

Лекция 15

Изопроцессы в рамках первого начала термодинамики.

Адиабатический процесс.

Уравнение адиабаты и политропы.

Скорость звука в газах.

Изохорный процесс и первое начало термодинамики

$$\delta Q = \delta A + dU$$

$$dV = 0$$



$$dA = PdV = 0$$

Вся поступившая в термодинамическую систему теплота идет на изменение ее внутренней энергии.

$$U = \frac{i}{2} \nu RT = \nu c_V T$$

$$\Delta Q = \Delta U = \nu c_V \Delta T$$

Изобарный процесс и первое начало термодинамики

$$\delta Q = \delta A + dU$$

$$P = \text{const}$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = P(V_2 - V_1) = P \Delta V$$

$$P \Delta V = \nu R \Delta T$$



$$A = \nu R \Delta T$$

$$\Delta Q = \nu c_p \Delta T$$

$$\Delta U = \Delta Q - A = \nu (c_p - R) \Delta T$$

$$\Delta U = \nu c_v \Delta T$$

Изотермический процесс и первое начало термодинамики

$$\delta Q = \delta A + dU$$

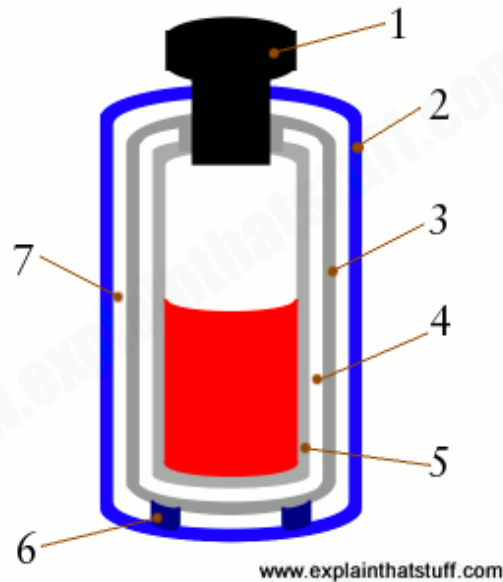
$$T = \text{const} \quad \longrightarrow \quad \Delta U = 0 \quad \longrightarrow \quad \Delta Q = A$$

Вся поступившая в термодинамическую систему теплота идет на совершение работы.

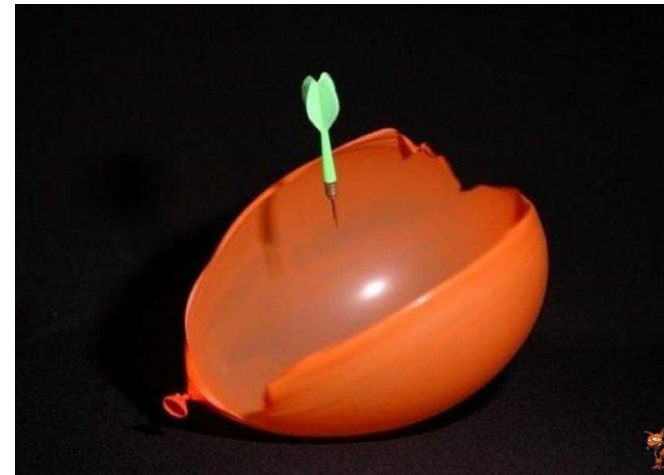
$$P = \nu RT/V \quad A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \nu RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Адиабатический процесс

Адиабатический процесс – процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой.



