

# Дифракция

*Дифракция.*

*Принцип Гюйгенса-Френеля.*

*Метод зон Френеля.*

*Дифракция на круглом отверстии и диске.*

*Дифракция на щели.*

*Дифракционная решетка.*

*Дифракция рентгеновских лучей на кристалле .*

*Разрешающая способность оптических приборов.*

# Дифракция

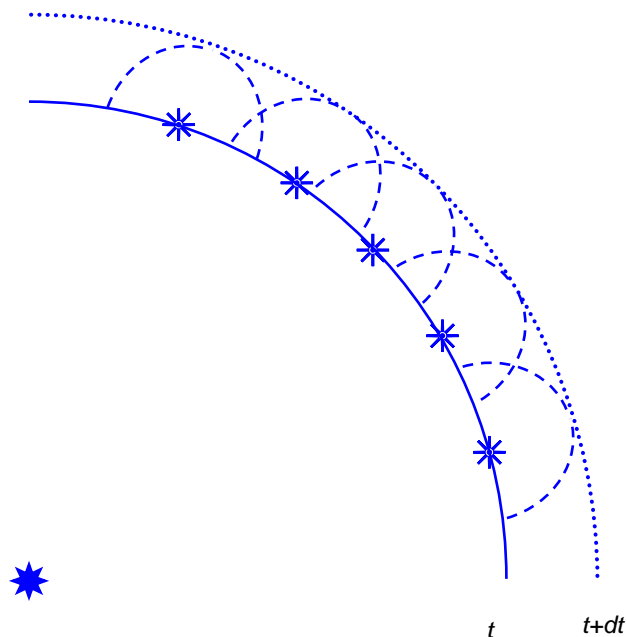
Звук и свет - волны. Почему звук огибает препятствия, а свет нет?

В обычных условиях для света выполняется условие геометрической оптики  $L \gg \lambda$ , поскольку длины световых волн лежат в диапазоне 450 нм – 700 нм. Для звука скорее справедливо  $L \sim \lambda$ . Длины звуковых волн в воздухе находятся в интервале 1.5 мм – 15 м. Отклонения от геометрической оптики существенны.

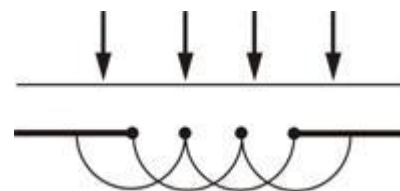
Дифракция – явление огибания волнами препятствия, наблюдаемое в том случае, если размеры препятствия и длина волны соизмеримы.

# Принцип Гюйгенса — Френеля

Гюйгенс: каждая точка волнового фронта является источником вторичных волн, а огибающая этих волн дает положение волнового фронта в следующий момент времени.



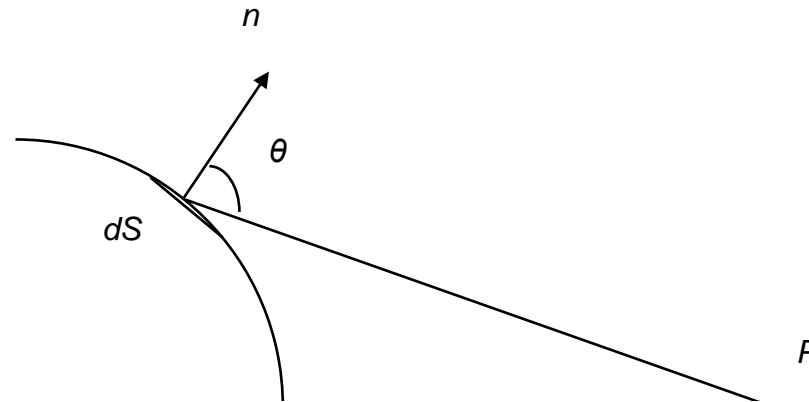
Принцип Гюйгенса объясняет механизм дифракции.



Апплет

Френель: источники вторичных волн когерентны, они порождают сферические волны, а результирующее волновое поле в каждой точке пространства будет определяться интерференцией этих волн.

