

# ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Заикин А.Д., ПиТФ, НГТУ

## ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ ПОЛЯ В ИНЕРЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ ОТСЧЕТА

Специальная теория относительности постулирует инвариантность (неизменность) физических законов в инерциальных системах. Преобразования Лоренца пространственно-временных координат позволяют переходить от одной инерциальной системы к другой. Рассмотрим с этих позиций взаимодействие электрических зарядов в различных инерциальных системах.

### *Инвариантность электрического заряда*

Эксперименты показывают, что атомы, состоящие из положительно заряженных ядер и отрицательно заряженных электронов, в целом электрически нейтральны. Если вещество нагреть или любым другим способом передать ему дополнительную энергию, то электроны перейдут в возбужденное состояние с большей энергией, а, следовательно, и скоростью.

Предположим, что величина заряда зависит от скорости его движения. Тогда электронейтральность атома нарушится. Макроскопическое тело, число атомов которого по порядку величины сопоставимо с числом Авагадро, даже в случае незначительного нарушения электронейтральности атома получило бы значительный заряд, обнаружить который в опыте не составляло бы труда. Эксперименты же убедительно свидетельствуют в пользу того, что электрический заряд не зависит от того, движется он или покойится.

Наблюдатели, находящиеся в различных инерциальных системах, измеряя электрический заряд, получают одно и то же его значение. Также инвариантна масса покоя. Инвариантность электрического заряда является его фундаментальным свойством.

### *Преобразование полей на основе принципа относительности Галилея*

Пусть имеются две инерциальные системы отсчета. Система  $K'$  движется относительно оси  $x$  системы  $K$  со скоростью  $V \ll c$ . В классической механике, базирующейся на принципе относительности Галилея, скорости при переходе из одной инерциальной системы в другую преобразуются в соответствии с выражением  $v = v' + V$ .

Пусть в системе  $K$  существует электрическое и магнитное поле, вектор напряженности и вектор индукции которых обозначим, как  $\bar{E}$  и  $\bar{B}$ . При переходе к движущейся системе эти поля преобразуются вполне определенным образом. Найдем это преобразование.

В неподвижной системе координат на заряд  $q$  действует сила

$$\bar{F} = q(\bar{E} + [\bar{v} \times \bar{B}]).$$

В движущейся системе координат  $K'$  наблюдатель регистрирует поля  $\bar{E}'$  и  $\bar{B}'$ . В силу инвариантности заряда  $q = q'$ . Тогда на заряд действует сила

$$\bar{F}' = q(\bar{E}' + [\bar{v}' \times \bar{B}']).$$

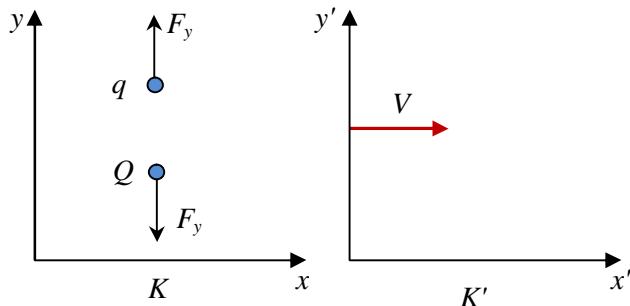
Для простоты положим, что в системе  $K$  заряд неподвижен,  $v = 0$ . Тогда в движущейся системе координат скорость заряда равна  $v' = -V$ . В классической механике сила инвариантна. Приравняв  $\bar{F} = \bar{F}'$ , получаем правило пересчета для электрического поля

$$\bar{E} = \bar{E}' - [V \times \bar{B}'].$$

Полученное преобразование в силу ограничений, принятых при его выводе, имеет частный характер. Прежде всего, это классический (нерелятивистский) закон. Вместе с тем, даже такой подход наглядно демонстрирует, что деление поля на электрическое и магнитное носит условный характер.

