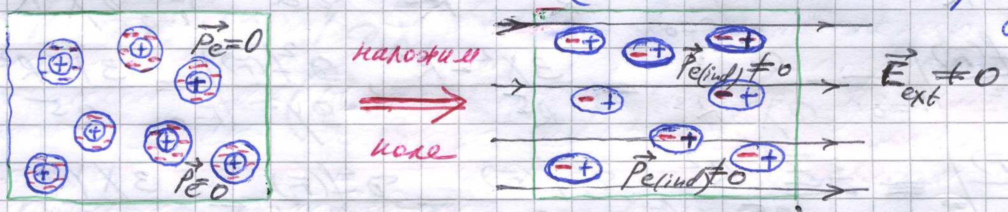
Лекция 14. Диэлектрики. Поляризуемость $\vec{P}$, вектор электрического смещения $\vec{D}$. Диэлектрические восприимчивость χ и проницаемость ε. Уравнение Максвелла о потоке вектора $\vec{D}$. Основные уравнения электростатики диэлектриков.

§1. Типы диэлектриков. Поляризуемость $\vec{P}$.

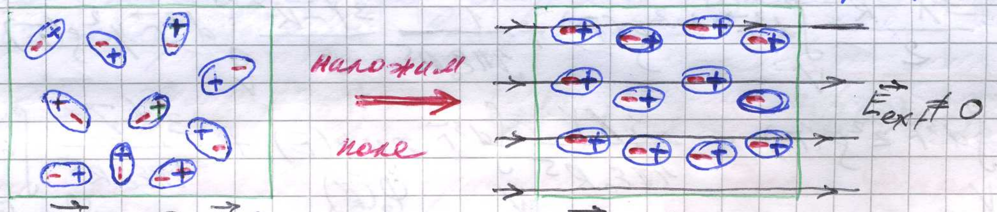
Все вещества по характеру протекания в них электрического тока делятся на проводники, полупроводники и диэлектрики. Диэлектрики, в свою очередь, подразделяют на несколько больших групп:

А) Неполярные (O_2, CO_2, CH_4, ...) – состоят из молекул с нулевым электрическим дипольным моментом. Однако при наложении на такие диэлектрики внешнего электрического поля, их молекулы приобретают ненулевой, индуцированный, дипольный момент $P_{e(ind)} \neq 0$. Диэлектрик поляризуется.



$\vec{E}_{ext} = 0$, $\vec{P}_e = 0$ $\quad$ $\vec{E}_{ext} \neq 0 \rightarrow \vec{P}_{e(ind)} \neq 0$

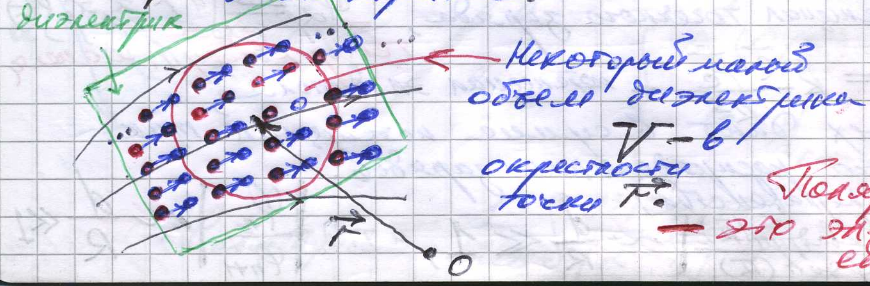
Б) Полярные (H_2O, NH_3, SO_2, CO, ...) – состоят из молекул с ненулевыми электрич. дипольными моментами. т.е. из полярных молекул, имеющих ненулевой дипольный момент даже и в отсутствие внешнего электрического поля, при этом диполи ориентированы хаотично. При наложении внешнего электрич. поля на такие диэлектрики, дипольные моменты молекул ориентируются по полю, диэлектрик поляризуется.



$\vec{E}_{ext} = 0$, $\vec{P}_e \neq 0$ $\quad$ $\vec{E}_{ext} \neq 0$, $\vec{P}_e \neq 0$

В) Существуют диэлектрики, молекулы которых имеют ионное строение ($NaCl$, KCl, ...). В таких диэлектриках существуют две подрешётки из противоположно заряженных ионов. Во внешнем электрическом поле эти подрешётки сдвигаются друг относительно друга, диэлектрик поляризуется.

