

Движение небесных тел. Закон всемирного тяготения.

Траектория Луны в гелиоцентрической системе отсчета

Луна, являясь спутником Земли, вращается вокруг нее, а вместе с Землей вращается вокруг Солнца. Справедливость этого утверждения кажется абсолютной. Посмотрим, к каким выводам можно прийти в результате анализа движения Луны.

Модель, положенная в основу анализа, такова: траектория движения Земли вокруг Солнца и Луны вокруг Земли – окружность. Параметры этих движений приведены в таблице.

Среднее расстояние от Солнца до Земли, [м]	$1.496 \cdot 10^{11}$
Среднее расстояние от Земли до Луны, [м]	$3.844 \cdot 10^8$
Период обращения Земли вокруг Солнца, [суток]	365.25
Период обращения Луны вокруг Земли, [суток]	27.322
Масса Земли, [кг]	$5.96 \cdot 10^{24}$
Масса Луны, [кг]	$7.35 \cdot 10^{22}$

Масса Солнца, равная $1.97 \cdot 10^{30}$ кг, позволяет считать его неподвижным, влиянием Земли и Луны можно пренебречь. Соотношение масс Земли и Луны не так велико, как Солнца и Земли, и составляет ~ 81 . Однако центр масс системы Луна-Земля находится примерно в полутора тысячах километров ниже поверхности Земли. Поэтому будем полагать, что Луна не оказывает влияния на движение Земли.

Подставляя параметры Солнца, Луны и Земли в выражение для силы всемирного тяготения, получим неожиданный результат. Сила притяжения Луны к Земле вдвое меньше чем к Солнцу. Но тогда Луна – спутник Солнца, а не Земли. Может Луна планета?

Для наблюдателя, находящегося на Земле, Луна в своем движении проходит ряд стадий (фаз), Рис. 1. Смена фаз обусловлена переменами в условиях освещения Солнцем. Находясь между Солнцем и Землей, Луна обращена к Земле неосвещенной стороной. Это фаза называется новолунием. Слабое свечение лунного диска в новолуние вызвано солнечным светом, отраженным от Земли к Луне. Фаза Луны, при которой она видна в форме полукруга, а доля освещенной части увеличивается, называется первой четвертью. Полнолуние – Луна находится в противостоянии с Солнцем, и к Земле обращено освещенное полушарие Луны. Последняя четверть – Луна видна в форме полукруга, но доля освещенной части убывает. Освещенная сторона Луны всегда ориентирована в сторону Солнца.

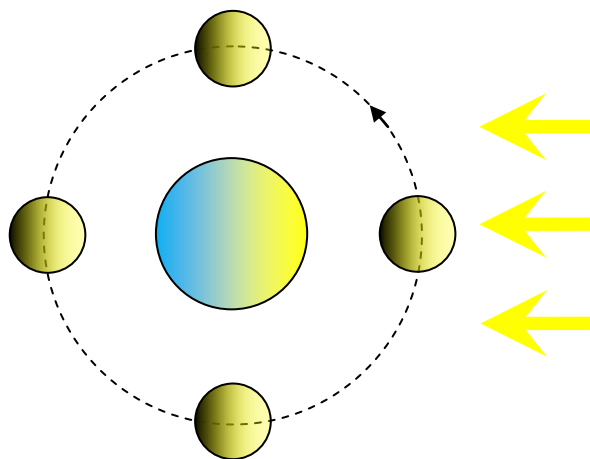


Рис. 1

Буквальная трактовка того факта, что Луна вращается вокруг Земли, приводит к тому, что траектория Луны в гелиоцентрической системе представляется как циклоида. Однако такие простые геометрические иллюстрации взаимного движения Луны и Земли противоречат физической природе. Действительно, знаки кривизны в точках А и С, на приведенном рисунке различны, хотя равнодействующая сила всегда направлена к Солнцу.

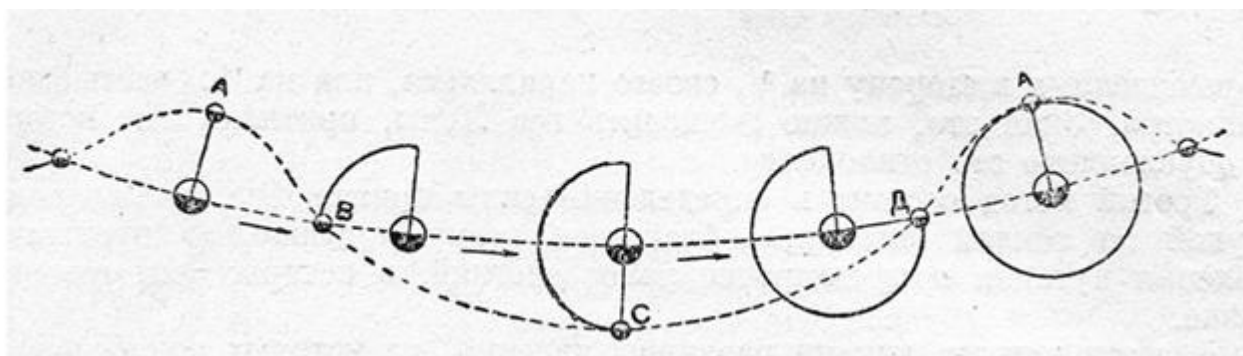


Рис. 2

Гелиоцентрическая система показана на Рис. 3. Земля движется по окружности. Орбита Луны представляет собой круг в той же плоскости. Радиус орбиты Земли – a , орбиты Луны – b . Вращение и Земли и Луны на рисунке направлено против часовой стрелки. Параметры, относящиеся к Земле, будем обозначать индексом e , относящиеся к Луне – m .