### **Взаимодействие точечных зарядов в различных инерциальных системах**

В инерциальной системе координат  $K$  покоятся два электрических заряда  $q$  и  $Q$ . Как показано на рисунке, абсциссы зарядов совпадают.



На заряд  $q$ , находящийся на расстоянии  $r$  от заряда  $Q$ , со стороны электрического поля, созданного зарядом  $Q$ , действует сила

$$F_y = qE_y, \quad E_y = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Система  $K'$  движется относительно оси  $x$  системы  $K$  со скоростью  $V$ . В этой системе отсчета заряды движутся. Специальная теория относительности использует для преобразования пространственно - временных координат преобразования Лоренца. Если  $\beta = V/c$ , то в системе  $K'$

$$v'_y = v_y \sqrt{1 - \beta^2}, \quad \Delta t' = \Delta t / \sqrt{1 - \beta^2}, \quad m' = m_0 / \sqrt{1 - \beta^2},$$

где  $m_0$  - масса покоя.

Поскольку поперечный импульс не изменяется при переходе из одной системы отсчета в другую,

$$p'_y = m'v'_y = p_y ,$$

то поперечная сила не инвариантна. Она уменьшается в соответствии с выражением

$$F'_y = \frac{\Delta p'}{\Delta t'} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \sqrt{1 - \beta^2} = F_y \sqrt{1 - \beta^2} .$$

Перепишем выражение для поперечной силы в виде

$$F'_y = qE_y \sqrt{1 - \beta^2} = q \left( \frac{E_y}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{\beta^2 E_y}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) .$$

Уменьшение поперечной силы в движущейся системе отсчета можно трактовать как появление в ней дополнительного, отличного от электрического, поля. Индукция магнитного поля, возникшего вследствие релятивистских эффектов, определяется выражениями

$$F'_y = qE'_y - qVB'_y , \quad E'_y = \frac{E_y}{\sqrt{1 - \beta^2}} , \quad B'_y = \frac{VE_y}{c^2 \sqrt{1 - \beta^2}} .$$

Рассмотрим, как преобразуются полученные релятивистские выражения при переходе к малым скоростям,  $\beta \ll 1$ . Подставляя  $E_y$  и совершая предельный переход, получаем

$$B'_y = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{V}{c^2 \sqrt{1 - \beta^2}} \approx \frac{\mu_0 Q V}{4\pi r^2} \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0 c^2} .$$

Если положить, что  $c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}}$ , а численно это так с высокой степенью точности, то полученное выражение  $B'_y$  есть не что иное, как индукция заряда  $Q$ , движущегося со скоростью  $V$ .

Магнитное поле, в рамках приведенного анализа, является следствием релятивистского преобразования поперечной силы в движущейся системе координат. По-видимому, магнетизм является первым релятивистским эффектом, обнаруженным наукой.

### **Преобразование Лоренца для полей**

Пусть в неподвижной системе отсчета  $K$  отлична от нуля проекция вектора напряженности электрического поля  $E_y$ . Компоненты  $E_x = E_z = 0$ . Магнитное поле отсутствует  $\bar{B} = 0$ . Проведя анализ, аналогичный изложенному выше, можно показать, что в движущейся системе отсчета  $K'$  будет наблюдаться электрическое и магнитное поле, компоненты которого определяются выражениями

$$E'_y = \frac{E_y}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad B'_y = -\frac{VE_y}{c^2\sqrt{1-\beta^2}}, \quad E'_x = E'_z = B'_x = B'_z = 0.$$

Если же в системе отсчета  $K$  отличны от нуля вектора  $(E_x, E_y, E_z)$  и  $(B_x, B_y, B_z)$ , то в системе отсчета  $K'$  имеем

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x, & E'_y &= \frac{E_y - VB_z}{\sqrt{1-\beta^2}}, & E'_z &= \frac{E_z + VB_y}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\ B'_x &= B_x, & B'_y &= \frac{B_y + \frac{V}{c^2} E_z}{\sqrt{1-\beta^2}}, & B'_z &= \frac{B_z - \frac{V}{c^2} E_y}{\sqrt{1-\beta^2}}. \end{aligned}$$