Все типы диэлектриков поляризуются во внешнем поле. Характеристикой степени поляризации диэлектрика является вектор поляризации или поляризуемость $\vec{P}$ диэлектрика:



$$\boxed{\vec{P}(\vec{r}) \overset{def}{=} \frac{\sum_{k \in V} \vec{P}_{ek}}{V}}$$

– Поляризации вектор диэлектрика – это электрич. дипольный момент единицы объема диэлектрика.

(Г) Существуют более сложные типы диэлектриков, сегнетоэлектрики, диэлектрики со спонтанной поляризуемостью, отличной от нуля и в отсутствие внешнего электрического поля, с нелинейными зависимостями $\vec P[\vec E]$, $\vec D[\vec E]$ и т.д.

§2. Простая теория диэлектрических сред. Векторы $\vec P$-поляризации, $\vec D$-электрического смещения или электрической индукции, $\vec E$-напряженности эл. поля. Уравнение Максвелла о потоке вектора $\vec D$.

При построении простой теории диэлектрич. сред поучительно сравнить ситуации с электростатическими полями в проводниках и диэлектриках

Проводники

В проводнике могут быть только свободные заряды причем в электростатическом случае их объемная плотность ρ в массиве проводника равна нулю, так как внутри пров. $\vec E=0$:

$$\vec\nabla\cdot\vec E = 0 = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow \rho = 0$$

В проводниках, помещенных в электростатич. поля и имеющих свободные заряды, эти заряды перераспределяются по поверхностям проводников.

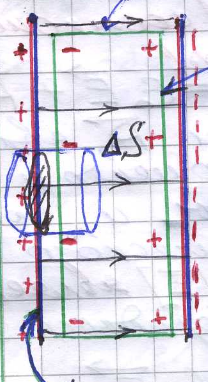
Поверхностная плотность заряда легко определяется из ур-я Максвелла:

$$\oint \vec E\cdot d\vec S = E_n \Delta S = \frac{\sigma_{своб}\Delta S}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sigma_{своб} = \varepsilon_0 E_n = -\varepsilon_0 \frac{\partial\varphi}{\partial n}$$

Диэлектрики

пластина из диэлектрика в конденсаторе



$\sigma_{связ} = \sigma_{ind}$

В диэлектриках, в отличие от проводников, существуют связанные или молекулярные заряды. Диэлектрик, помещенный во внешнее поле $\vec E$, поляризуется. Поляризацию диэлектрика легко определять как эл. дип. момент единицы объема:

$$|\vec P| = \frac{\sigma_{связ}\cdot\Delta S\, d}{\Delta V} = \sigma_{связ} = P_n$$

Напомним определение $\vec P$:

$$\vec P = \sum_{k\in\Delta V} \vec p_{ek} \Big/ \Delta V$$

$$P_n = \sigma_{связ} = \sigma_{ind}$$

$$\sigma_{связ} = \sigma_{ind} = P_n$$

Покажем во что переходит уравнение Максвелла о потоке вектора $\vec E$ в случае диэлектрических сред. Для этого применим уравнение Максвелла о потоке $\vec E$ к цилиндру, охватывающему часть ΔS левой обкладки конденсатора и часть диэлектрика (см. рисунок выше):

$$\oint \vec E\cdot d\vec S = \frac{Q_{полн}}{\varepsilon_0} = \frac{(\sigma_{своб}-\sigma_{связ})\Delta S}{\varepsilon_0} = E_n\cdot\Delta S$$

$$\Rightarrow (\varepsilon_0 E_n + \sigma_{ind})\Delta S = \sigma_{своб}\cdot\Delta S = (\varepsilon_0 E_n + P_n)\Delta S$$

Определение Введём вектор электрического смещения $\vec D$:

$$(\varepsilon_0 E_n + P_n) \overset{def}{=} D_n, \text{ т.е. } \vec D \overset{def}{=} \varepsilon_0\vec E + \vec P.$$