# Принцип Гюйгенса — Френеля



Малая площадка  $dS$  волновой поверхности порождает в точке наблюдения  $P$  колебания светового вектора  $dE$ . Пусть  $\vec{n}$  - вектор нормали к элементу  $dS$ ,  $\vec{r}$  — радиус-вектор, проведенный от элемента  $dS$  в точку наблюдения  $P$ , а  $\theta$  — угол между ними.

Тогда для сферической волны с амплитудой колебаний  $E_s$ , циклической частотой  $\omega$  можно записать

$$dE = K(\theta) \frac{E_s}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) dS$$

где  $\alpha_0$  — начальная фаза колебания,  $k$  — волновой вектор,  $K(\theta)$  — коэффициент, зависящий от угла. При значении  $\theta = \frac{\pi}{2}$  коэффициент равен нулю, а при значении  $\theta = 0$  максимален.

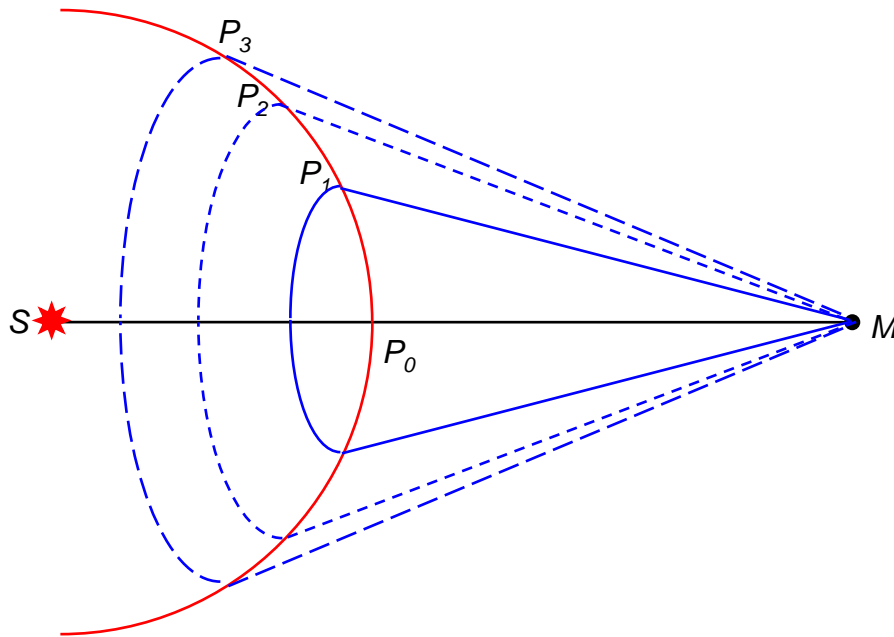
Результирующее колебание в точке наблюдения определяется интегрированием по всей волновой поверхности.

# Метод Френеля.

## Разбиение волновой поверхности на зоны.

Точечный источник  $S$  излучает сферическую волну.

В точке  $M$  находится наблюдатель.



$$SP_0 = a \quad MP_0 = b$$

$$MP_1 = b + \frac{\lambda}{2}$$

$$MP_m = b + m \frac{\lambda}{2}$$

$$A(M) = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 \dots + (-1)^{m+1} A_m$$

$$A_1 > A_2 > A_3 > A_4$$

# Метод Френеля.

## Разбиение волновой поверхности на зоны.

$$A(M) = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 \dots + (-1)^{m+1} A_m$$

$$A(M) = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots + (-1)^{m+1} \frac{A_m}{2}$$

