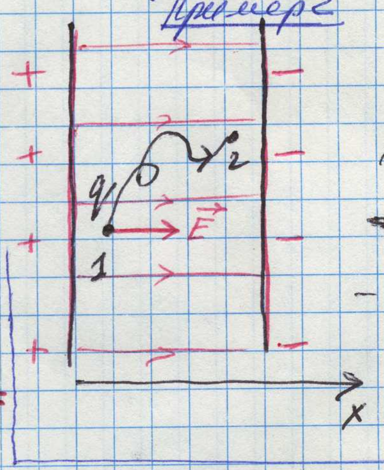
Охарактеризуем поля $\vec B$ и $\vec E$ несколько подробнее. Начнём с электростатич. полей $\vec E$. Электростатич. поля являются потенциальными полями:

Пример 1



$$W_{вз} = \frac{kQq}{r}$$

Пример 2



$$\int_{(1)\vec r_1}^{(2)\vec r_2} \vec E\cdot d\vec r = E(x_2 - x_1) \overset{def}{=} -(W_2 - W_1)$$

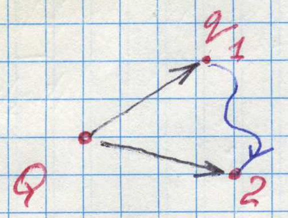
— не зав. от формы пути!

$$W(x) = -Ex$$

$$\int_{(1)\vec r_1}^{(2)\vec r_2} \vec F_q\, d\vec r = k\int \frac{Qq\vec r\, d\vec r}{r^3} \overset{def}{=} -(W_2 - W_1) =$$

$$= k\int_{r_1}^{r_2} Qq\frac{dr}{r^2} = -\left(\frac{kQq}{r_2} - \frac{kqQ}{r_1}\right)$$ — не зав. от формы пути $\rightarrow W(r) = k\frac{Qq}{r} = W(r)$

Итак, при движении пробного заряда q в поле, создаваемом зарядом Q:



$$\int_{(\cdot)1}^{(\cdot)2} \vec E\cdot d\vec l = \int_{(\cdot)1}^{(\cdot)2}\frac{\vec E_q}{q}\cdot d\vec r = kQ\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = -\left(\frac{kQ}{r_2}-\frac{kQ}{r_1}\right) \stackrel{def}{=} -(\varphi_2-\varphi_1)$$

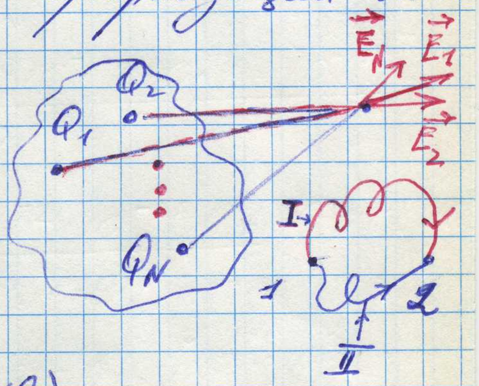
$$\Rightarrow \varphi_{\text{точеч.зар}} = k\frac{Q}{r},\quad \vec E_{\text{точеч.зар}} = \frac{\vec E_q}{q} = k\frac{Q\vec r}{r^3}$$

При этом циркуляция вектора $\vec E$ вдоль замкнутого контура, т.е. работа по перемещению единичного пробного заряда равна нулю:

$$\oint \vec E d\vec l = -\frac{kQ}{r}\Big|_{r_1}^{r_1} = 0$$

В общем случае электростатических полей, создаваемых системой зарядов, справедлив принцип суперпозиции для полей:

$$\vec E_{py} = \vec E_1+\vec E_2+\dots+\vec E_N,$$



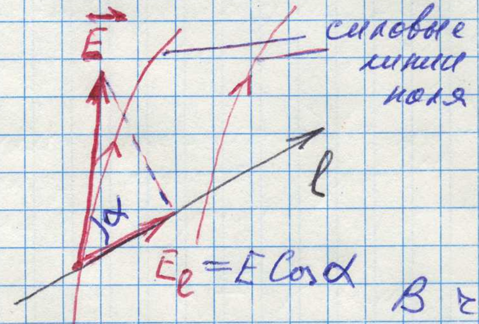
поэтому

$$\oint \vec E_{py} = \oint\sum_{k=1}^{N} \vec E_k = \sum_{k=1}^{N}\oint\vec E_k = 0$$

Связь напряженности поля с потенциалом:

$$\oint \vec E d\vec l = 0 \Leftrightarrow \int_{(\cdot)1(I)}^{(\cdot)2}\vec E d\vec l = \int_{(\cdot)1(II)}^{(\cdot)2}\vec E\cdot d\vec l \stackrel{def}{=} -(\varphi_2-\varphi_1)$$

$\Rightarrow$ устремим $(\cdot)2$ к $(\cdot)1$, $\Rightarrow$ $\varphi_2-\varphi_1 \Rightarrow d\varphi$, $\int_{(\cdot)1}^{(\cdot)2}\vec E d\vec l = \vec E\cdot d\vec l = E_l dl$, получаем формулу, связывающую проекцию поля $E_l = E\cos\alpha$ на произвольное направление, задаваемое осью l, с производной от потенциала:



$$E_l\,dl = -d\varphi,\quad \boxed{E_l = -\frac{\partial\varphi}{\partial l}}$$

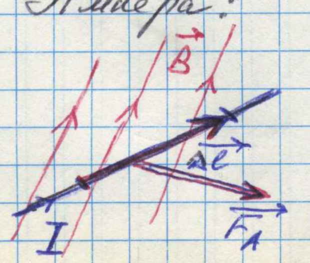
Единица напряженности поля в СИ:

$1\,\frac{В}{м}$ – производная единица.