Тогда ур-е Максвелла о потоке вектора $\vec E$ перепишется в форме ур-я о потоке вектора $\vec D$:

$$D_n\cdot\Delta S = \oint \vec D\cdot d\vec S = \sigma_{своб}\Delta S = \int_V \rho_{своб}(\vec r)\, dV.$$

Поток вектора эл. индукции через замкн. поверхность $S(V)$ равен свободному заряду, заключенному внутри этой пов-ти.

$$\oint\limits_{\partial(V)} \vec{D}\cdot d\vec{S} = Q_{своб} = \int\limits_V \rho(\vec{r})\,dV = \int\limits_V (\vec{\nabla}\cdot\vec{D})\,dV$$

справ. $\forall V$ $\quad \forall V$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho_{своб}(\vec{r})} \xleftrightarrow{\text{сравните}} \oint\limits_{\partial(V)} \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{\int_V \rho_{tot}\,dV}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{D}(\vec{r}) = \rho_{своб}(\vec{r}) \longleftrightarrow \vec{\nabla}\cdot\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho_{total}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_{своб}+\rho_{...}}{\varepsilon_0}$$

При описании электростатических полей в диэлектрических средах оказалось более удобным ввести вектор поляризации $\vec{P}$ среды, а также вектор электрической индукции $\vec{D}$, эти два вспомогательных поля имеют вполне определённый физический смысл и связаны с напряжённостью поля $\vec{E}$ соотношением:

$$\vec{D} \stackrel{def}{=} \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$$

Вектор поляризации $\vec{P}$, являясь по определению электрическим дипольным моментом среды, характеризует степень поляризации среды и, вообще говоря, зависит от напряжённости электрического поля $\vec{E}$ сложным образом. Как говорят, $\vec{P}=\vec{P}[E]$ является функционалом от $\vec{E}$.

Для линейных, однородных и изотропных сред:

$$\vec{P} \stackrel{def}{=} \varepsilon_0 \chi_e \vec{E},$$

χ_e — диэлектрич. восприимчивость, в рассм. случае — константа.

Для электрической индукции получаем в таком случае выражение:

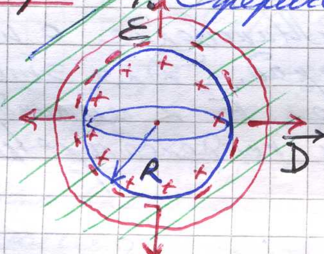
$$\vec{D} = \varepsilon_0(1+\chi_e)\vec{E} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E},$$

$\varepsilon \stackrel{def}{=} 1+\chi_e$ — диэлектрическая проницаемость.

С помощью уравнения Максвелла о потоке вектора $\vec{D}$ удобно рассчитывать поля в диэлектрических средах при наличии симметричных распределений свободных зарядов, в таких случаях поток $\vec{D}$ легко вычисляется.

Примеры

1. Сферический проводник радиуса R в диэлектрике с $\varepsilon = const$



$$\oint\limits_{\partial(V)} \vec{D}\,d\vec{S} = 4\pi r^2 D(r) = Q_{своб}$$

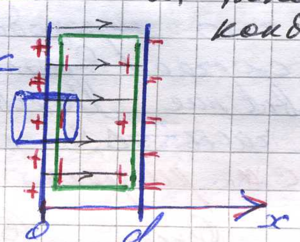
$$\Rightarrow D(r) = \frac{Q_{своб}}{4\pi r^2}$$

$$\Rightarrow E(\vec{r}) = \frac{D(\vec{r})}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{Q_{своб}}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} = -\frac{d\varphi}{dr}$$

$$\Rightarrow \varphi(r) = -\int E\,dr = \frac{Q_{своб}}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} + \cancel{C}$$

$$\varphi(R) = \frac{Q_{своб}}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R} \Rightarrow C = \frac{Q}{\varphi(R)} = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$$