Предположим, что

$$A_m \approx \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$$

$$A(M) = \frac{A_1}{2} + (-1)^{m+1} \frac{A_m}{2}$$

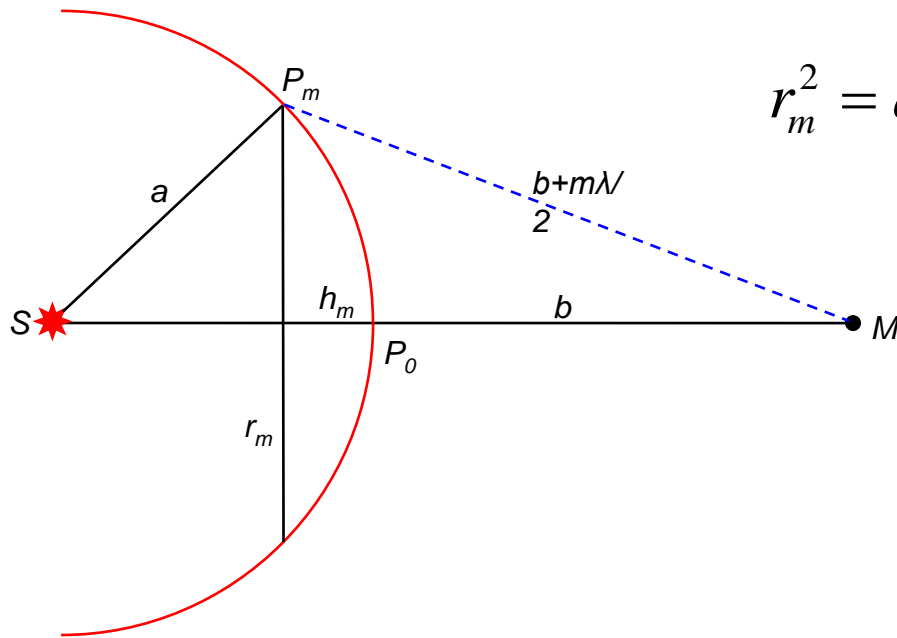
$m \gg 1$

$$\frac{A_m}{2} \rightarrow 0$$

$$A(M) \approx \frac{A_1}{2}$$

В точку наблюдения приходит лишь излучение первой зоны Френеля.

# Расчет характеристик волновых зон



$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2$$

$$b \gg m\lambda \quad a \gg m\lambda$$

$$r_m^2 \approx 2ah_m \approx bm\lambda - 2bh_m$$

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}$$

$$r_m = \sqrt{\frac{ba}{a+b} m\lambda}$$

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1} = 2\pi a(h_m - h_{m-1})$$

$$\Delta S_m = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}$$

Все зоны Френеля примерно равновелики по площади.

# Доказательство прямолинейности распространения света

$$A(M) \approx \frac{A_1}{2}$$

$$r_m = \sqrt{\frac{ba}{a+b} m \lambda}$$

$$a = b$$

$$m = 1$$

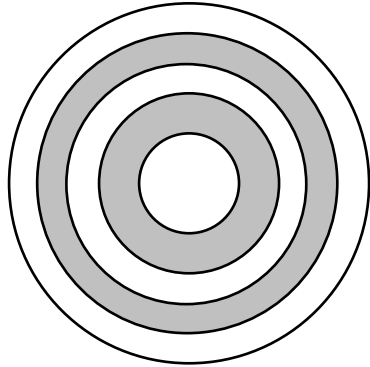
$$r_1 = \sqrt{\frac{a}{2}} \lambda \ll a$$

Следовательно, распространение света от **S** к **M** происходит так, будто пучок света распространяется внутри очень узкого канала вдоль **SM**, т.е. прямолинейно.

Пример:  $\lambda = 500 \text{ нм}$        $a = 1 \text{ м}$        $r_1 = 0.5 \text{ мм}$