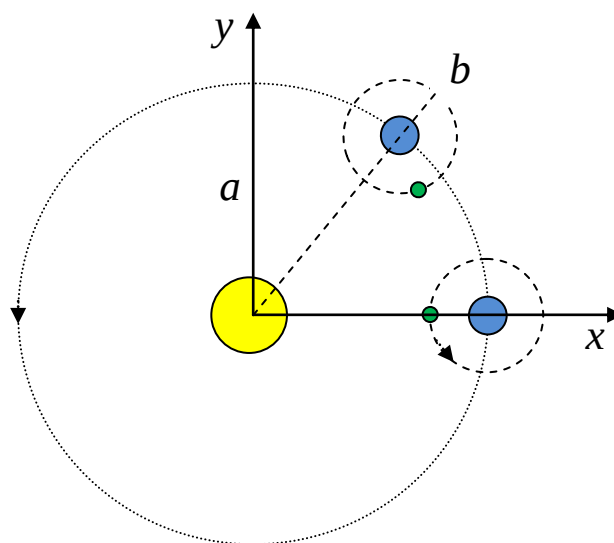


Рис. 3

В геоцентрической системе движение Луны описывается уравнениями

$$x_m = b \cos(\omega_m t), \quad y_m = b \sin(\omega_m t), \quad \omega_m = 2\pi/T_m,$$

а движение Земли в гелиоцентрической системе – уравнениями

$$x_e = a \cos(\omega_e t), \quad y_e = a \sin(\omega_e t), \quad \omega_e = 2\pi/T_e.$$

Тогда полагая, что начальный момент движения Луны соответствует новолунию, в гелиоцентрической системе движение Луны можно описать уравнениями

$$x = x_e - x_m, \quad y = y_e - y_m.$$

Итак, для траектории Луны в гелиоцентрической системе получаем параметрические уравнения

$$x = a \cos(\omega_e t) - b \cos(\omega_m t), \quad y = a \sin(\omega_e t) - b \sin(\omega_m t).$$

Переходя в полярную систему координат, имеем

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta = \arctg(y/x),$$

тогда угловая скорость Луны в гелиоцентрической системе определяется выражением

$$\dot{\theta} = \frac{x\dot{y} - y\dot{x}}{x^2 + y^2} = \frac{a^2\omega_e + b^2\omega_m - ab(\omega_e + \omega_m)\cos(\omega_e - \omega_m)t}{a^2 + b^2 - 2ab\cos(\omega_e - \omega_m)t}.$$

Кривизна плоской кривой K определяется выражением

$$K = \frac{1}{\rho} = \frac{x'y'' - y'x''}{(x'^2 + y'^2)^{3/2}},$$

где ρ – радиус кривизны. Для Луны кривизна траектории в гелиоцентрической системе принимает вид

$$K = \frac{a^2\omega_e^3 + b^2\omega_m^3 - ab\omega_e\omega_m(\omega_e + \omega_m)\cos(\omega_e - \omega_m)t}{(a^2\omega_e^2 + b^2\omega_m^2 - 2ab\omega_e\omega_m\cos(\omega_e - \omega_m)t)^{3/2}}.$$

Текст программы, реализующей расчет траектории Луны в гелиоцентрической системе, приведен ниже.

```
a=1.496*10^8; % радиус орбиты Земли, км
b=3.844*10^5; % радиус орбиты Луны, км
Te=31557600; % период обращения Земли, с
Tm=2360620.8; % период обращения Луны, с
Sday=60*60*24; % секунд в сутках
dt=Te/80000;
w1=2*pi/Te;
w2=2*pi/Tm;
t=0:dt:Te;
```

```

Xe=a*cos(w1*t);
Ye=a*sin(w1*t);
Xm=b*cos(w2*t);
Ym=b*sin(w2*t);
Xs=Xe-Xm; % расчет начинается с новолуния
Ys=Ye-Ym;
% траектория
figure('Color',[1 1 1]);
hL1=plot(Xs/a,Ys/a,Xe/a,Ye/a,'b--',0,0,'o');
ylabel('\ity, [a.e.'],'fontsize',14);
xlabel('\itx, [a.e.'],'fontsize',14);
set(hL1(3),'Marker','o','MarkerSize',10,'Color','r','MarkerFaceColor','y');
set(hL1(1),'LineWidth',2,'Color','g');
legend('Луна','Земля',-1);
axis([-1 1 -1 1]);
% кривизна
r1=(a^2)*(w1^3)+(b^2)*(w2^3)-(a*b*w1*w2*(w1+w2)).*cos((w1-w2).*t);
r2=((a^2)*(w1^2)+(b^2)*(w2^2)-(a*b*w1*w2).*cos((w1-w2).*t)).^(3/2);
r=a*r1./r2;
figure('Color',[1 1 1]);
hL1=plot(t/Sday,r);
ylabel('\itКривизна, [a.e.]^{-1}','fontsize',14);
xlabel('\itСутки','fontsize',14);
set(hL1(1),'LineWidth',2,'Color','b');
% угловая скорость
X=a*cos(w1*t)-b*cos(w2*t);
Y=a*sin(w1*t)-b*sin(w2*t);
Xp=-a*w1*sin(w1*t)+b*w2*sin(w2*t);
Yp=a*w1*cos(w1*t)-b*w2*cos(w2*t);
Tt=(X.*Yp-Y.*Xp)./(X.^2+Y.^2);
figure('Color',[1 1 1]);
hL1=plot(t/Sday,Tt*Sday,[0 Te/Sday],[w1*Sday w1*Sday],'r');
set(hL1(1),'LineWidth',2,'Color','b');
ylabel('\itУгловая скорость, [сутки]^{-1}','fontsize',14);
xlabel('\itСутки','fontsize',14);
legend('Луна','Земля',-1);

```

Результаты расчетов траектории представлены на Рис. 4.

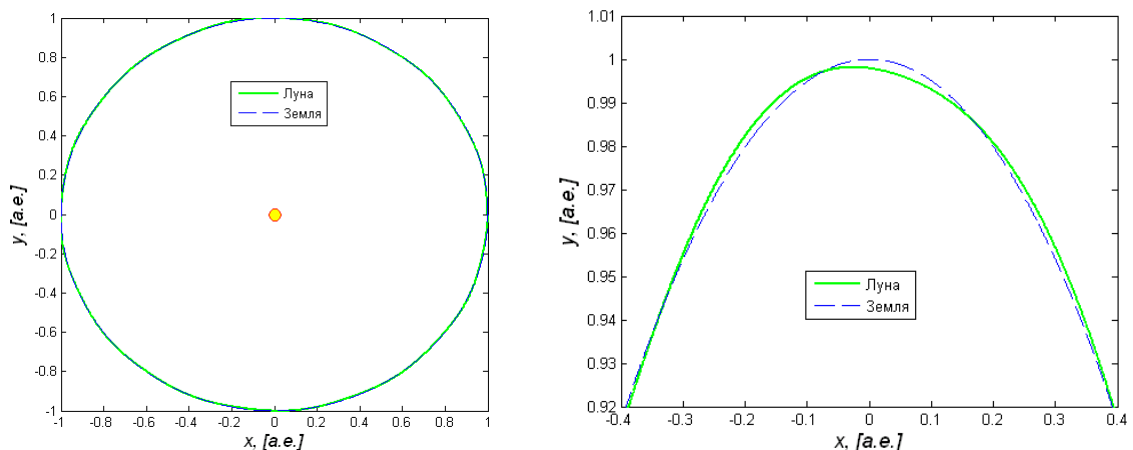


Рис. 4

Левая часть рисунка демонстрирует, что траектория Луны практически повторяет траекторию Земли. Увеличив масштаб, так как это сделано в правой части рисунка, можно

заметить, что траектория Луны лишь незначительно возмущена воздействием Земли. Орбита Луны пересекает орбиту Земли два раза в месяц.

