

Министерство образования и науки Российской Федерации
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Методические указания для студентов
всех специальностей дневной, вечерней
и заочной форм обучения

НОВОСИБИРСК
2015

Методические указания разработал:
к.т.н., доцент А.Д. Заикин.

Работа подготовлена на кафедре
прикладной и теоретической физики НГТУ

Рецензенты:

© Новосибирский государственный
технический университет, 2015

Содержание

	С.
1. Модель постоянного тока в проводниках	2
2. Условия возникновения и существования постоянного тока	3
3. Работа и мощность тока.	5
4. Исследование неразветвленной цепи постоянного тока. Коэффициент полезного действия.	6
5. Плотность тока. Закон Ома в дифференциальной форме.	9
6. Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме. Удельная мощность (плотность тепловой мощности).....	10
7. Основы классической электронной теории проводимости металлов..	11
8. Зависимость сопротивления металлов от температуры	14

1. Модель постоянного тока в проводниках

Принципиальным отличием раздела физики «Постоянный ток» от раздела «Электростатика», в котором изучается взаимодействие неподвижных электрических зарядов, состоит в том, что здесь объектом исследования являются потоки заряженных частиц в проводниках. Поэтому основные принципы поведения проводников в электростатическом поле, а именно равенство потенциалов каждой точки поверхности (и объема) проводника, перпендикулярность силовых линий электрического поля поверхности проводника, здесь не выполняются. Однако строго соблюдается постоянство потока свободных заряженных частиц через каждое произвольно выбранное сечение проводника.

Электрическим током будем считать направленное движение заряженных частиц. Численное значение суммарного заряда q , проходящего через поперечное сечение проводника в единицу времени, называют током (силой тока)

$$I = \frac{dq}{dt}, \text{ или же } I = \frac{q}{t},$$

если сила тока не изменяется со временем. В этом случае говорят, что ток является постоянным.

В СИ сила тока измеряется в амперах, являющейся одной из основных единиц этой международной системы. При силе тока в один ампер через поперечное сечение проводника за одну секунду переносится заряд в один кулон.

Как и в других разделах физики, при изучении законов постоянного тока осуществляется некоторая схематизация этого весьма непростого явления, замена его упрощенной моделью. При соблюдении важнейших физических закономерностей протекания электрического тока модель должна существенно упрощать решение конкретных задач. В дальнейшем будем считать, что:

1. Средой, в которой распространяется электрический ток, является однородный металлический проводник с постоянной во всем объеме концентрацией свободных электрических зарядов.

2. Носителями тока являются положительные заряды, и направление тока совпадает с направлением движения этих зарядов, несмотря на то, что реально ток в металлах является следствием направленного движения отрицательно заряженных электронов.

3. После прохождения тока и охлаждения проводника до начальной температуры все его геометрические размеры и электрические свойства остаются неизменными.

Рассмотрим, при каких условиях в металлическом проводнике, возможно, возникновение направленного движения заряженных частиц.

2. Условия возникновения и существования постоянного тока

Для возникновения направленного движения электрических зарядов необходима сила, вынуждающая заряды двигаться. Такой силой может быть только кулоновская сила $F=qE$. Таким образом, для возникновения электрического тока необходимо создать внутри проводника электрическое поле E . Или же, что означает то же самое, на концах проводника длиной l организовать разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$, при этом

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l}.$$

Электрический ток можно получить, замкнув обкладки заряженного конденсатора. Электрические заряды как положительные, так и отрицательные начнут перемещаться. Положительные от положительно заряженной пластины к отрицательно заряженной пластине и отрицательные от отрицательно заряженной пластины к положительно заряженной пластине. Однако такой ток будет кратковременным. Как только разноименные заряды скомпенсируют друг друга, исчезнет электрическое поле, и, соответственно, исчезнет ток.