2. Поле в плоском конденсаторе с диэлектриком



$$\oint \vec{D}\,d\vec{S} = D\cdot\Delta S = \sigma_{своб}\Delta S$$

$$\Rightarrow D = \sigma_{своб}$$

$$\Rightarrow E = \frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{\sigma_{своб}}{\varepsilon_0\varepsilon} = -\frac{d\varphi}{dx}$$

$$\Rightarrow \varphi = -\int E\,dx = -\frac{\sigma_{своб}}{\varepsilon_0\varepsilon}x + C_1$$

электроемкость:

$$U = \frac{\sigma_{своб}d}{\varepsilon_0\varepsilon} \Rightarrow C = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon_0 \ldots}{d}$$

Как видно поле в диэлектрике в ε раз меньше поля в вакууме, физическая причина уменьшения поля заключается в частичном экранировании свободного заряда проводника:

$$q_{связ} = \sigma_{связ}\cdot 4\pi R^2 = -P_n\cdot 4\pi R^2 =$$

$$= -4\pi R^2\varepsilon_0(\varepsilon-1)E = -4\pi R^2\varepsilon_0(\varepsilon-1)\frac{q_{своб}}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2} =$$

$$= -\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}q_{своб}$$

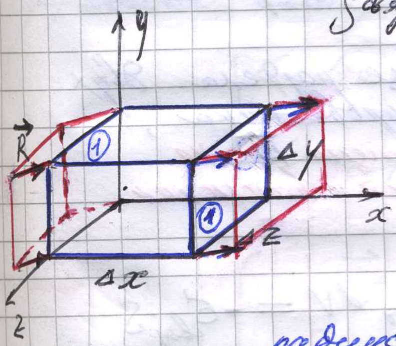
Эффективный заряд проводника, окруженного диэлектриком, равен сумме свободного и связанного зарядов:

$$q_{эфф} = q_{своб} + q_{связ} = q_{своб} - \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}q_{своб} = \frac{q_{своб}}{\varepsilon}$$

После проведенного простого обсуждения электростатики диэлектриков перейдём к более общему рассмотрению.

§ 3. Связь плотности связанных зарядов и поляризуемости

В результате поляризации диэлектрика, помещенного во внешнее поле, может возникнуть объемная плотность связанных зарядов. $\rho_{связ}$. Чтобы получить выражение для $\rho_{связ}$, рассмотрим какой заряд появляется в выделенном элементарном объеме



$$\Delta V = \Delta x\,\Delta y\,\Delta z$$

диэлектрика в результате поляризации. Пусть $\vec{R}(x,y,z)$ есть величина смещения положительных зарядов относительно отрицательных в окрестности точки с радиус-вектором $\vec{r}=(x,y,z)$ при поляризации.

Величина $\vec{R}(\vec{r})$, вообще говоря, зависит от местоположения в диэлектрике. Изменение заряда $\Delta q^{(1)}$, обусловленное поляризацией через грани (1), т.е. смещением $R_x(\vec{r})$, очевидно, даётся выражением:

$$\Delta q^{(1)} = \rho(\vec{r})\Big|_x R_x(x,y,z)\,\Delta y\,\Delta z - \rho(\vec{r})\Big|_{x+\Delta x} R_x(x+\Delta x,y,z)\,\Delta y\,\Delta z$$

$$= -\left((\rho R_x)\Big|_{x+\Delta x} - (\rho R_x)\Big|_x\right)\Delta y\,\Delta z \cong -\frac{\partial(\rho R_x)}{\partial x}\Delta x\,\Delta y\,\Delta z$$

Аналогично рассчитываются $\Delta q^{(2)}$ и $\Delta q^{(3)}$, так что полное изменение заряда имеет вид:

$$\Delta q = \Delta q^{(1)} + \Delta q^{(2)} + \Delta q^{(3)} = -\left(\frac{\partial(\rho R_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho R_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho R_z)}{\partial z}\right)\Delta x\,\Delta y\,\Delta z$$