Кривизна траектории Луны и ее угловая скорость в гелиоцентрической системе координат приведены на Рис. 5.

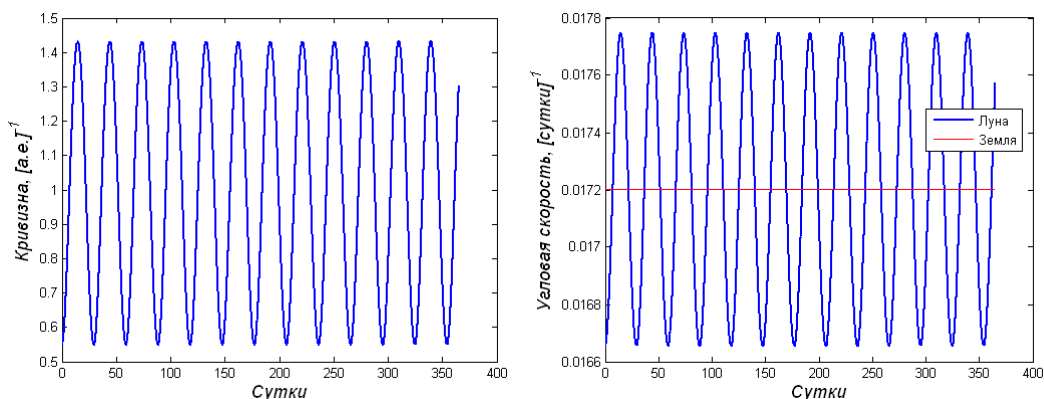


Рис. 5

Если смотреть на траекторию Луны со стороны Солнца, то она во всех своих точках выпукла. Кривизна изменяется вдоль траектории, но знак остается неизменным. Диапазон изменения радиуса кривизны от 1.82 до 0.698 а.е. Угловая скорость не меняет своего знака, т.е. Луна всегда движется в одну сторону.

Итак, траектория Луны в гелиоцентрической системе лишь незначительно возмущена воздействием Земли. В отсутствии Земли Луна двигалась бы вокруг Солнца практически так же, как и сейчас. Это позволяет считать, что Луна обладает характеристиками планеты и относится к этому классу небесных тел. Так можно ли считать Луну планетой? Это вопрос классификации, а не объективной астрономической и физической реальности.

Сравним полученные результаты с расчетами, проведенными для геостационарного спутника. Такой искусственный спутник Земли (ИСЗ), выведенный на круговую орбиту, лежащую в экваториальной плоскости, совершает оборот вокруг Земли за время, равное периоду вращения Земли вокруг своей оси, а, следовательно, постоянно висит над одной и той же точкой на поверхности Земли. Он должен находиться на высоте 35786 км над уровнем моря (от центра планеты ~ 42 тыс. км). Сила притяжения геостационарного спутника к Солнцу составляет лишь 0.026 от силы притяжения его к Земле.

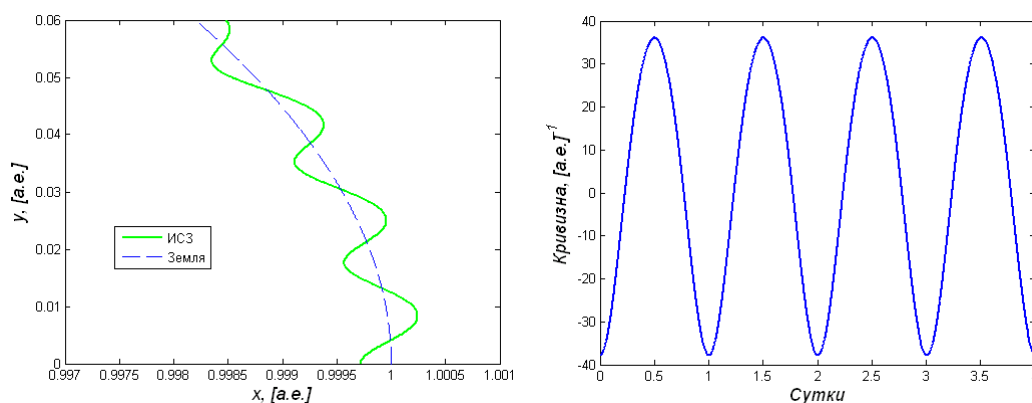


Рис. 6

В программе, приведенной выше, достаточно изменить значения всего двух параметров. Следует положить: $b=42000$, $T_m=86400$. Представленные на Рис. 6 результаты расчетов наглядно показывают отличие ИСЗ от Луны. Траектория ИСЗ меняет знак, это видно и по траектории в левой части рисунка, так и непосредственно на графике зависимости кривизны от времени в правой части рисунка.

На Рис. 7 представлена гипотетическая ситуация, при которой расстояние от Луны до Земли увеличено в 30 раз. Приведена траектория и зависимость угловой скорости от времени. Для наблюдателя в гелиоцентрической системе в этих условиях Луна тринадцать раз за земной год замирает на небосклоне. Угловая скорость обращается в ноль.