Сосуд Дьюара



Быстропротекающий процесс

Адиабатический процесс и первое начало термодинамики

$$\delta Q = \delta A + dU \qquad \delta Q = 0 \qquad \longrightarrow \qquad dA = -dU$$

Работа в адиабатическом процессе совершается за счет изменения внутренней энергии

$$U = \nu c_V T$$

$$dA = -\nu c_V dT$$

$$dA = PdV$$

$$PdV = -\nu c_V dT$$

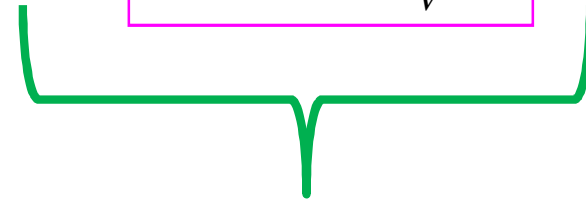
Адиабатический процесс и уравнение состояния

$$PV = \nu RT$$



$$d(PV) = PdV + VdP = \nu R dT$$

$$PdV = -\nu c_V dT$$



$$1 + \frac{R}{c_V} = 1 + \frac{2}{i} = \frac{i+2}{i} = \gamma$$

$$1 + \frac{VdP}{PdV} = -\frac{R}{c_V}$$

$$\frac{dP}{P} = -\gamma \frac{dV}{V}$$



$$\ln P = -\gamma \ln V + const$$



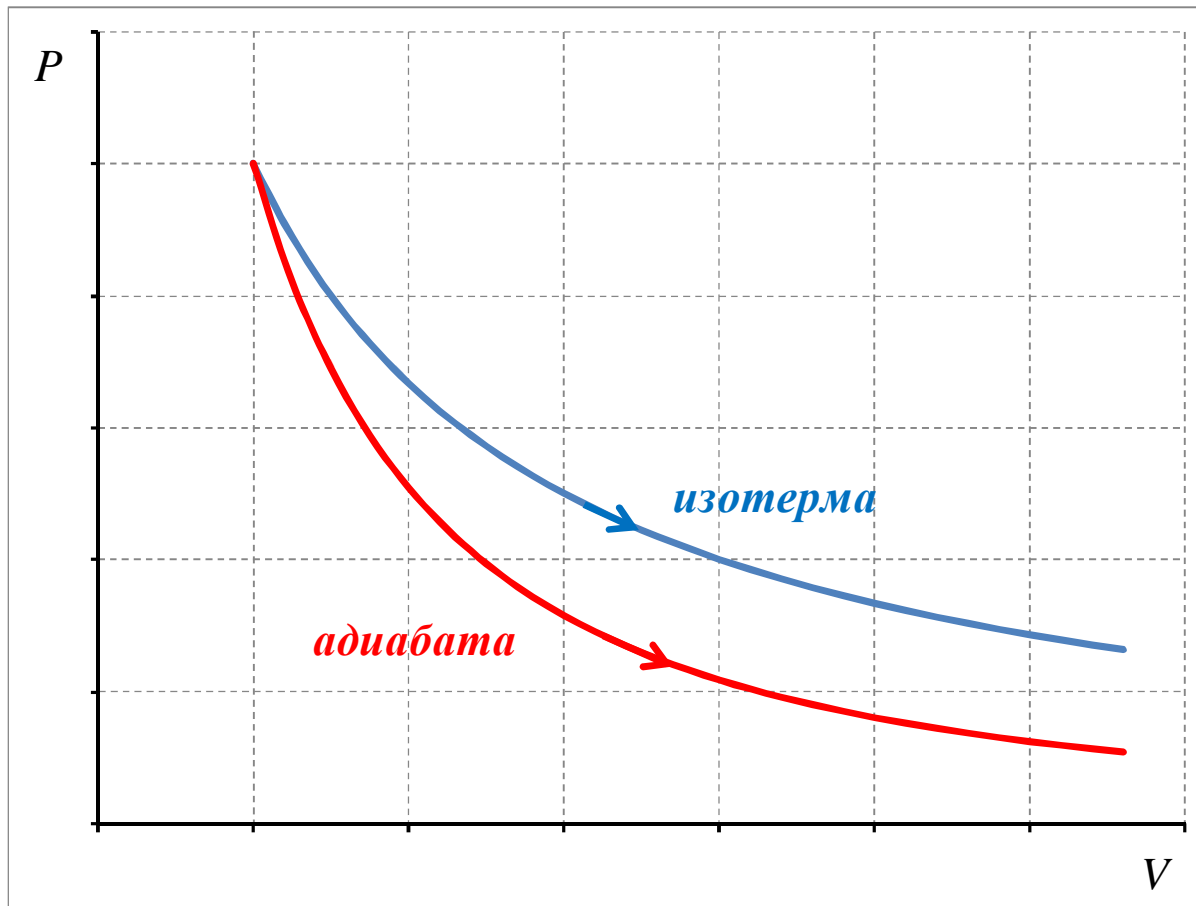
Уравнение Пуассона

$$PV^\gamma = const$$

Адиабата и изотерма

Коэффициент Пуассона

$$\gamma = \frac{i+2}{i} > 1$$

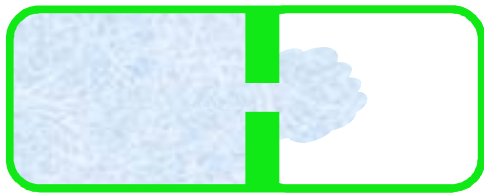


$$P \sim V^{-1}$$

$$P \sim V^{-\gamma}$$

Адиабата в переменных T, V

$$\left. \begin{array}{l} PV = \nu RT \\ PV^\gamma = \text{const} \end{array} \right\} TV^{\gamma-1} = \text{const}$$



$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$V_2 > V_1 \quad \longrightarrow \quad T_2 < T_1$$

Расширяясь адиабатически, газ охлаждается.

Работа при адиабатическом расширении

$$V_1 \xrightarrow{\quad} V_2$$

$$PV^\gamma = P_1 V_1^\gamma$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{P_1 V_1^\gamma}{V^\gamma} dV = \frac{P_1 V_1^\gamma}{-\gamma + 1} (V_2^{-\gamma+1} - V_1^{-\gamma+1})$$



$$A = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right)$$

Политропный процесс

Политропный (политропический) процесс – термодинамический процесс, во время которого теплоёмкость газа остаётся постоянной.

$$C = const$$

Уравнение политропы

$$PV^n = const$$

Показатель политропы

$$n = \frac{C - C_P}{C - C_V}$$