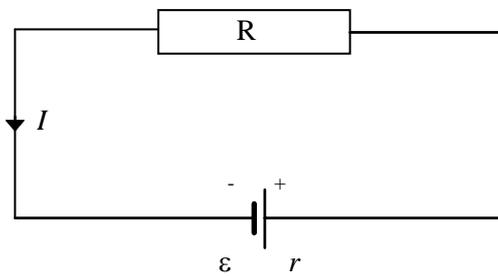
Для получения постоянного тока, т.е. тока, не изменяющего свою величину со временем, используют источники постоянного тока различных конструкций. Это могут быть гальванические элементы и аккумуляторы, термоэлементы и фотоэлементы, электрические генераторы. Процессы, происходящие в источниках тока, имеют различную природу, это может быть и сложная электрохимическая реакция, и электромагнитная индукция, и термоэлектрический процесс.

Вместе с тем неизбежно возникает вопрос. Откуда берутся новые положительные заряды взамен ушедших с одного конца проводника, и куда исчезают те из них, которые достигли другого конца? Какова роль источника ток? Какие процессы в нем происходят?

Что касается роли источника тока, то ее можно понять, сравнив поток электрических зарядов, движущихся под действием сил электрического поля, с потоком жидкости в поле земного притяжения. Без всяких дополнительных усилий жидкость всегда течет сверху вниз. Но если возникает потребность организовать циркуляцию конечного объема жидкости в замкнутом контуре, то кроме той части контура, в которой жидкость течет сверху вниз, необходимо создать и другую часть контура, в которой жидкость будет перемещаться снизу вверх. В этой части контура необходимо установить насос, который бы перекачивал жидкость в направлении, противоположном направлению силы тяжести. При этом мы можем не интересоваться его конструкцией, принципом дейст-

вия и процессами, происходящими внутри насоса. Принципиально важной является его мощность.

Нечто подобное происходит и в электрическом контуре (электрической цепи). Электродвижущая сила (ЭДС) играет роль электрического насоса, который обеспечивает «циркуляцию» электрических зарядов в направлении, противоположном действию электрических сил. ЭДС перемещает заряды от уровня более низкого потенциала φ_2 к уровню более высокого потенциалом φ_1 . Здесь нас не будут интересовать те процессы, которые происходят внутри источника тока. Но мы обратим внимание на принципиальную сторону — во всех источниках тока, независимо от их устройства, силы, «поднимающие» положительные заряды, имеют не электрическое происхождение, и поэтому они называются сторонними. Сторонними называются также и ЭДС источников тока.



Р и с . 1

В простейшей цепи постоянного тока, рис. 1, принято различать ее внешнюю и внутреннюю (состоящую из источника тока) части. Кроме причины, способствующей току, в электрической цепи имеются и факторы, препятствующие его протеканию. Ими являются со-

противление нагрузки R и сопротивление источника тока r . В СИ единицей измерения сопротивления служит 1 Ом. Внутреннее сопротивление r источника в задачах вычислять практически никогда не приходится — его значение обычно задается.

Для однородного цилиндрического проводника длиной l и сечением S для сопротивления можно записать

$$R = \rho \frac{l}{S} .$$

Величину ρ называют удельным электрическим сопротивлением материала проводника. Единицей измерения служит 1 Ом·м.

Сумму внешнего и внутреннего сопротивления называют полным сопротивлением цепи. Закон Ома для замкнутой цепи, в которую включен источник тока с ЭДС ε , записывается в виде

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} .$$

Произведения $U = IR$ и $U_{BH} = Ir$ называют, соответственно, внешним и внутренним падениями напряжения. Используя эти определения и закон Ома, получаем, что ЭДС равна сумме падений напряжения во внешней и внутренней части цепи $\varepsilon = U + U_{BH}$. Иначе $\varepsilon = U + Ir$, и если цепь

разомкнута, т.е. $I = 0$, то ЭДС равна внешнему падению напряжения. Таким образом, для того, чтобы измерить ЭДС, необходимо измерить падение напряжения на клеммах батареи при разомкнутой цепи.

3. Работа и мощность тока.