Можно показать, что преобразования оставляют некоторые скалярные величины одинаковыми во всех инерциальных системах. Так инвариантными оказываются величины

$$(\bar{E}, \bar{B}) = \text{inv}, \quad E^2 - B^2 = \text{inv}.$$

Приведенные выражения есть полный вид преобразований Лоренца для электрического и магнитного поля. Данные преобразования показывают, что деление на электрическое и магнитное поле носит относительный характер. Наряду с историческими причинами такого деления оно основано на простоте представления и расчетов во многих практических случаях. Как физическая реальность существует единое поле - электромагнитное.

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА МАКСВЕЛЛА

Обобщая известные к тому времени экспериментальные результаты, Максвелл построил систему уравнений, описывающих изменяющиеся электрические и магнитные поля. Значимость проделанной работы для физики можно сравнить со значимостью законов механики Ньютона. Уравнения Максвелла позволили в едином формате описать множество открытых явлений. Более того, все предсказания классической теории Максвелла были позднее подтверждены опытом.

Рассматривая модели Максвелла и логику построения уравнений, следует понимать, что это не более чем вспомогательные конструкции, своего рода строительные леса. Конечным результатом является система уравнений, к которой следует относиться как к некому постулату, правильность которого подтверждена многочисленными экспериментами.

### **Уравнения Максвелла в интегральной форме**

Фарадей экспериментально обнаружил, что при любом изменении магнитного потока, сцепленного с проводящим контуром, в контуре возникает индукционный ток. Максвелл предположил, что проводящий контур служит лишь индикатором возникновения электродвижущей силы (электрического поля).

По закону Фарадея электродвижущая сила, возникающая в контуре  $L$ , равна скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность  $S$ , натянутую на контур,  $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$ . С другой стороны, электродвижущая сила есть циркуляция сторонних сил по этому контуру,  $\varepsilon_i = \oint_L (\bar{E}, d\bar{l})$ , а магнитный поток сквозь поверхность  $\Phi = \int_S (\bar{B}, d\bar{S})$ . Объединяя и меняя в правой части порядок интегрирования и дифференцирования получаем первое уравнение Максвелла

$$\oint_L (\bar{E}, d\bar{l}) = - \int_S \left( \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}, d\bar{S} \right).$$

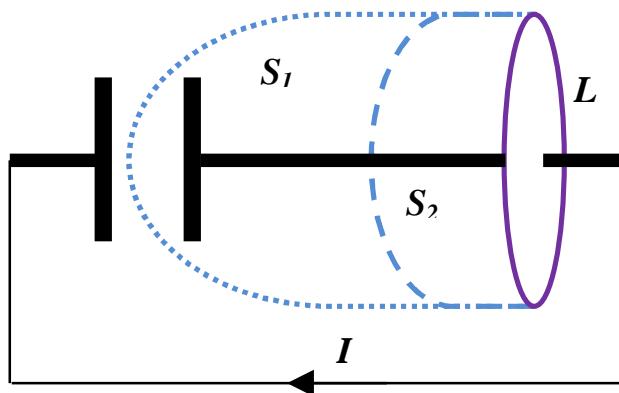
Изменяющееся магнитное поле порождает электрическое поле. При этом порожденное электрическое поле является вихревым в противоположность потенциальному электростатическому полю.

Рассмотрим процесс разрядки конденсатора. Оказывается, что закон полного тока в известном из магнитостатики виде,

$$\oint_L (\bar{H}, d\bar{l}) = \int_S (\bar{j}, d\bar{S}),$$

неприменим для описания данного процесса.