<i>Процесс</i>	<i>Уравнение</i>	<i>Показатель</i>
<i>адиабатный</i>	$PV^\gamma = const$	$n = \gamma$
<i>изобарный</i>	$P = const$	$n = 0$
<i>изотермический</i>	$PV = const$	$n = 1$
<i>изохорный</i>	$V = const$	$n = \infty$

$$P_1 V_1^n = P_2 V_2^n \quad \longrightarrow \quad \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{n}}$$

Изохорный процесс

$$\frac{V_1}{V_2} = 1 \quad \longrightarrow \quad \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{n}} = 1$$

$$n = \infty$$

Скорость звука в газах

$$V_{36} = \sqrt{dP/d\rho}$$

Ньютон считал, что в звуковой волне выполняется закон Бойля-Мариотта.

$$T = const$$

$$PV = \nu RT$$

$$P = \frac{m}{V} \frac{RT}{\mu} = \rho \frac{RT}{\mu}$$

$$V_{36} = \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$$

Скорость звука в газах

$$V_{38} = \sqrt{dP/d\rho}$$

Лаплас предположил, что сжатие – разрежение происходит достаточно быстро. Поскольку теплопроводность газов мала, то процесс можно считать адиабатическим.

$$PV^\gamma = \text{const} \quad \rho = m/V \quad \longrightarrow \quad P\rho^{-\gamma} = \text{const}$$

$$d(P\rho^{-\gamma}) = \rho^{-\gamma} dP - \gamma\rho^{-\gamma-1} P d\rho = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{dP}{d\rho} = \gamma \frac{P}{\rho}$$

$$\frac{P}{\rho} = \frac{PV}{m} = \frac{\nu RT}{m} = \frac{RT}{\mu}$$

$$V_{38} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}$$

Скорость звука в воздухе

$$V_{зв} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}$$

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{5+2}{5} = 1.4$$

$$\mu = 29 \text{ г/моль}$$

$$T = 290 \text{ К}$$

$$V_{зв} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{1.4 \cdot 8.31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 290 \text{ К}}{29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}}} \approx 340 \text{ м/с}$$