## Зонная пластинка

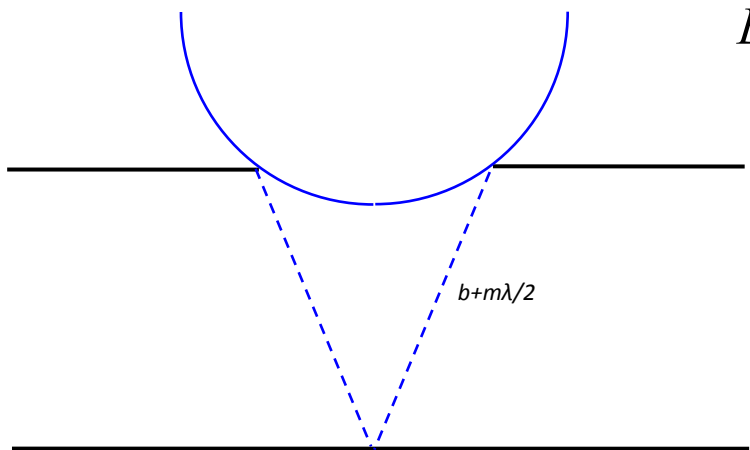


$$A(M) = A_1 - 0 + A_3 - 0 + A_5 - 0 \dots > \frac{A_1}{2}$$

Опыт подтверждает: зонная пластинка, действуя подобно собирающей линзе, увеличивает интенсивность света в точке ***M***.

# Дифракция на круглом отверстии

*В отверстие укладывается  $m$  зон Френеля*



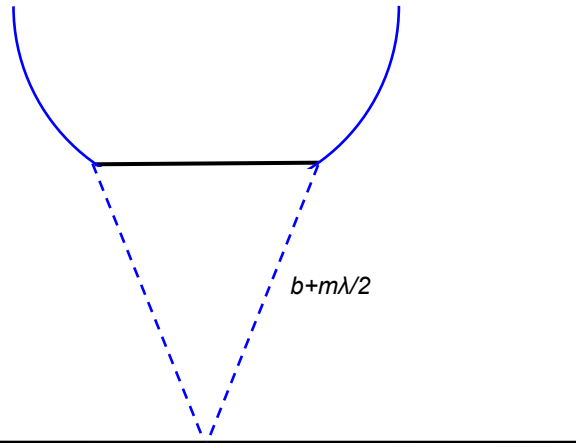
$$m = 1 \quad A(M) = A_1 > \frac{A_1}{2}$$

$$m = 2 \quad A(M) = A_1 - A_2 \approx 0$$

$$m = 3 \quad A(M) = A_1 - A_2 + A_3 \approx A_3$$

$$m = 4 \quad A(M) = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 \approx 0$$

# Дифракция на диске



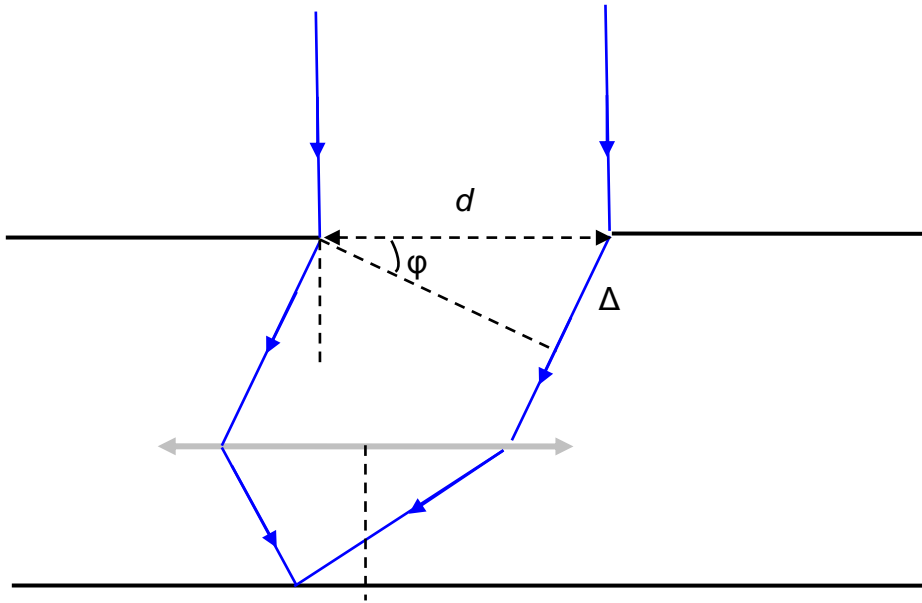
Если на пути сферической волны находится непрозрачный круглый диск, то оказывается закрытым некоторое число зон Френеля. Вклад в освещенность в точке наблюдения, находящейся в центре геометрической тени, будут давать остальные зоны. В результате в этой точке регистрируется светлое пятно.

$$A(M) = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left( \frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \frac{A_{m+3}}{2} \dots \approx \frac{A_{m+1}}{2}$$

Пуассон выдвинул этот результат, как возражение против расчетов Френеля при рассмотрении дифракции. Однако, когда был проведен соответствующий опыт, такое светлое пятно в центре геометрической тени было обнаружено. С тех пор оно называется пятном Пуассона.