Построим замкнутый контур  $L$  и поверхность, ограниченную контуром. В случае, если поверхность обхватывает одну из обкладок конденсатора, обозначим ее как  $S_1$ , в противном случае как  $S_2$ . Для поверхности  $S_1$  алгебраическая сумма токов, пронизывающих ее, равна нулю, а для поверхности  $S_2$  – току проводимости  $I$ . Тогда закон полного тока записывается по-разному для этих поверхностей. Однако циркуляция напряженности магнитного поля не может зависеть от способа выбора натянутой на контур поверхности. Физическая величина должна определяться однозначно.



Максвелл ввел понятие тока смещения, протекающего между обкладками конденсатора и замыкающей его электрическую цепь. В отличие от тока проводимости ток смещения не сопровождается выделением джоулева тепла, однако он порождает магнитное поле. Тогда полный ток есть сумма тока проводимости и тока смещения, и закон полного тока принимает вид, устраняющий описанные выше противоречия

$$\oint_L (\bar{H}, d\bar{l}) = \int_S ((\bar{j} + \bar{j}_{cm}), d\bar{S}) .$$

Получим выражение для плотности тока смещения. Если  $Q$  заряд пластины конденсатора, а  $\sigma$  - поверхностная плотность заряда, то ток смещения можно записать как

$$I_{cm} = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} \int_S \sigma dS = \int_S \frac{\partial \sigma}{\partial t} dS .$$

Если выразить поверхностную плотность зарядов через вектор электрического смещения и учесть, что  $I_{cm} = \int_S j_{cm} dS$ , то для плотности тока смещения получаем выражение  $j_{cm} = \frac{\partial D}{\partial t}$ .

Подставляя в закон полного тока, получаем второе уравнение Максвелла

$$\oint_L (\bar{H}, d\bar{l}) = \int_S \left( \left( \bar{j} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \right), d\bar{S} \right) .$$

Гипотеза Максвелла о токе смещения эквивалентна утверждению о том, что изменяющееся электрическое поле порождает магнитное поле.

Известная из электростатики теорема Гаусса, записанная для электрических зарядов, распределенных в пространстве с плотностью  $\rho$ , представляет собой третье уравнение Максвелла

$$\oint_S (\bar{D}, d\bar{S}) = \int_V \rho dV .$$

Физическая суть его заключается в утверждении того, что электрические заряды являются источниками электрического поля.

Теорема Гаусса для магнитного поля, отражающая отсутствие магнитных зарядов, называется четвертым уравнением Максвелла

$$\oint_S (\bar{B}, d\bar{S}) = 0 .$$

Четыре приведенных уравнения (их называют полевыми) содержат пять векторных  $\bar{E}, \bar{D}, \bar{H}, \bar{B}, \bar{j}$  и одну скалярную переменную  $\rho$ , всего 16 неизвестных. Очевидно, что такая система уравнений неразрешима. Вместе с тем, уравнения Максвелла не содержат информации о том, в какой среде находятся заряды и токи проводимости.

Дополним полевые уравнения материальными. Если отсутствуют сегнетоэлектрики и ферромагнетики, а сама среда изотропна и однородна, то материальные уравнения имеют вид

$$\bar{D} = \epsilon \epsilon_0 \bar{E}, \quad \bar{B} = \mu \mu_0 \bar{H}, \quad \bar{j} = \gamma \bar{E},$$

где  $\epsilon$  - диэлектрическая проницаемость,  $\mu$  - магнитная проницаемость среды, а  $\gamma$  - электропроводность среды.

## Элементы векторного анализа

В дальнейшем нам потребуются некоторые сведения из векторного анализа. В декартовом пространстве векторный дифференциальный оператор набла определяется как

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial}{\partial z} \bar{k},$$

где  $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$  – единичные векторы по осям координат.