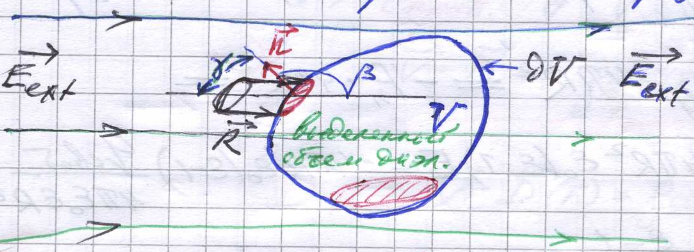
$$\overset{def}{=} \rho_{связ}(\vec{r})\,\Delta x\,\Delta y\,\Delta z$$ — по определению плотности связанного заряда

$$\Rightarrow \quad \rho_{связ}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}\left(\rho(\vec{r})\vec{R}\right) \overset{def}{=} -\vec{\nabla}\cdot\vec{P}, \quad \rho_{связ} = -\vec{\nabla}\cdot\vec{P}$$

Здесь, по определению, вектор поляризации или поляризуемость диэлектрика $\vec{P}$ даётся выражением:

$$\vec{P} = \rho\vec{R} = nq\vec{R} = \lim_{\Delta V\to 0}\frac{\sum_{k\in\Delta V}\vec{p}_{ek}}{\Delta V}$$

Тот же результат может быть получен и более кратко вычислением потока вектора поляризуемости $\vec{P} = nq\vec{R}$ внутрь объема диэлектрика V через его поверхность $\partial(V)$:



$$dq_{связ} = nqR\cos\gamma\, dS = -nqR\cos\beta\, dS = -nq\vec{R}\cdot d\vec{S}$$

$dq_{связ}$ – изменение связанного заряда в объеме V за счет проникновения зарядов через площадку $d\vec{S} = dS\,\vec{n}$ в результате поляризации диэлектрика за счёт внешнего поля.

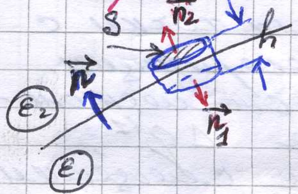
Интегрируя полученное выражение по всей поверхности $\partial(V)$ произвольного объема V, получаем

$$q_{связ} = -\oint_{\partial(V)} nq\vec{R}\cdot d\vec{S} = -\oint_{\partial(V)} \vec{P}\cdot d\vec{S} \overset{\text{по теореме}}{\underset{\text{Г.-О.}}{=}} -\int_V \vec{\nabla}\cdot\vec{P}\, dV \overset{def}{=} \int \rho_{связ}\, dV$$

$$\Rightarrow \boxed{\rho_{связ} = -\vec{\nabla}\cdot\vec{P}}$$

В однородных и изотропных диэлектриках $\vec{P} = const$ и $-\vec{\nabla}\cdot\vec{P} = \rho_{связ} = 0$.

Изменения $\vec{P}$ имеют место на границе раздела двух различных диэлектриков, диэлектрика и проводника, диэлектрика и вакуума. Скачок поляризации $\vec{P}$ на границе двух сред с ε_2 и ε_1 может быть вычислен следующим образом:



$$\oint \vec{P}\cdot d\vec{S}\Big|_{h\to 0} = (P_{n_2} S + P_{n_1} S) = -\int_V \rho_{связ}\, dV\Big|_{h\to 0} = -\sigma_{связ} S$$

$$\Rightarrow P_{2n} - P_{1n} = -\sigma_{связ} = \varepsilon_0(\varepsilon_2 - 1)E_{2n} - \varepsilon_0(\varepsilon_1 - 1)E_{1n} = \varepsilon_0(E_{1n} - E_{2n}),$$

т.к. $D_{2n} = D_{1n}$, т.е. $\varepsilon_0\varepsilon_2 E_{2n} = \varepsilon_0\varepsilon_1 E_{1n}$ – будет показано ниже, нормальная составляющая $\vec{D}$ непр. на гр. раздела.