# Дифракция Фраунгофера на щели

Дифракция сферических волн называется дифракцией Френеля.  
Дифракция в параллельных лучах называется дифракцией Фраунгофера.



$$m = \frac{\Delta}{\lambda/2} \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

$$\Delta = d \cdot \sin(\varphi)$$

$$d \cdot \sin(\varphi) = m \frac{\lambda}{2}$$

$$d \cdot \sin(\varphi) = \pm 2m \frac{\lambda}{2}$$

Число зон четно - интерференционный минимум.

$$d \cdot \sin(\varphi) = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$$

Число зон нечетно - интерференционный максимум.

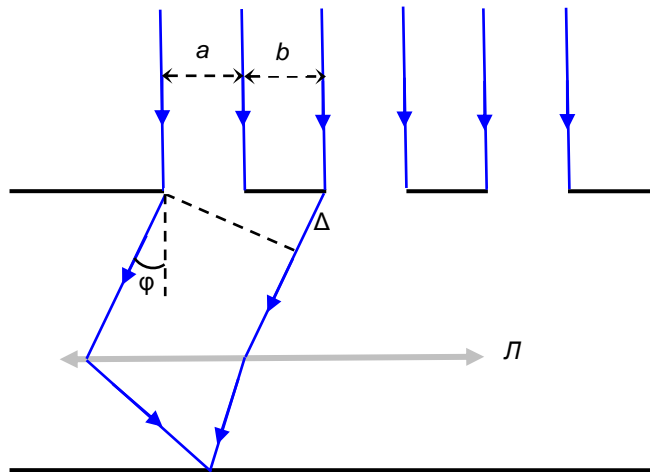
# Дифракция Фраунгофера на щели



<http://pitf.ftf.nstu.ru/resources/walter-fendt/singleslit>

# Дифракционная решетка

Дифракционная решетка — оптический прибор, содержащий совокупность большого числа регулярно расположенных щелей, штрихов, выступов, нанесённых на некоторую поверхность.



Щели дифракционной решетки — когерентные источники. Изображение связано с главным фокусом линзы. Главный максимум формируется в главном фокусе. Все максимумы нулевого порядка сложатся в фазе. Амплитуда возрастет в  $N$  раз, а интенсивность — в  $N^2$ .

Там, где для одной щели минимум, там и для решетки минимум.

$$a \cdot \sin \varphi = \pm m \lambda \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

Там, где волны налагаются в фазе, получается главный максимум.

$$d \cdot \sin \varphi = \pm m \lambda \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad d = a + b$$

# Дифракционная решетка

Дополнительные минимумы.

В некоторые точки экрана излучение приходит не в фазе.