Понятия «работа» и «мощность» имеют универсальное значение и сохраняют свое содержание независимо от раздела физики, в котором к ним обращаются. Если есть сила, под действием которой происходит движение, то при этом всегда совершается работа. Физический смысл работы не зависит от того, является ли сила механической или электрической. Изменяется только название и способ вычисления величины (количества) совершаемой в каждом конкретном случае работы.

Из электростатики известно, что при перемещении заряда q из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2 совершается работа сил электрического поля равная, $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Используя определение тока, как величины заряда q , проходящего за единицу времени через сечение проводника, $I = \frac{q}{t}$, и закон Ома

$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}$ для отрезка проводника с сопротивлением R , к концам которого приложена разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$, получим, что при прохождении электрического тока совершается работа

$$A = ItIR = I^2 Rt .$$

Во всех физических процессах работа всегда является мерой превращения одной формы энергии в другую. Носители тока при своем направленном движении являются одновременно и носителями электрической энергии. При столкновении с молекулами (ионами) вещества они передают им часть своей энергии, которая переходит в другую форму — теплоту, количество которой численно равно работе тока

$$Q = A = I^2 Rt$$

Это количественное выражение теплового действия тока носит название закона Джоуля—Ленца и определяет полное количество теплоты, выделяемое во всем пространстве проводника. В этом смысле к его названию добавляют уточнение «интегральный», чтобы отличать его от так называемой дифференциальной формы этого закона, устанавливающей количество теплоты, выделяющейся в единице объема вещества.

Работу, совершаемую током за единицу времени, называют мощностью. Для всякого проводника с сопротивлением R выделяемая в нем мощность равна

$$P = \frac{A}{t} = I^2 R .$$

Обычно такой проводник с сопротивлением R называют «нагрузкой». Ею может быть вольфрамовая нить накаливания электрической лампочки, спираль электронагревательного прибора. Поэтому в дальнейшем эту мощность P будем для определенности называть не просто мощностью, а полезной мощностью.

Независимо от нашего желания тот же самый ток I , который проходит через нагрузку R , проходит также и через внутреннее сопротивление r источника тока, на что каждую секунду расходуется энергия $P_n = I^2 r$. Этот расход является нежелательным, но... неизбежным (ведь для того, чтобы шел ток, цепь необходимо замкнуть!). Поэтому мощность P_n называется мощностью электрических потерь.

Таким образом, полная мощность, выделяемая источником тока, представляет собой сумму полезной мощности и мощности потерь

$$P_0 = I^2 R + I^2 r = I(IR + Ir) = \varepsilon I$$

В дальнейшем, естественно, будем интересоваться именно полезной мощностью. Поэтому, прежде, чем выяснять, от чего и как она зависит, выразим ее в явном виде

$$P = P_0 - P_n = \varepsilon I - I^2 r$$

4. Исследование неразветвленной цепи постоянного тока. Коэффициент полезного действия.

Исследование простейшей цепи постоянного тока удобно начать именно с установления зависимости полезной мощности от силы тока. Отметим, что функция $P = f(I)$ является квадратичной и представляет собой сумму двух функций: положительной $P_0 = \varepsilon I$ и отрицательной $P_n = -I^2 r$. Для наглядности удобно обе эти функции изобразить графически. Первая из них является линейной, и график ее — прямая линия, вторая квадратичная. Ее графиком является «перевернутая» парабола. Обе линии начинаются в начале координат $P - I$, и обе по абсолютной величине возрастают с увеличением тока. Вначале первая обгоняет вторую, и суммарное значение полезной мощности растет. Поскольку квадратичная функция растет быстрее линейной, то при определенном зна-

чении тока их абсолютные значения становятся равными. При этом суммарная мощность, так же как и при нулевом токе, обращается в нуль.

