

Лекция 10

Релятивистская динамика.

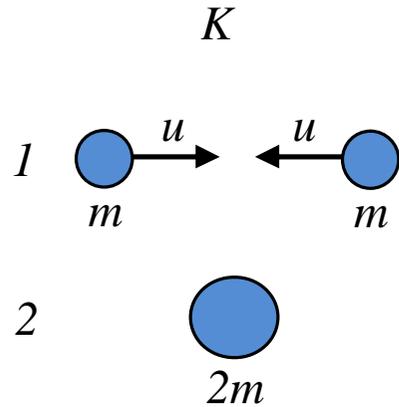
Релятивистский импульс.

*Кинетическая энергия релятивистской
частицы.*

Закон взаимосвязи массы и энергии.

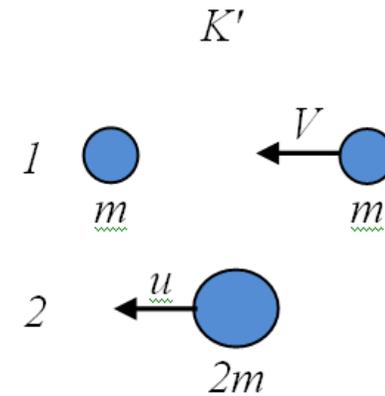
Энергия покоя. Столкновение частиц.

Две частицы, обладающие одинаковой массой, движутся навстречу друг другу.



$$p_1 = mu - mu = 0$$

$$p_2 = 2m \cdot 0 = 0$$



$$V = \frac{-u - u}{1 - (u/c^2)(-u)}$$

$$p'_1 = 0 \cdot m - \frac{2u}{1 + u^2/c^2} m$$

$$p'_2 = -2mu$$



В системе K' нарушается закон сохранения импульса. Проблема заключается в непоследовательном сочетании классического выражения для импульса и релятивистского закона сложения скоростей.

Основные положения релятивистской динамики

Измерения Томсона удельного заряда электрона показали, что его масса зависит от скорости.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{где } m_0 \text{ — масса покоя}$$

Определим релятивистский импульс как -

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{V}}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Уравнение движения, запишем в виде

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Рассчитаем работу, которую нужно выполнить для того, чтобы разогнать материальную точку из состояния покоя до некоторой скорости.

$$dA = (\vec{F}, d\vec{r}) = (\vec{F}, \vec{V}dt) = (\vec{F}dt, \vec{V}) = (d\vec{P}, \vec{V})$$

$$d\vec{p} = \frac{m_0 d\vec{V}}{\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{m_0 V^2 d\vec{V}}{c^2 (1-\beta^2)^{3/2}} = \frac{m_0 d\vec{V}}{(1-\beta^2)^{3/2}}$$

$$dA = \frac{m_0 V dV}{(1-\beta^2)^{3/2}} = \frac{m_0 c^2 d\beta^2}{2(1-\beta^2)^{3/2}} = -\frac{m_0 c^2 d(1-\beta^2)}{2(1-\beta^2)^{3/2}} = m_0 c^2 d\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)$$

$$dA = d\left(\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) \longrightarrow dA = dE$$

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = mc^2$$

полная энергия

$$E(0) = m_0 c^2$$

энергия покоя

$$E \approx m_0 c^2 + \frac{m_0 v^2}{2} + \dots$$

$$T = E - m_0 c^2$$

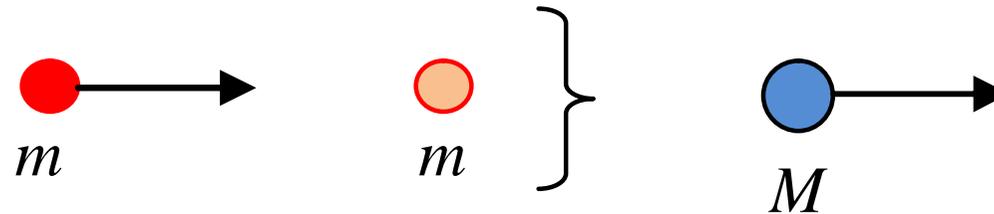
кинетическая энергия

Связь энергии и импульса

$$E^2 - (cp)^2 = \frac{(m_0c^2)^2}{1-\beta^2} - \frac{(m_0cv)^2}{1-\beta^2} = (m_0c^2)^2$$

$$E^2 - (cp)^2 = m_0^2c^4 = \text{inv} \quad \text{релятивистский инвариант}$$

Столкновение релятивистских частиц



Расчеты, основанные на законе сохранения энергии и импульса, показывают, что масса покоя составной частицы превышает суммарную массу компонент.

$$M_0 > 2m_0$$

Закон сохранения энергии

$$E_1 = E_2$$

$$E_1 = m_0 c^2 + (T + m_0 c^2)$$

$$E_2 = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Закон сохранения импульса

$$p_1 = p_2$$

$$p_1^2 = \left(\frac{T + m_0 c^2}{c} \right)^2 - (m_0 c)^2$$

$$p_2^2 = \left(\frac{E_2}{c} \right)^2 - (M_0 c)^2$$

$$\left(\frac{T + m_0 c^2}{c} \right)^2 - (m_0 c)^2 = \left(\frac{E_2}{c} \right)^2 - (M_0 c)^2$$

$$(M_0 c^2)^2 = (m_0 c^2 + (T + m_0 c^2))^2 - (T + m_0 c^2)^2 + (m_0 c^2)^2$$

$$(M_0 c^2)^2 = 2m_0 c^2 (T + m_0 c^2) + 2(m_0 c^2)^2$$

$$M_0^2 = 2m_0 (T/c^2 + 2m_0)$$

$$M_0 = \sqrt{2m_0 (2m_0 + T/c^2)}$$

$$M_0 > 2m_0$$

Из закона сохранения энергии найдем скорость составной частицы

$$\frac{M_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = m_0 c^2 + (T + m_0 c^2)$$



$$u = c \sqrt{\frac{T}{2m_0 c^2 + T}}$$