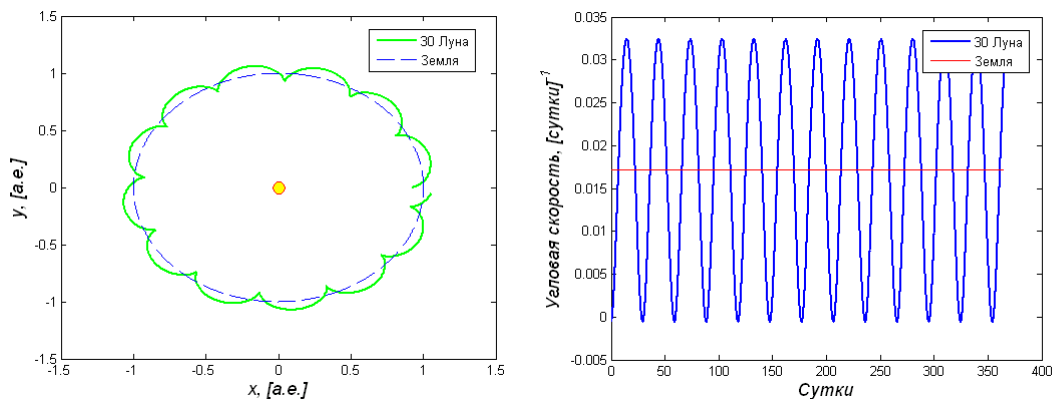


Рис. 7

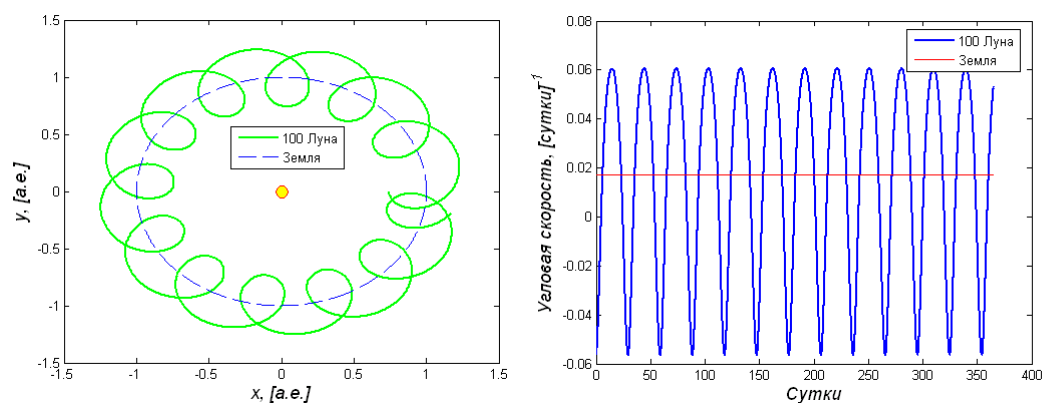


Рис. 8

Аналогичная ситуация представлена на Рис. 8, только расстояние от Луны до Земли увеличено в 100 раз от реального. Видно, что Луна в этих условиях совершает попятные движения. Угловая скорость меняет знак.

Созданная в миланском планетарии [анимация](#) движения Луны и Земли вокруг Солнца в наглядной форме иллюстрирует приведенные выше расчеты.

Закон всемирного тяготения

Законы Кеплера, определившие форму орбит планет и установившие математическую связь между их геометрическими параметрами и периодами планетных движений, получены как итог осмысления большого количества точных астрономических наблюдений.

Анализ законов планетарных движений с позиции ньютоновской механики привел к открытию закона всемирного тяготения, который устанавливает, что между планетой и Солнцем действует центральная сила притяжения обратно пропорциональная квадрату расстояния между ними. Всемирного – потому, что закон обобщается на любые материальные тела. В свою очередь законы Кеплера оказались следствием закона всемирного тяготения.

Итак, закон всемирного тяготения гласит, что две материальные точки массами m_1 и m_2 притягиваются с силами, прямо пропорциональными произведению их масс и обратно пропорциональными квадрату расстояний между ними. Силы направлены вдоль прямой, соединяющей эти точки, Рис. 9,

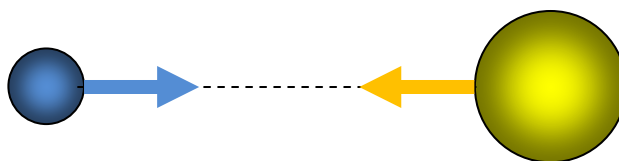


Рис. 9

и определяются выражением

$$\vec{F} = k \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r} ,$$

где r – расстояние между материальными точками, а $k = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ гравитационная постоянная.

Более сложная модель Солнечной системе учитывает, что:

- ✓ Равноправие планеты и Солнца приводит к тому, что вращательное движение вокруг центра масс осуществляет и планета, и Солнце.
- ✓ Планета взаимодействует не только с Солнцем, но и с другими планетами.

Такая модель с удивительной точностью описывает движения планет. Данный факт можно считать убедительным экспериментальным доказательством справедливости законов механики.

Предсказательная сила этих законов была продемонстрирована при обнаружении восьмой планеты Солнечной системы – Нептуна. Малое отклонение наблюдаемой орбиты седьмой планеты Урана от расчетной породило гипотезу о неизвестной планете, которая

гравитационным полем возмущает эту орбиту. Математические расчёты позволили в 1846 году обнаружить Нептун.

В январе 2015 года автоматическая межпланетная станция NASA New Horizons сделала снимки вращающихся вокруг общего центра масс карликовой планеты Плутон и ее спутника Харон. Картинка кликабельна.

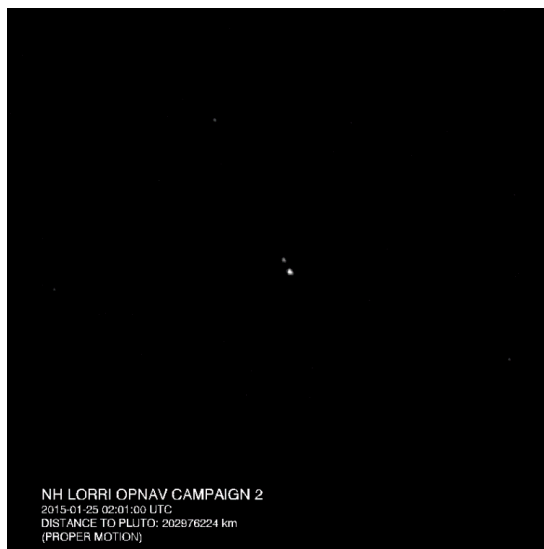


Рис. 10

Рассмотрим движение двух материальных точек, взаимодействие которых описывается законом всемирного тяготения. Характер движения определяется начальными условиями. Если материальные точки в своем движении не могут удалиться друг от друга на бесконечность и движение осуществляется в ограниченной области пространства, то движение – финитное. В противном случае оно называется инфинитным. Материальные точки (тела) движутся вокруг общего центра масс.