Если умножить вектор набла на скалярную функцию  $A(x, y, z)$ , то получим векторную функцию, которая называется градиентом

$$\nabla A = \frac{\partial A}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial A}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial A}{\partial z} \bar{k}.$$

Скалярное умножение набла и векторной функции  $\bar{A}(x, y, z)$  называется дивергенцией

$$(\nabla, \bar{A}) = \operatorname{div} \bar{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}.$$

Векторное произведение набла и векторной функции  $\bar{A}(x, y, z)$  называется ротором

$$[\nabla \times \bar{A}] = \operatorname{rot} \bar{A} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}.$$

Оператор второго порядка можно получить с помощью скалярного произведения оператора набла на самого себя. Он называется оператором Лапласа

$$(\nabla, \nabla) A = \Delta A = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2}.$$

Непосредственной подстановкой можно убедиться, что для дважды дифференцируемого векторного поля справедливо соотношение

$$\operatorname{rot} (\operatorname{rot} \bar{A}) = \nabla \operatorname{div} \bar{A} - \Delta \bar{A}.$$

Теорема Стокса утверждает, что циркуляция векторного поля по замкнутому контуру  $L$ , являющемуся границей некоторой поверхности  $S$ , равна потоку ротора через эту поверхность

$$\oint_L (\bar{A}, d\bar{l}) = \int_S (\operatorname{rot} \bar{A}, d\bar{S}).$$

Поток вектора через замкнутую поверхность  $S$  равен интегралу от дивергенции по объему  $V$ , ограниченному этой поверхностью

$$\oint_S (\bar{A}, d\bar{S}) = \int_V \operatorname{div} \bar{A} dV .$$

Это утверждение называется теоремой Остроградского-Гаусса.

### **Уравнения Максвелла в дифференциальной форме**

Применяя теорему Стокса к первому уравнению Максвелла, сведем его к поверхностному интегралу вида

$$\int_S \left( \left( \operatorname{rot} \bar{E} + \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \right), d\bar{S} \right) = 0 .$$

Отсюда следует первое уравнение Максвелла в дифференциальной форме

$$\operatorname{rot} \bar{E} = - \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} .$$

Аналогичным образом получаем второе уравнение Максвелла в дифференциальной форме

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{j} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} .$$

Применяя теорему Остроградского, получаем третье и четвертое уравнение Максвелла в дифференциальной форме

$$\operatorname{div} \bar{D} = \rho , \quad \operatorname{div} \bar{B} = 0 .$$

Дифференциальные уравнения следует дополнить граничными условиями. В простейшем случае, когда на границе раздела двух сред отсутствуют заряды и токи проводимости, граничные условия для нормальных и тангенциальных составляющих векторов имеют вид

$$E_{1r} = E_{2r} , \quad D_{1n} = D_{2n} , \quad H_{1t} = H_{2t} , \quad B_{1n} = B_{2n} .$$

Если задано распределение зарядов и токов в пространстве, то система уравнений Максвелла позволяет рассчитать электрическое и магнитное поле в любой точке пространства.

### **Электромагнитные волны**

В отсутствии зарядов  $\rho = 0$  и токов проводимости  $\bar{j} = 0$  уравнения Максвелла приобретают простую форму

$$\operatorname{rot} \bar{E} = -\mu \mu_0 \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} , \quad \operatorname{rot} \bar{H} = \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} , \quad \operatorname{div} \bar{E} = 0 , \quad \operatorname{div} \bar{H} = 0 .$$

Оказалось, что эти уравнения имеют не только тривиальное решение  $\bar{E} = \bar{H} = 0$ , но и решение, соответствующее бегущей электромагнитной волне.

Применив оператор ротор к первому уравнению, подставим в правую часть выражение для  $\operatorname{rot}\bar{H}$  из второго уравнения

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\bar{E}) = -\mu\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot}\bar{H} = -\mu\mu_0\epsilon\epsilon_0 \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2}.$$

Поскольку  $\operatorname{div}\bar{E} = 0$ , то  $\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\bar{E}) = -\Delta\bar{E}$ . Тогда для напряженности электрического поля получаем дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} - v^2 \Delta \bar{E} = 0.$$

Здесь введены обозначения  $v = \frac{c}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ , а  $c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0\epsilon_0}}$ .