Результирующая кривая (сплошная линия на рис. 2), являющаяся суммой ординат двух пунктирных, представляет собой параболу. Максимальная мощность достигается при значении тока I_m , соответствующем вершине параболы. Из рис. 2 видно, что если пересечь параболу горизонтальной линией, то она даст две симметричные точки пересечения, соответствующие паре различных значений токов I_1 и I_2 , при которых полезная мощность оказывается одинаковой. Как убедимся немного позднее, разными для этих токов будут коэффициенты полезного действия (КПД), определяемые как отношение полезной мощности, выделяемой на нагрузке, к мощности, расходуемой источником тока

$$\eta = \frac{P}{P_0} .$$

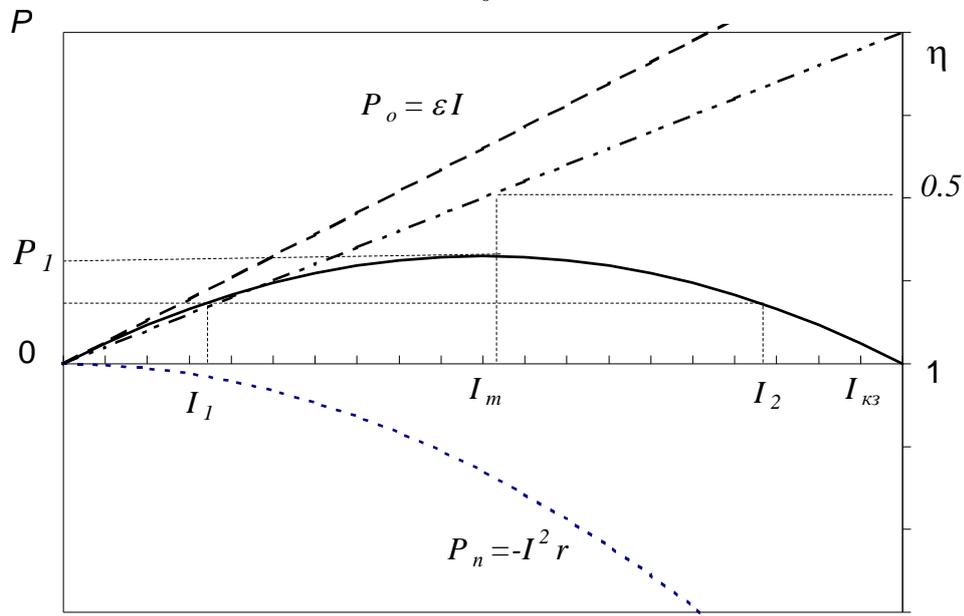


Рис. 2

Для нахождения положения максимума полезной мощности продифференцируем функцию $P = f(I)$ и приравняем производную нулю.

Получим $\frac{dP}{dI} = \varepsilon - 2Ir$. Из $\varepsilon - 2Ir = 0$ следует, что значение тока, при

котором полезная мощность максимальна, равно $I_m = \frac{\varepsilon}{2r}$. Вместе с тем

из закона Ома можно получить выражение для тока короткого замыка-

ния $I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r}$ (когда сопротивление нагрузки $R=0$).

Таким образом, оказывается, что $I_m = \frac{I_{кз}}{2}$, то есть максимум полезной мощности достигается при токе, равном половине тока короткого замыкания. Максимальное значение полезной мощности достигается в том случае, когда сопротивление нагрузки равно сопротивлению источника тока. Действительно, приравняв $\frac{\varepsilon}{2r} = \frac{\varepsilon}{R+r}$, получаем, что $R = r$.

Выясним, от чего зависит КПД простой электрической цепи. По определению

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{IU}{I\varepsilon} = \frac{IR}{I(R+r)} = \frac{R}{R+r}.$$

Для анализа полученное выражение представим в виде $\eta = \frac{1}{1+r/R}$, из

которого видно, что фактором, определяющим поведение КПД, является отношение r/R .

Рассмотрим три случая:

1. При так называемом режиме «холостого хода», когда $R \rightarrow \infty$, а $I \rightarrow 0$, то $\eta \rightarrow 1$. Несмотря на то, что этот случай весьма неинтересный, так как соответствует разрыву цепи, из него все же следует практический вывод — при малых токах (например I_1 на рис. 2) КПД выше, чем при больших токах (например I_2).

2. При токе короткого замыкания, когда $R \rightarrow 0$, а ток стремится к максимальному значению, КПД имеет минимальное значение и стремится к нулю.