Если масса одного тела значительно превышает массу второго, то его движением относительно центра масс можно пренебречь. Центр масс системы и массивного тела практически совпадают. Это справедливо для солнечной системы. Общая масса солнечной системы составляет 1.0014 масс Солнца. Тогда уравнение движения в декартовой системе координат для материального объекта, находящегося в гравитационном поле массивного тела имеет вид

$$\ddot{x} = -\frac{bx}{(x^2 + y^2)^{3/2}}, \quad \ddot{y} = -\frac{by}{(x^2 + y^2)^{3/2}}, \quad b = kM,$$

где M – масса массивного тела. Начало системы координат располагается в центре масс массивного тела. Там, где не оговаривается специально, под массивным телом будем понимать Солнце, малым – планету или комету.

Заменой переменных сведем уравнения движения к виду Коши. Из множества решений дифференциального уравнения выбор единственного, реализующегося физически, осуществляется исходя из начальных условий. Исследуем возможные варианты. Пусть материальный объект находится на расстоянии R от массивного тела.

Выберем характерные масштабы задачи таким образом, чтобы выполнялось $k=M=R=1$.
Итак,

$$z = \begin{pmatrix} x \\ V_x \\ y \\ V_y \end{pmatrix}, \quad \frac{dz}{dt} = \begin{pmatrix} z_2 \\ -bz_1(z_1^2 + z_3^2)^{-3/2} \\ z_4 \\ -bz_3(z_1^2 + z_3^2)^{-3/2} \end{pmatrix}.$$

Пусть начальные условия следующие: $(1.0, 0.0)$, $(0.0, 1.0)$. Приведенная ниже программа реализует расчет траектории малого тела.

```
Kg=1;           % гравитационная постоянная
X0=1;           % начальная координата x
XP0=0;          % начальная скорость Vx
Y0=0;           % начальная координата y
YP0=1;          % начальная скорость Vy
T0=0;           % время начала движения
TN=10;          % время окончания движения
dT=0.01;        % шаг по времени
Planet1=@(t,z) [z(2); -Kg*z(1)/(z(1).^2+z(3).^2).^(3/2); z(4); -
Kg*z(3)/(z(1).^2+z(3).^2).^(3/2)]; % правая часть задачи Коши
[T,Y]=ode45(Planet1,[T0:dT:TN],[X0, XP0, Y0, YP0]); % решение системы ОДУ
figure('Color',[1 1 1]);
hL1=plot(Y(:,1),Y(:,3),0,0); grid; % траектория
set(hL1(1), 'LineWidth', 2, 'Color', 'b');
set(hL1(2), 'Marker', 'o', 'MarkerSize', 8, 'Color', 'r', 'MarkerFaceColor',
'r' );
ylabel('\ity', 'fontsize', 14);
xlabel('\itx', 'fontsize', 14);
title (sprintf('\itx=%3.1f, \ity=%3.1f, \itV_x=%3.1f, \itV_y=%3.1f ',X0,Y0,XP0,YP0), 'fontsize', 12);
```

Массивное тело – красный маркер в центре рисунка, траектория движения малого – окружность, Рис. 11. Однако, погрешность вычислений приводит к тому, что малое тело не возвращается в исходную точку, а слегка смещается в сторону массивного тела, находящегося в центре декартовой системы координат.

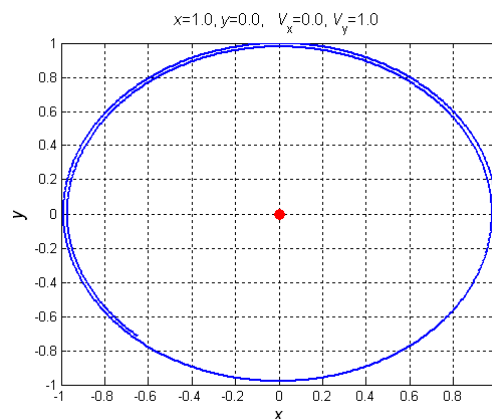


Рис. 11

Есть несколько способов решения этой проблемы. Иногда достаточно правильно выбрать солвер. Результат смены солвера ode45 на ode23 приведен на Рис. 12, левый

график. Можно, не меняя солвер, осуществлять тонкую настройку параметров для него. Функция `odeset` позволяет это сделать. Ниже показано, как повысить относительную погрешность `RelTol` и вектор допустимых значений абсолютной погрешности `AbsTol` и передать их в солвер аргументом `options`. Правый график на Рис. 12.

```
options=odeset('Abstol',0.00000001,'RelTol',0.00001);
[T,Y]=ode45(Planet1,[T0:dT:TN],[X0, XP0, Y0, YP0],options); % решение ОДУ
```

Как видно из рисунка, оба метода дают приемлемый результат.

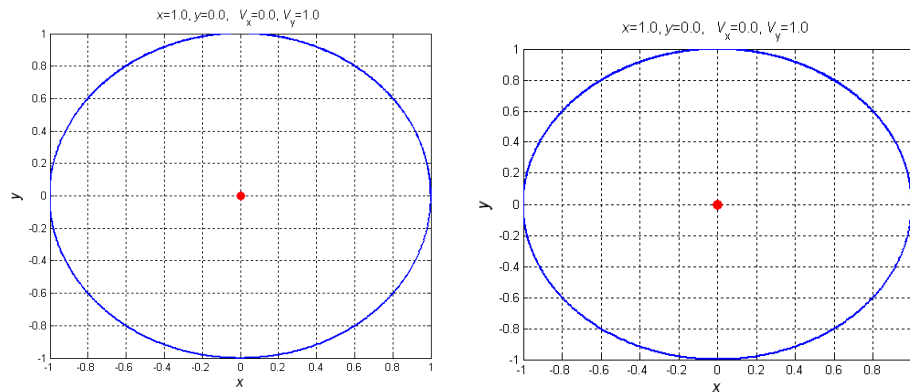


Рис. 12

Приведем несколько рисунков, на которых построены траектории при различных начальных условиях. При этом начальные координаты и скорость V_x остаются неизменными, а скорость V_y изменяется.