Проделав подобные выкладки и исключив вектор напряженности электрического поля, получаем аналогичное дифференциальное уравнение для напряженности магнитного поля

$$\frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} - v^2 \Delta \bar{H} = 0.$$

Уравнение подобного вида называется волновым. Решение волнового уравнения (функция, подстановка которой в уравнение сводит его к тождеству) описывает процесс распространения в пространстве возмущения. Коэффициент  $v$  в волновом уравнении играет роль фазовой скорости распространения возмущения.

Волновые уравнения для электрического и магнитного полей не являются независимыми, они выполняются совместно. Действительно, исходные уравнения Максвелла описывают взаимный процесс преобразования полей. Переменное электрическое поле порождает переменное магнитное поле, которое в свою очередь порождает переменное электрическое поле.

В вакууме  $\epsilon = \mu = 1$ , поэтому  $v = c$ . Учитывая, что электрическая постоянная  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \Phi/m$ , а магнитная  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн}/m$ , для скорости электромагнитных волн в вакууме получаем значение  $c \approx 2,9986 \cdot 10^8 \text{ м}/\text{с}$ . Численно это значение с высокой степенью точности совпадает со скоростью света в вакууме. Максвелл предположил, что свет является частным случаем электромагнитных волн. В дальнейшем, эта гипотеза нашла полное экспериментальное подтверждение.

В веществе, по сравнению с вакуумом, скорость электромагнитных волн уменьшается в  $n = \sqrt{\mu\epsilon}$  раз. В оптике отношение скоростей  $n = c/v$  называется абсолютным показателем преломления.

Рассмотрим бегущую плоскую электромагнитную волну. В плоской волне все величины зависят лишь от одной пространственной координаты, вдоль которой происходит распространение волны, например  $x$ . Пусть  $\bar{f}$  и  $\bar{g}$  - дважды дифференцируемые функции одной переменной. Тогда напряженности электрического и магнитного полей, представленные в виде

$$\bar{E} = \bar{f}(x - vt), \quad \bar{H} = \bar{g}(x - vt),$$

являются решениями соответствующих волновых уравнений. Это можно проверить непосредственной подстановкой.

Подставим эти выражения в уравнения Максвелла в отсутствии зарядов и токов проводимости

$$rot\bar{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial\bar{H}}{\partial t}, \quad rot\bar{H} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial\bar{E}}{\partial t}, \quad div\bar{E} = 0, \quad div\bar{H} = 0.$$

Записав дифференциальные операторы  $rot$  и  $div$  по компонентам декартовой системы координат, получаем

$$\begin{aligned} 0 &= -\mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t}, \quad 0 = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ -\frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad -\frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}, \quad \frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} \\ \frac{\partial E_x}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial H_x}{\partial x} = 0 \end{aligned}$$

Отсюда следует, что в плоской электромагнитной волне, распространяющейся вдоль оси  $x$ ,  $E_x$  и  $H_x$  не зависят от  $x$  и времени. Исключив из рассмотрения постоянные и однородные поля, запишем  $E_x = H_x = 0$ .

Оставшиеся уравнения распадаются на две независимые группы, различающиеся индексами

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}, \quad -\frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}, \\ -\frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad \frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}. \end{aligned}$$

Пусть первоначально создано переменное электрическое поле  $E_y$ . Это поле создаст переменное магнитное поле  $H_z$ . Все остальные пространственные компоненты полей в распространяющейся

волне останутся равными нулю. Вторая группа уравнений соответствует независимой электромагнитной волне с пространственными компонентами  $E_z$  и  $H_y$ .