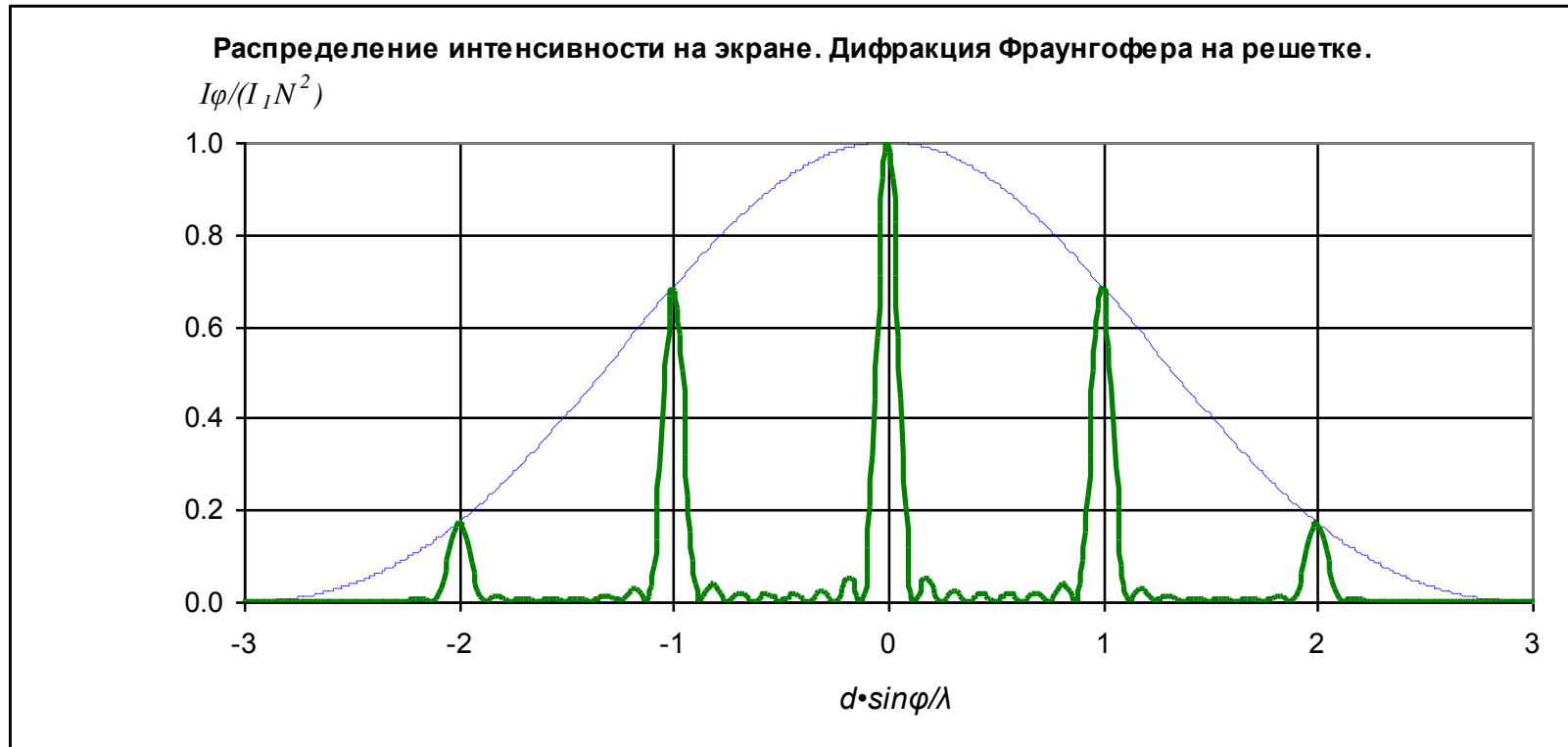
Для двух щелей

$$d \cdot \sin \phi = \pm(2m + 1) \lambda / 2 = \pm(m + 1/2) \lambda \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Для N щелей