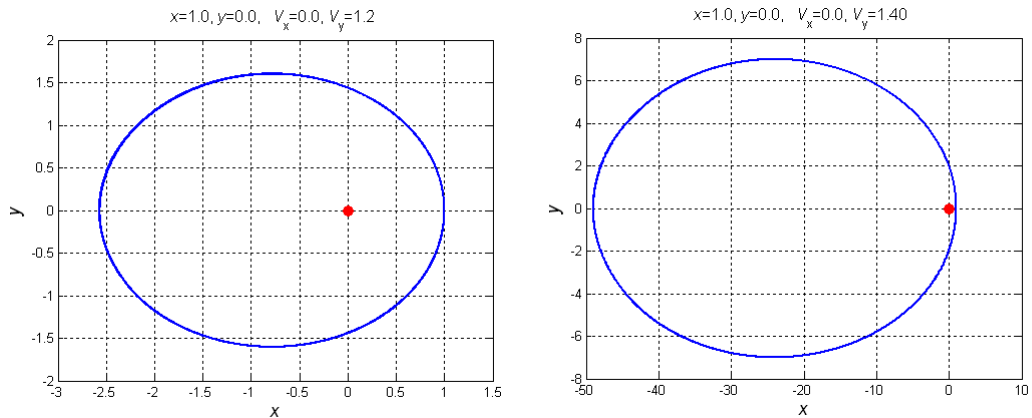


Рис. 13

Увеличение скорости приводит к тому, что орбита становится эллипсом, эксцентриситет орбиты увеличивается, Рис. 13. В диапазоне $1 \leq V_y \leq 1.41$ движение остается финитным, а малое тело – спутником массивного.

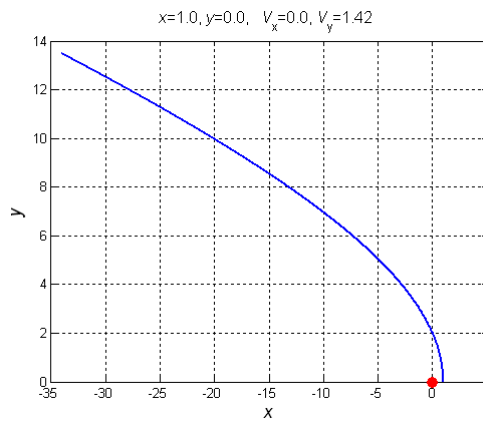


Рис. 14

Если увеличить скорость до значений $V_y > 1.41$, то движение станет инфинитным, и малое тело по гиперболической траектории, Рис. 14, удалится из зоны влияния массивного тела, перестав быть его спутником.

В соответствии с выбранным масштабом единиц $V_y = \sqrt{b/R} = 1$ – круговая (первая космическая) скорость, $V_y = \sqrt{2b/R}$ – скорость освобождения (вторая космическая).

Пусть малое тело находится недалеко от массивного. Другими словами, размер массивного тела и удаленность от него малого тела соизмеримы. В такой постановке задача соответствует движению искусственного спутника вблизи планеты. Положим, что массивное тело – шар диаметром R . Для того, чтобы отображать его на рисунке, изменим функцию plot.

```
hL1=plot(Y(:,1),Y(:,3),0,0,0.5*cos([0:0.01:2*pi]),0.5*sin([0:0.01:2*pi]));  
grid; % траектория
```

В этих расчетах начальные координаты $(0,1)$.

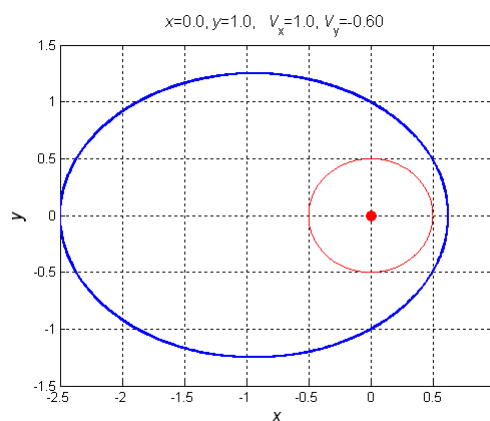


Рис. 15

Если компонента скорости, перпендикулярная центральной силе, превышает первую космическую, то траектория движения малого тела эллипс, Рис. 15.

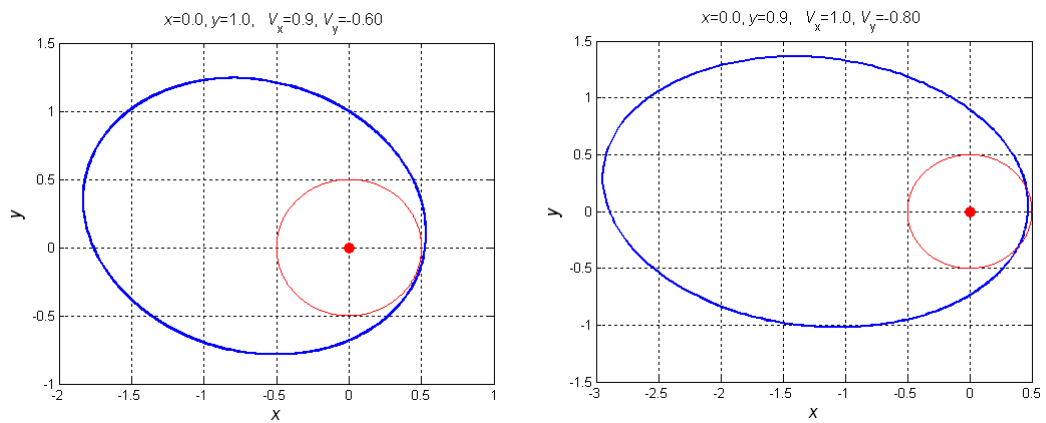


Рис. 16

Изменяя параметры вектора скорости в заданной точке орбиты малого тела, можно добиться попадания его в любую точку на поверхности массивного шара, Рис. 16.

Кометы и астероиды

Небольшие небесные тела, обращающиеся вокруг Солнца по сильно вытянутой орбите, называются кометами. Ядро кометы, обладающее малой массой, состоит из льдов. При приближении к Солнцу, под действием солнечного излучения происходит интенсивное выделение газов, образующих хорошо заметный хвост кометы.

Астероиды подобно кометам движутся по околосолнечным эллиптическим орбитам, однако, в отличие от комет, это твердые каменные тела.

Считается, что кометы и астероиды это остатки материи, из которой формировалась Солнечная система, все известные небесные объекты укладывались в общую схему. Однако в октябре 2017 года был обнаружен астероид C/2017 U1 (PANSTARRS) – первый межзвёздный объект, пролетающий через Солнечную систему по гиперболической траектории.

Астероиды и кометы несут потенциальную угрозу земной жизни. Исследования показывают, что вымирание зоологических видов, в том числе динозавров, произошедшее 66 миллионов лет тому назад, и столкновение с Землей гигантского астероида размером в 15 км, упавшего на полуостров Юкатан, произошли одновременно. Именно поэтому так важны наблюдения за малыми небесными объектами и прогноз траекторий их движения.