В частности, для проекций поля $\vec E$ на коорд. оси x, y, z, получаются выражения:

$$\vec E = (E_x,E_y,E_z) = \left(-\frac{\partial\varphi}{\partial x}, -\frac{\partial\varphi}{\partial y}, -\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right) = -\vec\nabla\varphi.$$

Обсудим теперь понятие индукции $\vec B$ магнитного поля. Будем опираться при этом на эксп. факты, связанные с силой Ампера:



$$\vec F_{Ам} = I[\Delta\vec l\times\vec B] = q\Delta l\, nS[\vec V_{др}\times\vec B] = Nq[\vec V_{др}\times\vec B],$$

здесь $I = nqSV_{др}$, $V_{др}$ – скорость дрейфа носит. зар.

$$\Rightarrow \frac{\vec F_{Ам}}{nS\Delta l} \stackrel{def}{=} \vec F_{Лор.магн.} \stackrel{def}{=} q[\vec V\times\vec B]$$

т.е.

$$\vec F_{Ампер} = I[\Delta\vec l\times\vec B] \xleftrightarrow{I = nq_0 S V_{др}} \vec F_{Лор.магн} = q[\vec V\times\vec B].$$

Направления силы Ампера и силы Лоренца определяются с помощью правила левой руки. Модули этих сил даются выражениями:

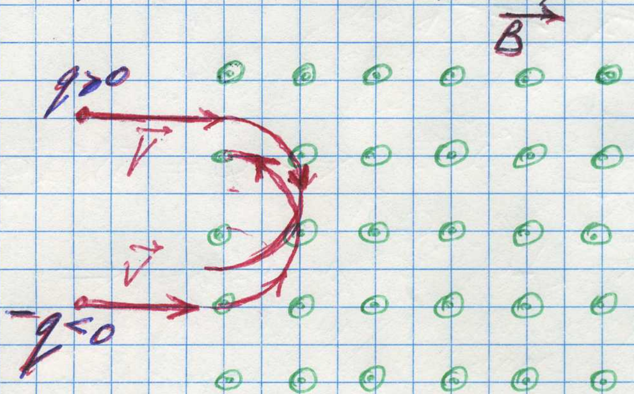
$$|\vec F_{Ампер}| = I|\Delta\vec l|\cdot|\vec B|\sin(\widehat{\Delta\vec l,\vec B}),\quad |\vec F_{Лор.маг}| = |q||\vec V||\vec B|\sin(\widehat{\vec V,\vec B})$$

Измеряя силу Ампера или силу Лоренца, можно определить модуль индукции магн. поля:

$$|\vec B| = \frac{|\vec F_{Ампер}|}{I|\Delta\vec l|\sin(\widehat{\Delta\vec l,\vec B})}, \text{ или } |\vec B| = \frac{|\vec F_{Лор}|}{|q||\vec V|\sin(\widehat{\vec V,\vec B})}$$

Производная единица — единица индукции $\vec B$: $1\,\text{Тесла} = 1\,\text{Тл} = \frac{1\,\text{Н}}{\text{А}\cdot\text{м}}$

Задача. В область однородного магнитного поля влетают параллельно друг другу электрон и позитрон. Покажите траектории этих частиц в магнитном поле, получите выражение для радиуса их орбит.



Согласно 2-ому закону Ньютона:

$$\frac{mV^2}{R} = |q|VB$$

$$\rightarrow R = \frac{m|\vec V|}{|q|B}$$

В общем случае, при наличии обоих полей, электрического и магнитного, на заряженную частицу действует сила Лоренца, состоящая из электрической и магнитной частей:

Обобщение опытных данных. $\rightarrow$ $$\boxed{\vec F_{Лор} = q\vec E + q[\vec V\times\vec B]}$$ $\leftarrow$ Физическая сила, действующая на релятивистскую заряженную частицу.

Приведем удобные для дальнейшего формулы для $\vec F_{Лор.магн}$.

$$\vec F_{Лор.магн} = q[\vec V\times\vec B] = q\begin{vmatrix} \vec i, & \vec j, & \vec k \\ V_1 & V_2 & V_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{vmatrix}$$

$\vec V = (V_1, V_2, V_3)$, $\vec B = (B_1, B_2, B_3)$

С другой стороны, более кратко, то же самое:

$$F_\alpha = q\,\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}V_\beta B_\gamma$$ — по повтор. индексам — суммирование

$$\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} = \begin{cases} 1, & (\alpha,\beta,\gamma) \text{ — четная перест. } (1,2,3) \\ -1, & (\alpha,\beta,\gamma) \text{ — нечетная перестан. } (1,2,3) \\ 0 & \text{— в остальных сл.} \end{cases}$$

$F_1 = F_x = q(V_2B_3 - V_3B_2)$, $F_3 = F_z = q(V_1B_2 - V_2B_1)$

$F_2 = F_y = q(V_3B_1 - V_1B_3)$

пример: $q(V_2B_3 - V_3B_2) = F_1 = q\varepsilon_{123}V_2B_3 + q\varepsilon_{132}V_3B_2$