$$d \cdot \sin \phi = \pm(m + p/N) \lambda \quad p = 1, 2, \dots, N - 1$$

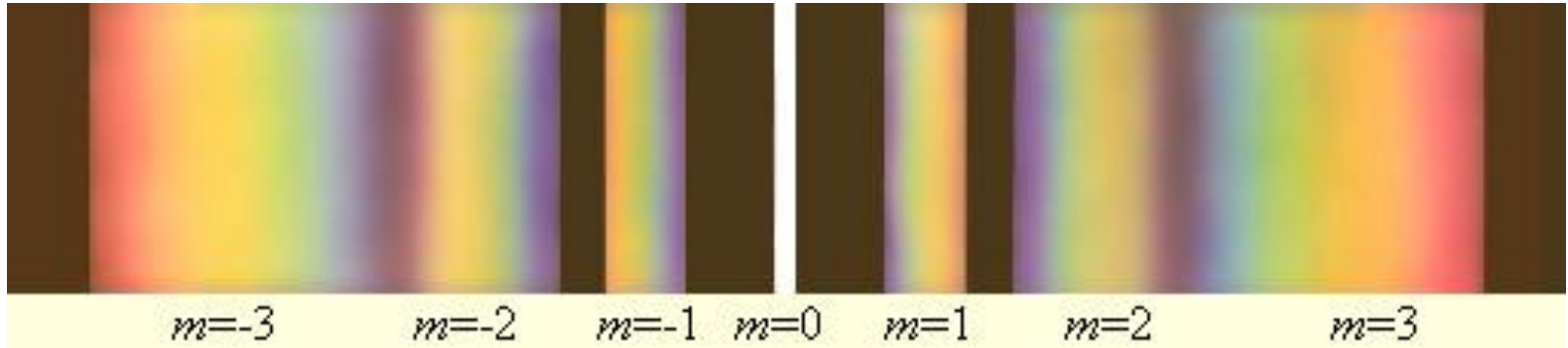
# Дифракционная решетка



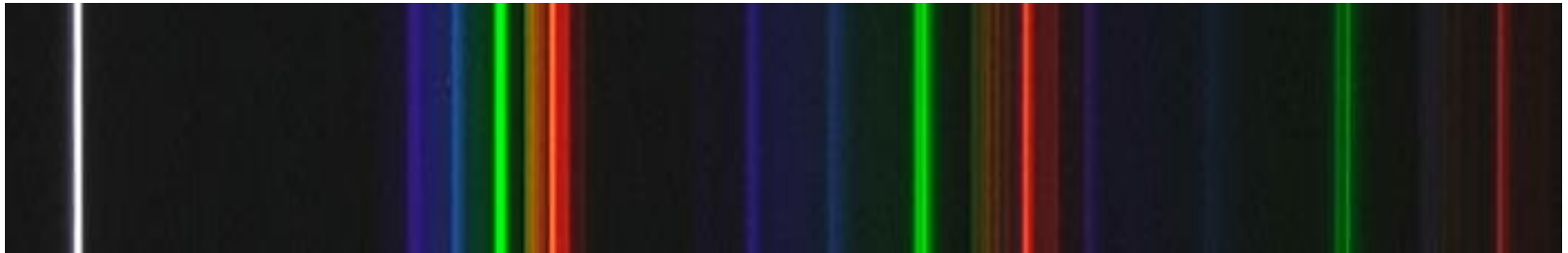
Расчет для решетки с параметрами:  $N = 8$  ,  $d = 3a$  .



## Солнечный свет



## Люминисцентная лампа

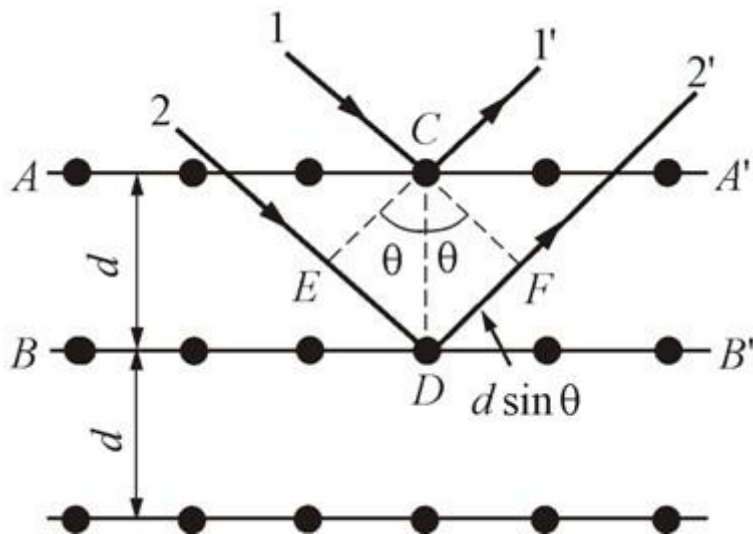


CD диск



# Дифракция рентгеновских лучей на кристалле

Кристаллы - периодические структуры с периодом (расстояние между атомами) порядка  $10^{-10}$  м, являются естественной трехмерной дифракционной решеткой для рентгеновских лучей.