Для понимания достаточно рассмотреть лишь плоскую электромагнитную волну с компонентами

$$E_x = E_z = H_x = H_y = 0 ,$$

$$E_y = f(x - vt) , \quad H_z = g(x - vt) .$$

Изменяющиеся компоненты электрического и магнитного поля поперечны относительно направления распространения волны. Такая волна называется поперечной. Подставляя компоненты в уравнения Максвелла, получаем, что  $f' = \mu\mu_0 v g'$ . Проинтегрировав это выражение и подставив фазовую скорость  $v = (\mu\mu_0 \epsilon\epsilon_0)^{-1/2}$ , имеем  $\sqrt{\epsilon\epsilon_0} f = \sqrt{\mu\mu_0} g$ . Таким образом, между компонентами напряженностей электрического и магнитного полей в электромагнитной волне выполняется соотношение

$$\sqrt{\epsilon\epsilon_0} E_z = \sqrt{\mu\mu_0} H_y .$$

Пусть функции  $f$  и  $g$  гармонические. Тогда и бегущая электромагнитная волна будет гармонической. Интерес к гармоническим волнам основан на теореме Фурье, в соответствии с которой любая волна может быть представлена как сумма гармонических волн. Любая гармоническая волна характеризуется частотой и длиной волны. Пример гармонической электромагнитной волны приведен на рисунке.

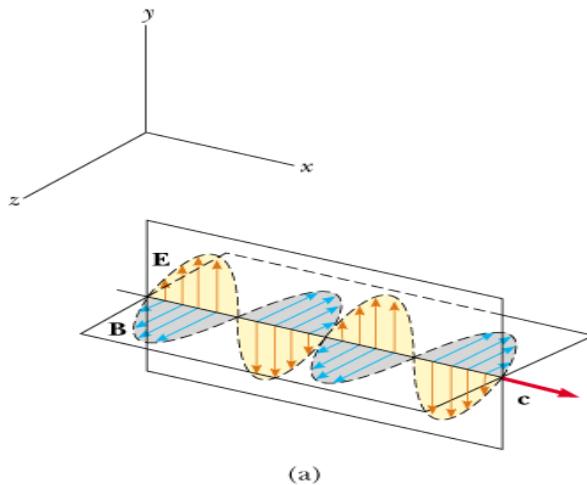


Рисунок отражает установленные характерные особенности электромагнитных волн. Колебания  $E$  и  $H$  осуществляются в фазе. Плоскости колебаний напряженностей электрического и магнитного полей ортогональны. Вектора  $E$  и  $H$  ортогональны направлению распространения волны. Электромагнитная волна поперечная. Вектор напряженности электрического поля, вектор напряженности магнитного поля и вектор скорости образуют правовинтовую систему.

Бегущая волна переносит энергию. Плотность потока энергии волны есть произведение объемной плотности энергии на скорость распространения волны  $S = wv$ . По своему

физическому смыслу это энергия, которая проходит в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.

Объемная плотность энергии электромагнитной волны есть сумма объемной плотности энергии электрической и магнитной составляющей

$$w = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} .$$

Из полученных выше соотношений между компонентами напряженностей электрического и магнитного полей следует, что в плоской бегущей электромагнитной волне электрическая и магнитная энергии равны в каждый момент времени. Тогда объемная плотность энергии

$$w = \sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0} EH = EH/v ,$$

а плотность потока энергии  $S = wv = EH$ .

Поток энергии можно представить в векторной форме. Для этого определим вектор плотности потока энергии электромагнитного поля через векторное произведение напряженностей электрического и магнитного полей

$$\vec{S} = w\vec{v} = [\vec{E} \times \vec{H}] .$$

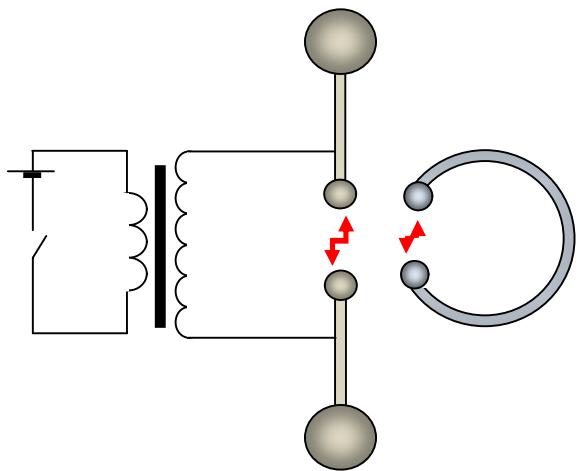
Построенный вектор называется вектором Умова - Пойнтинга. Его направление определяет направление переноса энергии и совпадает с направлением распространения волны.