Рассчитаем возможные варианты траекторий таких небесных тел, задав начальные условия, близкие к реальным. Пусть на расстоянии 50 а.е. от Солнца обнаружено небесное тело. Вектор скорости направлен под углом 30° к линии, соединяющей тело и Солнце. Скорость небесного тела будем варьировать от 7000 до 50 м/с. Текст программы для расчета траектории приведен ниже.

```

Lae=1.5*(10^11);           % астрономическая единица, м
Gamma=6.67*(10^(-11));    % гравитационная постоянная, Н*м2/кг2
M=1.98892*10^30;          % масса Солнца, кг
Kg=Gamma*M;               % константа в уравнении

```

```

Vcom=7000; % скорость кометы, м/с
Beta=30; % направление скорости, градусы
X0=-50*Lae; % начальная координата x
Y0=0; % начальная координата y
XP0=Vcom*cos((Beta/180)*pi); % начальная скорость Vx
YP0=Vcom*sin((Beta/180)*pi); % начальная скорость Vy
T0=0; % время начала движения
TN=10000000000; % время окончания движения
options=odeset('Abstol',0.00000001,'RelTol',0.00001);
Planet1=@(t,z) [z(2); -Kg*z(1)/(z(1).^2+z(3).^2).^(3/2); z(4); -
Kg*z(3)/(z(1).^2+z(3).^2).^(3/2)]; % правая часть задачи Коши
[T,Y]=ode23(Planet1,[T0,TN],[X0, XP0, Y0, YP0],options); % решение системы
ОДУ
figure('Color',[1 1 1]);
hL1=plot(Y(:,1)/Lae,Y(:,3)/Lae,0,0); grid; % траектория
set(hL1(1), 'LineWidth', 2, 'Color', 'b');
set(hL1(2), 'Marker', 'o', 'MarkerSize', 8, 'Color', 'r', 'MarkerFaceColor',
'r' );
ylabel('\ity, [a.e.'],'fontsize',14);
xlabel('\itx, [a.e.'],'fontsize',14);
title(sprintf('\itx=%d a.e., \ity=%d a.e., {\itV}_0=%3.1f м/с,
{\itbeta}=%d^0 ',X0/Lae,Y0,Vcom,Beta),'fontsize',12);

```

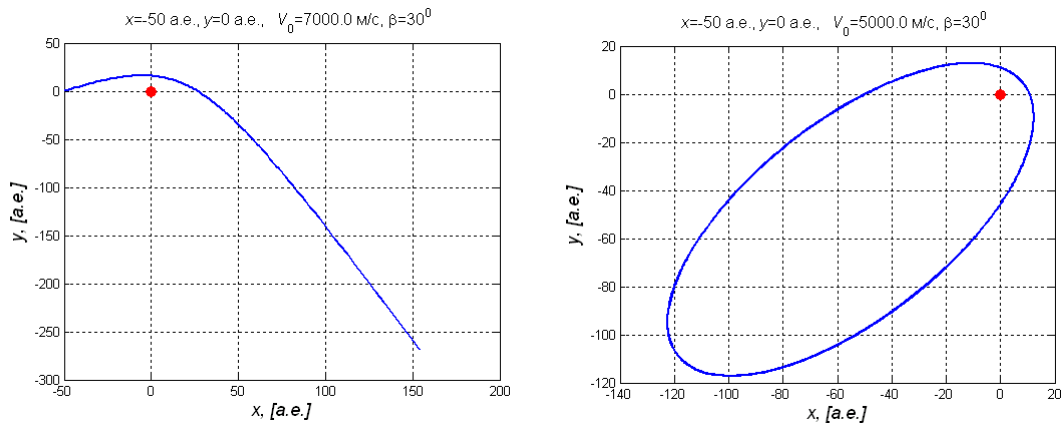


Рис. 17

Ожидаемые результаты расчетов приведены на Рис. 17. Если скорость небесного тела составляет 7000 м/с, то траектория – гипербола. Тело преодолеет гравитационное поле Солнца и сможет удалиться на бесконечность, сохранив ненулевую скорость относительно него.

Солнце при скорости небесного тела 5000 м/с превратит его в спутник, движущийся по сильно вытянутой эллиптической траектории.

Комета Галлея

Комета Галлея – яркая короткопериодическая комета, видимая невооружённым глазом. Движущаяся по эллиптической орбите комета Галлея регулярно появляется на небосводе. В исторических хрониках за последние две тысячи лет зафиксировано не менее 30 появлений кометы.

Комета Галлея – названа в честь английского астронома Эдмунда Галлея, который, составляя каталог орбит комет, впервые предположил, что кометы, наблюдавшиеся в 1531, 1607 и 1682 годах были одним и тем же небесным телом.

Основные характеристики орбиты кометы приведены в таблице.

<i>Характеристики орбиты кометы Галлея</i>	
Эксцентриситет	0,9671429
Перигелий	0.585978 а.е.
Афелий	35.082302 а.е.
Период обращения	75.3 года
Наклонение орбиты	162.3°
Последний перигелий	9 февраля 1986

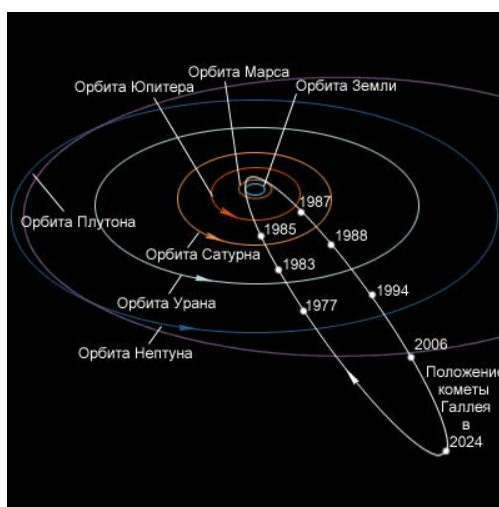


Рис. 18

Качественно положение орбиты кометы Галлея относительно Солнца и планет солнечной системы представлено на Рис. 18.

В 1986 году состоялся очередной визит кометы Галлея. Автоматическая межпланетная станция ЕКА – Джотто, пролетев на расстоянии 596 км от ядра кометы, получила данные, позволившие уточнить строение и химический состав ядра. Оказалось, что ядро кометы Галлея имеет размеры приблизительно 16х8х8 километров.