3. При максимальной полезной мощности в силу ранее отмеченного условия $R = r$ и $\eta = \frac{1}{1+r/R} = \frac{1}{1+1} = 0,5$.

Изображение на одном рисунке одновременно двух графиков $P = f(I)$ и $\eta = g(I)$ делает наглядным весьма важное для практики заключение — максимум полезной мощности не совпадает с максимальным значением КПД, который, как уже отмечалось, достигается при малых токах. Этот вывод подсказывает следующую практическую рекомендацию. Всегда следует стремиться к уменьшению внутреннего сопротивления источника тока, так, чтобы при рабочих силах тока иметь достаточный с экономической точки зрения КПД и достаточно высокую полезную мощность.

5. Плотность тока. Закон Ома в дифференциальной форме.

Электрическая цепь, рис. 1, остается простой и неразветвленной и тогда, когда нагрузка представляет собой не один, а несколько последовательно соединенных проводов различных длин и сечений. Падение напряжения U_i на i -том проводнике будет определяться его сопротивлением $R_i = \rho_i \frac{l_i}{S_i}$. Полное сопротивление нагрузки $R = \sum_{i=1} R_i$. Полное па-

дение напряжения $U = \sum_{i=1} U_i$. Поскольку проводники соединены последовательно, то сила тока, определяемая по закону Ома, будет во всех проводниках одинакова. Однако различными будут так называемые плотности тока.

Плотностью тока называют векторную величину \vec{j} , имеющую направление тока и численно равную силе тока, проходящего через единицу площади поперечного сечения проводника. По определению $j = \frac{I}{S}$. Единица измерения в СИ — ампер на метр квадратный (А/м²).

Однако на практике пользуются единицами, которые, в миллион раз меньше, а именно А/мм². Именно в этих единицах и измеряется плотность тока в реальных задачах. Например, во избежание перегрева для открытых проводов плотность тока не должна превышать 10 А/мм², а для обмоток 3 А/мм².

Законом Ома в дифференциальной форме называют линейную зависимость плотности тока от напряженности электрического поля. Математическую форму его можно получить, исходя из привычной интегральной формы этого закона для участка цепи $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}$. Если на концах цилиндрического проводника длиной l существует разность потенциалов, то $R = \rho \frac{l}{S}$, а $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l}$, тогда

$$j = \frac{I}{S} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{RS} = \frac{El}{\rho \frac{l}{S}} = \frac{1}{\rho} E .$$

Величину, обратную удельному сопротивлению, $\sigma = \frac{1}{\rho}$, называют удельной проводимостью или электропроводностью. Окончательно закон Ома в дифференциальной форме принимает вид

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} .$$

Принципиальное отличие дифференциальной формы от интегральной состоит в том, что она позволяет вычислить плотность тока локально, то есть конкретно в определенном месте проводника в зависимости от напряженности поля именно в этом месте, а не от разности потенциалов или напряжения на концах проводника. Поэтому полученное выражение может применяться не только для однородных линейных проводников в виде проводов, но также и для таких неоднородных объектов, какими являются, например, грунт или бетонный раствор.

6. Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме. Удельная мощность (плотность тепловой мощности)

Для определения количества теплоты, выделяемой в единице объема проводника в единицу времени, применяют величину ω_T , называемую удельной мощностью или плотностью (т.к. в единице объема) тепловой мощности (поскольку за единицу времени).

Таким образом, по определению $\omega_T = \frac{Q}{Vt}$, где V - объем проводника.