Оптическая разность хода между двумя лучами

$$ED + DF = 2d \cdot \sin \theta$$

Максимумы интенсивности наблюдаются в направлениях, удовлетворяющих условию Вульфа-Брегга:

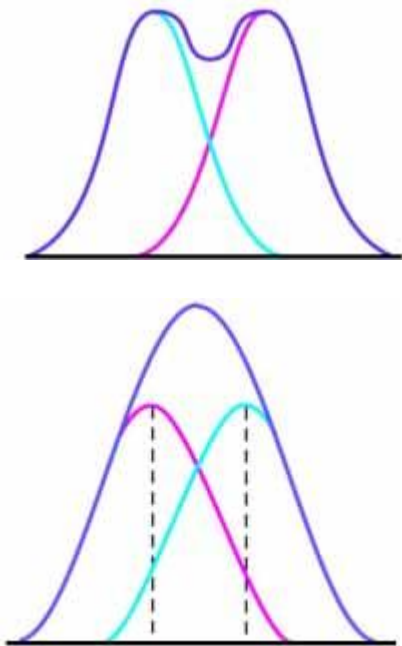
$$2d \cdot \sin \theta = m\lambda$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

# Разрешающая способность оптических приборов

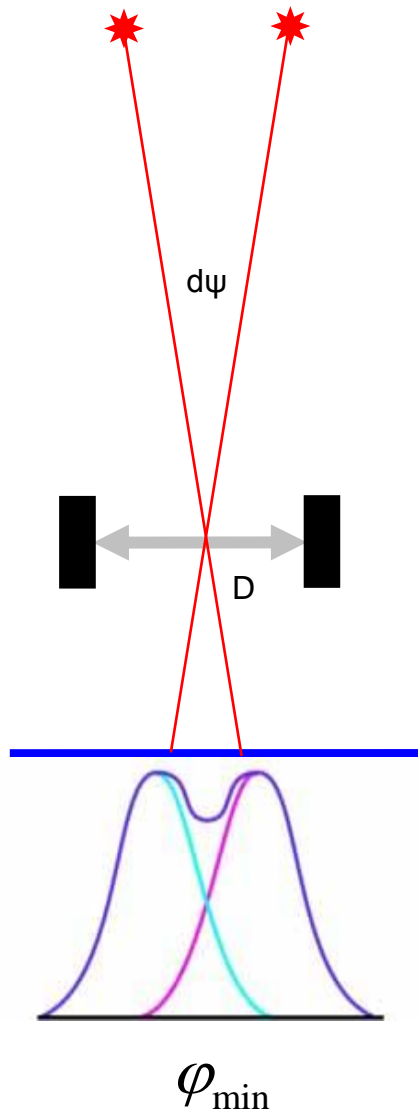
Разрешающая способность - способность оптических приборов давать отдельные изображения двух близких друг к другу одинаковых точечных источников или двух близлежащих спектральных линий с равными интенсивностями.

Разрешение оптических приборов принципиально ограничено волновой природой света. Дифракция на объективе превращает изображение точечного источника в дифракционную картину чередующихся светлых и темных колец.



Эмпирический критерий Рэля – две точки или две спектральные линии условно считаются разрешенными (наблюдаемыми порознь), если максимум интенсивности одной точки (линии) совпадает с первым минимумом интенсивности другой.

# Разрешающая способность объектива



$d\psi$  - угловой предел разрешения

$R$  - разрешающая способность

$$R = \frac{1}{d\psi}$$

$$\varphi_{\min} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

$$\varphi_{\min} = d\psi$$

$$R = \frac{D}{1.22\lambda}$$

# Разрешающая способность спектрального прибора

Пусть  $\Delta\lambda$  - абсолютное значение минимальной разности длин волн двух соседних спектральных линий, при котором эти линии регистрируются отдельно. Тогда, разрешающая способность есть

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

## Разрешающая способность дифракционной решетки

Условие максимума  $d \cdot \sin \varphi_{\max} = m\lambda_1$

Условие минимума  $d \cdot \sin \varphi_{\min} = m\lambda_2 + \frac{\lambda_2}{N}$

$$\varphi_{\min} = \varphi_{\max} \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = mN$$

$$R = mN$$