Рис. 19

Как выглядит комета Галлея на небосклоне для земного наблюдателя и вид на ядро кометы с пролетающего зонда Джотто, показано на Рис. 19.

Положив, что в афелии скорость кометы составляет 900 м/с, рассчитаем ее орбиту и период. Текст программы приведен ниже.

```
Lae=1.5*(10^11); % астрономическая единица, м
Gamma=6.67*(10^(-11)); % гравитационная постоянная, Н*м2/кг2
M=1.98892*(10^30); % масса Солнца, кг
Kg=Gamma*M; % константа в уравнении
Vcom=900; % скорость кометы в афелии, м/с
Beta=90; % направление скорости, градусы
X0=-35.082*Lae; % начальная координата x
Y0=0; % начальная координата y
XP0=Vcom*cos((Beta/180)*pi); % начальная скорость Vx
YP0=Vcom*sin((Beta/180)*pi); % начальная скорость Vy
T0=0; % время начала движения
TN=25000000000; % время окончания движения
options=odeset('Abstol',0.00000001,'RelTol',0.00001);
Planet1=@(t,z) [z(2); -Kg*z(1)./(z(1).^2+z(3).^2).^(3/2); z(4); -
Kg*z(3)./(z(1).^2+z(3).^2).^(3/2)]; % правая часть задачи Коши
[T,Y]=ode23(Planet1,[T0,TN],[X0, XP0, Y0, YP0],options); % решение системы
ОДУ
figure('Color',[1 1 1]);
hL1=plot(Y(:,1)/Lae,Y(:,3)/Lae,0,0); grid; % траектория
set(hL1(1), 'LineWidth', 2, 'Color', 'b');
set(hL1(2), 'Marker', 'o', 'MarkerSize', 8, 'Color', 'r', 'MarkerFaceColor',
'r');
ylabel('\ity, [a.e.],'fontsize',14);
xlabel('\itx, [a.e.],'fontsize',14);
title(sprintf('\itx=%d a.e., \ity=%d a.e., \itV_0=%3.1f м/с,
\itbeta=%d^0 ',X0/Lae,Y0,Vcom,Beta),'fontsize',12);
figure('Color',[1 1 1]);
Ys=60*60*24*365; % секунд в годе
hL1=plot(T/Ys,Y(:,1)/Lae,T/Ys,Y(:,3)/Lae); grid; % координаты от времени
set(hL1(1), 'LineWidth', 2, 'Color', 'b');
set(hL1(2), 'LineWidth', 2, 'Color', 'g');
ylabel('\itКоордината, [a.e.],'fontsize',14);
xlabel('\itВремя, [год]','fontsize',14);
legend1=legend('x','y');
set(legend1,'Position',[0.8152 0.5586 0.04577
0.0963],'FontSize',14,'FontName','Times New Roman','FontAngle','italic');
[Xmax,Nmax]=max(Y(:,1));
dn=2*T(Nmax)/60/60/24/365; % период кометы в годах
n0 = datenum('09-Feb-1986'); % Последний перигелий
n1=datestr(n0+2*T(Nmax)/60/60/24); % Следующий перигелий
disp(sprintf('Последний перигелий: %s, Следующий перигелий: %s, Период:
%4.1f',datestr(n0),n1,dn));
```

На Рис. 20 приведены результаты расчетов: траектория кометы и зависимость декартовых координат от времени. Ожидаемо получаем эллиптическую траекторию и периодически изменяющиеся координаты.

Для определения периода используем функцию *max*. Она, примененная для координаты *x*, позволяет вычислить не только максимальное значение *Xmax*, но и номер *Nmax* этого элемента в массиве. Тогда, $2 * T(Nmax)$ – период кометы в секундах.

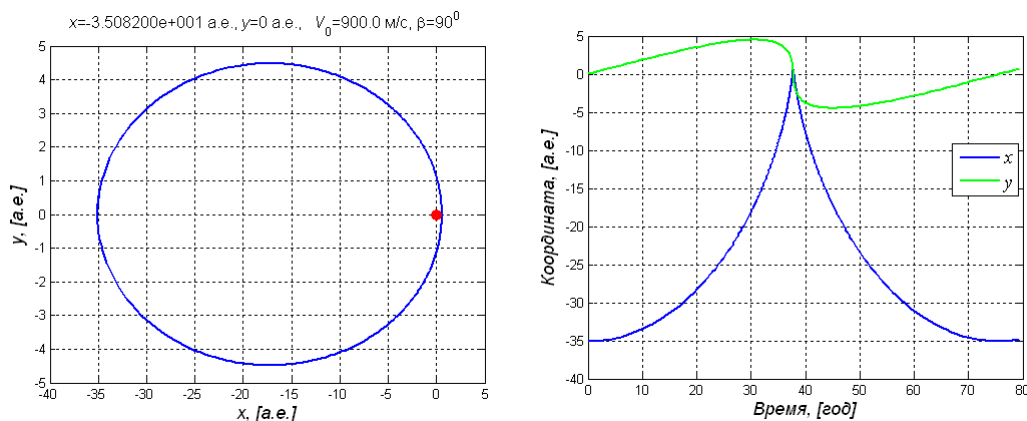


Рис. 20

Определим, когда комета Галлея окажется в перигелии в будущем, полагая, что последний раз она была в нем 9 февраля 1986 года. Для этого потребуются функции *Matlab* для работы с датами. Система работает с тремя форматами даты: внутренним, строковым и векторным. Во внутреннем представлении дата – это число дней, прошедших с 1 января 0000 года. Дробная часть этого числа соответствует времени, прошедшего с полуночи неполных суток. Для строкового представления даты, по умолчанию, используется формат день-месяц-год: 01-Mar-2018. Существует еще 18 альтернативных форматов представления даты в строковом формате.

Функция *datenum* преобразует дату последнего перигелия 09-Feb-1986 из строкового формата в числовой. Пересчитав рассчитанный в секундах период в дни, добавим его к числовому представлению последнего перигелия. Функция *datestr* преобразует числовой формат в строковый. Результат расчетов приведен ниже.

Последний перигелий: 09-Feb-1986,
Следующий перигелий: 12-Sep-2061,
Период: 75.6

Разница в 46 дней с известным значением 28 июля 2061 года не удивительна. Заложенная в расчет модель чрезвычайно упрощена. На траекторию движения кометы Галлея оказывают возмущающее воздействие планеты солнечной системы, прежде всего – массивный Юпитер.