Используя выражение для закона Джоуля-Ленца в интегральной форме и учитывая, что $V = lS$, $I = jS$, а $R = \rho \frac{l}{S}$, получим, что

$$\omega_T = \frac{I^2 R t}{V t} = \frac{j^2 S^2 \rho \frac{l}{S}}{l S} = \rho j^2 .$$

С учетом того, что $\rho = \frac{1}{\sigma}$, а $j = \sigma E$ окончательно получаем математическую форму закона Джоуля-Ленца в дифференциальной форме

$$\omega_T = \sigma E^2 .$$

Таким образом, количество теплоты, выделяющейся в единице объема проводника за единицу времени, пропорционально квадрату напряженности поля в этой точке проводника, причем это справедливо не только для однородного линейного проводника, но и для сложного неоднородного проводящего объекта. То есть «дифференциальность» полученного закона и вместе с тем большое практическое значение состоит в том, что с его помощью всегда можно вычислить, например, какое количество теплоты выделяется локально в данном месте грунта или бетонного раствора при его электропрогреве.

7. Основы классической электронной теории проводимости металлов

Определив основные законы электрического тока — закон Ома и закон Джоуля-Ленца и установив, что причиной возникновения и существования тока является электрическое поле внутри проводника, необходимо понять механизм этого явления. Далее будем рассматривать электрический ток только в металлах.

Классическая электронная теория проводимости металлов (КЭТПМ) заложена трудами П. Друде и Г. Лоренца. Атомы металлов характеризуются тем, что их внешние — валентные электроны находятся на относительно больших расстояниях от ядра и связаны с ним значительно слабее, чем другие электроны. Вследствие сильного взаимодействия между атомами металла, образующими кристаллическую решетку, валентные электроны легко переходят от одного атома к другому, перемещаясь таким образом через всю кристаллическую решетку. Совокупность таких свободных электронов образует своеобразный электронный газ.

В соответствии с представлениями, заложенными в КЭТПМ, к электронному газу можно применить основные закономерности, присущие идеальному газу, подчиняющемуся законам статистики Максвелла-Больцмана. Таким образом, электроны хаотично движутся, заполняя все пространство кристаллической решетки, в узлах которой находятся (совершают колебательные движения) положительные ионы металла. Если каждый атом одновалентного металла отдает по одному, а двухвалентного — по два электрона, то концентрация свободных электронов n по порядку величины оказывается равной $\sim 10^{28}$ электрона в метре кубическом. Взаимодействие электронов при таких больших концентрациях весьма велико. Однако влияние на отдельный электрон со стороны всех остальных электронов и ионов в среднем равно нулю. И в первом приближении можно рассматривать электрон свободным, взаимодействующим с другими электронами и ионами лишь в результате последовательных соударений, что и дает основания применять законы идеального газа.

В результате взаимодействия электронного газа с ионами кристаллической решетки в обеих системах частиц устанавливается одна и та же температура T . Используя кинетическую теорию газов, определим среднюю кинетическую энергию хаотичного теплового движения электронов:

$$\left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle = \frac{3}{2} kT ,$$

где m - масса электрона, k - постоянная Больцмана. Для средней квадратичной скорости электронов $\langle u \rangle$ тогда можно записать

$$\langle u \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m}} .$$

Под действием однородного внешнего электрического поля напряженностью $E = const$ в проводнике в дополнение к хаотичному возникает упорядоченное движение электронов, направленное против поля. Действительно, на заряд e , помещенный в электрическое поле E , действует сила $F = eE$. Следовательно, заряд, по второму закону Ньютона, приобретает постоянное ускорение $a = F/m$, а скорость его упорядоченного движения v линейно возрастает со временем.

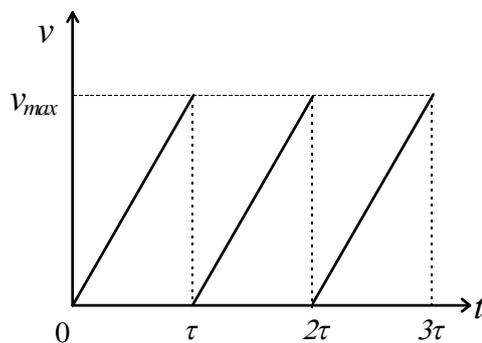


Рис. 3

Скорость электрона возрастает до тех пор, пока он не столкнется с ионом. При столкновении с ионом электрон, масса которого почти в сто тысяч раз меньше массы иона, почти полностью передаст ему свою кинетическую энергию и мгновенно затормозится. Скорость v упадет до нуля. Затем процесс разгона электрона

повторится до следующего столкновения с ионом. Интервалы времени между двумя последовательными столкновениями будет каждый раз разными. Если за τ принять среднее время свободного пробега электрона, то для упрощения расчетов можно положить, что отрезки времени, протекающие между двумя столкновениями одинаковы и равны τ . Тогда процесс направленного движения электрона выглядит, как это изображено на рис. 3.