§ 4. Получение уравнений электростатики диэлектриков с помощью процедуры усреднения

В первых восьми лекциях курса были получены уравнения Максвелла для микроскопических полей $\vec{b}$ и $\vec{e}$ заряженных частиц в вакууме:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{e}(\vec{r},t) = \frac{\rho(\vec{r},t)}{\varepsilon_0},$$
$$\vec{\nabla}\times\vec{e}(\vec{r},t) = -\frac{\partial\vec{b}}{\partial t};$$
$$\vec{\nabla}\cdot\vec{b}(\vec{r},t) = 0,$$
$$\vec{\nabla}\times\vec{b}(\vec{r},t) = \mu_0\vec{j} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{e}}{\partial t}$$

$\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$, $\vec{j} = 0$

переход к электростатике

$\frac{\partial\vec{b}}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial\vec{e}}{\partial t} = 0$

Ур-я электростатич. полей в вакууме

$$\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{e}(\vec{r}) = \frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0}, \quad \vec{\nabla}\times\vec{e} = 0.}$$

Здесь малыми буквами $\vec{b}(\vec{r},t)$ и $\vec{e}(\vec{r},t)$ специально обозначены инд. магн. поля и напряженность эл. поля в вакууме — микроскопич. поля!

Макроскопические приборы измеряют не микроскопические поля $\vec b(\vec r,t)$ и $\vec e(\vec r,t)$, а их сглаженные, усреднённые значения. Поля в средах также удобно описывать не их быстро изменяющимися в пространстве и времени значениями, а усреднёнными по некоторому достаточно малому объёму ΔV и достаточно малому промежутку T времени значениями:

$$\langle \vec b(\vec r,t)\rangle \overset{def}{=} \frac{1}{\Delta V}\frac{1}{T}\int_{\Delta V}\int_0^T \vec b(\vec r+\vec r', t+t')\,d^3\vec r'\,dt'$$

В случае электростатики микроскопические поля усредняются только по некот. объёму ΔV:

$$\langle f(\vec r)\rangle \overset{def}{=} \frac{1}{\Delta V}\int_{\Delta V} f(\vec r+\vec r')\,d^3\vec r'$$

ΔV – физически бесконечно малый объём, содержащий достаточно много частиц

При этом, очевидно, операция усреднения перестановочна с дифференцированием:

$$\frac{\partial}{\partial \vec r}\langle f(\vec r)\rangle = \left\langle \frac{\partial f(\vec r)}{\partial \vec r}\right\rangle$$

– докажите это утверждение NB

Вводя макроскопические поля

$$\vec E(\vec r) \overset{def}{=} \langle \vec e(\vec r)\rangle, \quad \langle\rho\rangle = \rho_{своб}+\rho_{связ} = \rho_{своб} - \vec\nabla\cdot\vec P,$$

усредняя микроскопические уравнения Максвелла, получим:

$$\begin{cases} \langle \operatorname{div}\vec e\rangle = \vec\nabla\cdot\langle\vec e\rangle = \vec\nabla\cdot\vec E = \dfrac{\langle\rho\rangle}{\varepsilon_0} = \dfrac{\rho_{своб}-\vec\nabla\cdot\vec P}{\varepsilon_0}, \\ \langle \operatorname{rot}\vec e\rangle = [\vec\nabla\times\langle\vec e\rangle] = \vec\nabla\times\vec E = 0. \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} \vec\nabla\cdot(\varepsilon_0\vec E+\vec P) = \rho_{своб}, \\ \vec\nabla\times\vec E = 0. \end{cases}$$

Внимательный учёт плотности $\rho_{связ} = -\vec\nabla\cdot\vec P$ связанных зарядов приводит к появлению в уравнениях Максвелла наряду с вектором напряжённости $\vec E(\vec r)$ электрического поля также и вектора $\vec P(\vec r)$ поляризуемости среды. Вместе с $\vec E$ и $\vec P$ для описания электромагнитных явлений в средах оказалось удобным ввести вектор электрического смещения или электрической индукции $\vec D$:

$$\boxed{\vec D \overset{def}{=} \varepsilon_0\vec E + \vec P}$$

Уравнения электростатики для электрических явлений в средах принимают, т.о., следующий вид:

$$\begin{cases} \vec\nabla\cdot\vec D = \rho_{своб}, \quad \vec\nabla\times\vec E = 0 \\ \vec D = \varepsilon_0\vec E + \vec P. \end{cases}$$

Подлежащих определению различных полей $\vec E(\vec r)$, $\vec P(\vec r)$ и $\vec D(\vec r)$ получается больше, чем уравнений для них. Исходя из физических соображений устанавливают вид $\vec P$ – вектора поляризуемости. Этот вектор является, как говорят, функционалом $\vec P[\vec E]$, часто феноменологически его задают в виде ряда по степеням $\vec E$:

здесь χ_{ij}, χ_{ijk} – тензоры восприимчивостей.

$$P_i = P_{i0} + \varepsilon_0\chi_{ij}E_j + \varepsilon_0\chi_{ijk}E_jE_k + \dots$$

Выделяют различные типы диэлектриков:

(А) Линейные, однородные и изотропные диэлектрики

$$P_{i0}=0,\quad \chi_{ij}=\delta_{ij}\chi_e,\quad \chi_{ijk}=0,\dots$$

$$\Rightarrow\quad D_i=\varepsilon_0 E_i+\varepsilon_0\chi\delta_{ij}E_j=\varepsilon_0(1+\chi)E_i=\varepsilon_0\varepsilon E_i,$$

т.е. $\vec D=\varepsilon_0\varepsilon\vec E$, $\varepsilon=1+\chi_e$

χ_e – диэлектрическая восприимчивость, $\varepsilon=1+\chi_e$ – диэлектрич. проницаемость,

(Б) Линейные, однородные и анизотропные диэлектрики.

$$P_{i0}=0,\quad \chi_{ij}\neq 0;\quad \chi_{ijk}=0,\dots$$

$$\Rightarrow\quad P_i=\varepsilon_0\chi_{ij}E_j,\quad D_i=\varepsilon_0E_i+\varepsilon_0\chi_{ij}E_j=$$

$$\boxed{\varepsilon_{ij}\overset{def}{=}\delta_{ij}+\chi_{ij}}\qquad =\varepsilon_0(\delta_{ij}+\chi_{ij})E_j=\varepsilon_0\varepsilon_{ij}E_j$$

Тензор диэлектрич. проницаемости, χ_{ij} – тензор диэлектрич. восприимчивости.

Анизотропия означает зависимость свойств материала от направления. В анизотропных диэлектриках направления векторов ($\vec P$ и $\vec E$) ($\vec D$ и $\vec E$) не совпадают! Поле $\vec E$ ориентировано в одном направлении, а поляризация $\vec P$, вообще говоря, в другом. То же имеет место и для векторов $\vec D$ и $\vec E$. Указанные свойства диэлектрических анизотропных сред приводят к весьма необычным оптическим явлениям.

§5. Граничные условия для векторов $\vec D$ и $\vec E$ на границе раздела двух диэлектрических сред.

На границе раздела двух различных диэлектрических сред векторы $\vec D$ и $\vec E$ должны удовлетворять определённым граничным условиям. Получим эти условия, используя соответствующие уравнения Максвелла:

$$\vec\nabla\cdot\vec D=\rho_{своб}\iff\oint\vec D\cdot d\vec S=\int_V\rho_{своб}\,dV=Q,$$

$$\vec\nabla\times\vec E=0\iff\oint\vec E\cdot d\vec l=0$$

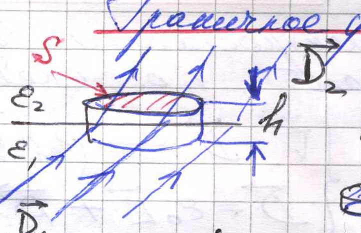
Граничное условие для $\vec E$

$$\oint\vec E\,d\vec l\Big|_{h\to0}=E_{2\tau}l-E_{1\tau}l=0$$

$$\Rightarrow\quad E_{2\tau}=E_{1\tau}$$

На границе раздела двух диэл. сред непрерывна касательная к границе составляющая вектора напряжённости $\vec E$ эл. поля.

Граничное условие для $\vec D$



$$\oint\vec D\cdot d\vec S\Big|_{h\to0}=D_{2n}S-D_{1n}S=(D_{2n}-D_{1n})\Delta S=\int_{\Delta V}\rho_{своб}\,dV=\sigma_{своб}\Delta S$$

$\Rightarrow\ \boxed{D_{2n}-D_{1n}=\sigma_{своб}}$ – на границе раздела непрерывна D_n – нормальная составляющая $\vec D$, если $\sigma_{своб}=0$