### *Излучение электромагнитных волн. Вибратор Герца.*

Из уравнений Максвелла следует, что лишь движущийся с ускорением электрический заряд излучает электромагнитные волны и то, что энергия электромагнитных волн пропорциональна четвертой степени ее частоты.

Ускоренно движущиеся заряды существуют в колебательном контуре. Однако как излучатель электромагнитных волн контур крайне неэффективен, поскольку его поле сосредоточено между обкладками конденсатора и внутри катушки. Для решения этой проблемы Герц применил открытый колебательный контур, увеличив расстояние между обкладками конденсатора и витками катушки. Одновременно с этим увеличивалась энергия излучаемых волн, поскольку уменьшение емкости и индуктивности в соответствии с формулой Томсона увеличивают собственную частоту контура.

Созданное устройство Герц назвал вибратором. Вибратор состоял из двух проводящих сфер, закрепленных на концах металлического стержня, разрезанного посередине. В месте разрыва, на концах стержня закреплялись небольшие металлические шарики. Стержни подсоединялись к



вторичной обмотке индукционной катушки, служившей источником высокого напряжения. Схема вибратора приведена на рисунке.

Вибратор работал следующим образом. При замыкании ключа, на вторичной обмотке индукционной катушки создается высокое напряжение. Сфера заряжаются зарядами противоположных знаков. В промежутке между стержнями возникает пробой. Электрическая искра замыкает цепь, в которой возникают высокочастотные затухающие колебания. Происходит излучение электромагнитных волн.

Резонатор (кольцо с разрывом) использовалось в качестве приемника электромагнитных волн. При возникновении искры в искровом разрыве вибратора в искровом разрыве резонатора также возникала искра.

Во время колебаний в стержне устанавливалась стоячая волна тока, аналогичная стоячей волне основного тона на упругой струне. Длина излученной электромагнитной волны в два раза превышала длину вибратора. Поэтому вибратор получил название полуволнового.

Проведя многочисленные опыты, Герц доказал, что электромагнитные волны в полном соответствии с предсказаниями теории Максвелла - это поперечные волны, испытывающие преломление и отражение, интерференцию и дифракцию.

### **Шкала электромагнитных волн**

Электромагнитные волны различаются частотой и длиной волны. Полоса частот электромагнитных волн называется их спектром. Между различными участками спектра нет резких границ. Деление непрерывного спектра на виды излучения – условно. Виды излучения различаются скорее способом излучения и приёма волн.

Шкала электромагнитных волн (принятое деление спектра) приведена в таблице:

Вид излучения	Частота, Гц	Длина волны, м
Радиоволны	$< 1 \cdot 10^{12}$	$> 1 \cdot 10^{-4}$
Инфракрасное излучение	$1 \cdot 10^{12} - 4 \cdot 10^{14}$	$1 \cdot 10^{-4} - 7 \cdot 10^{-7}$
Видимый свет	$4 \cdot 10^{14} - 8 \cdot 10^{14}$	$7 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7}$
Ультрафиолетовое излучение	$8 \cdot 10^{14} - 1 \cdot 10^{16}$	$4 \cdot 10^{-7} - 3 \cdot 10^{-8}$
Рентгеновское излучение	$1 \cdot 10^{16} - 3 \cdot 10^{20}$	$3 \cdot 10^{-8} - 1 \cdot 10^{-12}$
Гамма-излучение	$3 \cdot 10^{20} - 3 \cdot 10^{29}$	$1 \cdot 10^{-12} - 1 \cdot 10^{-21}$

Частота  $\nu$  и длина волны  $\lambda$ , приведенные в таблице, в вакууме связаны соотношением  $\nu \cdot \lambda = c$ .