За каждый период свободного пробега скорость v нарастает от нуля до своего максимального значения $v_{\max} = a\tau = \frac{e\tau}{m} E$, а затем сразу падает до нуля. Среднюю скорость направленного движения электрона можно записать следующим образом

$$\langle v \rangle = \frac{v_{\max} + 0}{2} = \frac{e\tau}{2m} E .$$

Упорядоченное движение электронов в одном направлении, а следовательно, перенос заряда dq через поперечное сечение проводника, как известно, и является электрическим током.

Зная среднюю скорость $\langle v \rangle$ и концентрацию свободных электронов n , можно вычислить плотность тока в проводнике. Действительно, через

поперечное сечение S за время dt пройдут только те электроны, расстояние от которых до сечения не превышает $\langle v \rangle dt$. Тогда перенесенный через сечение заряд $dq = enS\langle v \rangle dt$. Поскольку сила тока есть $I = \frac{dq}{dt}$, а плотность тока $j = \frac{I}{S}$, то окончательно имеем

$$j = en\langle v \rangle.$$

Таким образом, на хаотичное тепловое движение электронов в кристаллической решетке металла в присутствии электрического поля накладывается их направленное движение. Результатом сложения двух движений — беспорядочного и упорядоченного — становится перенос электронов в одном направлении, рис. 4.

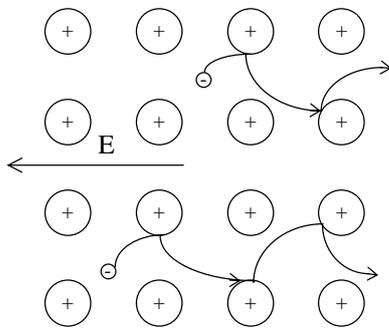


Рис. 4

$n=8 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$, и поскольку заряд электрона $e=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, то скорость упорядоченного движения электронов не превышает $\langle v \rangle \sim 1 \text{ см/сек}$. Следовательно, даже при достаточно значительных токах $\langle v \rangle \ll \langle u \rangle$. Незначительная величина средней скорости упорядоченного движения электронов объясняется частыми столкновениями электронов с ионами кристаллической решетки.

Почему же при такой маленькой скорости упорядоченного движения электронов замыкание электрической цепи приводит к почти мгновенному возникновению тока? Замыкание электрической цепи влечет за собой распространение электрического поля в проводниках. Скорость распространения поля равна скорости света $c=300000 \text{ км/с}$. Поэтому направленное движение электронов возникает по всей длине проводника практически одновременно.

Среднее время свободного пробега электрона τ можно определить через среднюю длину свободного пробега λ и его среднюю скорость, которая близка к средней квадратичной тепловой скорости, $\tau = \lambda / \langle u \rangle$.

Тогда, подставляя в $j = en\langle v \rangle$ выражение для средней скорости упорядоченного движения, получаем, что плотность тока пропорциональна напряженности поля

$$j = \frac{ne^2 \lambda}{2m\langle u \rangle} E .$$

Полученное выражение фактически является законом Ома в дифференциальной форме, а коэффициент $\sigma = \frac{ne^2 \lambda}{2m\langle u \rangle}$ — коэффициентом электропроводности, выраженным через микроскопические параметры носителей тока.

Таким образом, даже на основе таких простых выкладок можно понять, что величина электропроводности металлов определяется концентрацией свободных электронов и строением кристаллической решетки, определяющим величину свободного пробега.

Электрическое поле совершает работу, ускоряя свободные электроны. Накопленная ими энергия передается при столкновении ионам решетки, увеличивая их тепловое движение, т.е. нагревая металл. Средняя энергия, передаваемая при столкновении электрона с ионом, равна его кинетической энергии

$$\langle \varepsilon_k \rangle = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{e^2 \tau^2}{2m} E .$$

За время τ в единице объема проводника с концентрацией свободных электронов n ионам будет передана кинетическая энергия $n\langle \varepsilon_k \rangle$. Тогда в единице объема за единицу времени выделится энергия

$$\omega_T = \frac{n\langle \varepsilon_k \rangle}{\tau} = \frac{ne^2 \tau}{2m} E^2 .$$

Полученная квадратичная зависимость удельной мощности от напряженности электрического поля есть не что иное, как закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме, а коэффициент пропорциональности — удельная электропроводность.

8. Зависимость сопротивления металлов от температуры

До сих пор мы считали, что свойства проводников постоянны, и они не изменяются под действием окружающей среды. Однако это не так. Опыт показывает, что удельное электрическое сопротивление металлов в широком диапазоне температур линейно возрастает с температурой по закону

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t) ,$$

где ρ_0 - удельное сопротивление при 0°C , α - температурный коэффициент сопротивления, t - температура по шкале Цельсия . Для чистых металлов $\alpha \approx 0.004 \text{ град}^{-1}$.

Температурная зависимость сопротивления металлических проводников широко используется для создания термометров сопротивления. Измеряя сопротивление проводника, сопротивление которого при 0°C известно, можно определить температуру окружающей среды.

Как же согласуется экспериментальная зависимость сопротивления металлов от температуры с электронной теорией проводимости? Ранее было показано, что удельная электрическая проводимость связана с микроскопическими параметрами носителей тока следующим образом

$$\sigma = \frac{ne^2\lambda}{2m\langle u \rangle} .$$

Средняя длина свободного пробега электронов определяется

расположением ионов в кристаллической решетке и практически не зависит от температуры. Таким образом, температурная зависимость удельного электрического сопротивления, а $\rho = 1/\sigma$, по классической электронной теории определяется температурной зависимостью среднеквадратичной скорости хаотичного движения электронов. Однако

$$\langle u \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m}} ,$$

следовательно, и удельное электрическое сопротивление

прямо пропорционально корню квадратному из температуры $\rho \sim \sqrt{T}$.

Таким образом, классическая электронная теория электропроводности металлов не в состоянии объяснить определенную экспериментальным путем температурную зависимость удельного электрического сопротивления.

Это противоречие, а оно не единственно в классической теории, обязано фундаментальным свойствам микромира, к которому принадлежит электрон. Представление об электроны как о материальной точке, подчиняющейся законам классической физики, не учитывает его квантовых, волновых свойств. Современная электронная теория металлов разработана на основе законов квантовой механика Я. Френкелем и А. Зоммерфельдом.

Скорость свободных электронов в металлах согласно этой теории практически не зависит от температуры. А вот длина свободного пробега электронов зависит, и зависит существенно. С повышением температуры ионы кристаллической решетки увеличивают свои тепловые колебания. В результате электроны больше рассеиваются на ионах, и средняя длина свободного пробега падает. Расчеты показали, что $\lambda \sim 1/T$, а, следовательно, $\rho \sim T$.

У некоторых металлов при температурах близких к абсолютному нулю сопротивление скачкообразно уменьшается до нуля. Это явление называется сверхпроводимостью, а температура, при которой происходит переход металла в сверхпроводящее состояние, — критической. У чистых металлов $T_K \sim 3-8$ К. Используя различные сплавы, удалось повысить критическую температуру до величины $T_K = 28$ К.

В технологическом плане достижение таких температур достаточно дорогостоящий и сложный процесс. Напомним, что температура кипения жидкого водорода составляет 20 К. Это обстоятельство сдерживает широкое техническое применение сверхпроводимости.

В 1987г. у ряда сложных соединений была открыта так называемая высокотемпературная сверхпроводимость, поддержание которой возможно с помощью жидкого азота. Температура кипения жидкого азота 78 К, и его получение существенно более простая задача.