

Магнитное поле

Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции.

Расчет полей соленоида, тороида.

*Распределение магнитного поля в сечении круглого
провода с током.*

Магнитный поток.

Теорема Гаусса для магнитного поля.

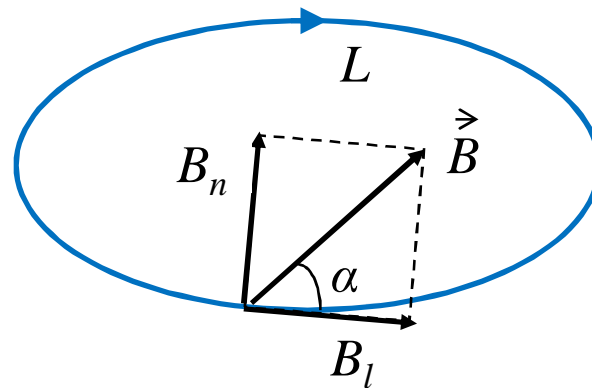
*Работа по перемещению проводников с током в
магнитном*

Циркуляция вектора

Циркуляцией вектора \vec{N} по замкнутому контуру L называется интеграл вида

$$\Gamma = \oint_L (\vec{N}, d\vec{l})$$

Циркуляция вектора магнитной индукции



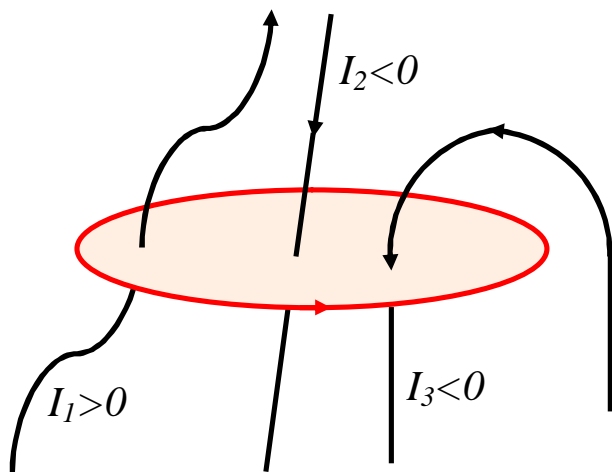
$$\oint_L (\vec{B}, d\vec{l}) = \oint_L B_l dl = \oint_L B \cos \alpha dl$$

Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции

$$\oint_L (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 \sum_{i=1}^N I_i$$

Циркуляция вектора магнитной индукции по произвольному контуру пропорциональна алгебраической сумме токов, охваченных этим контуром.

Другое название теоремы о циркуляции вектора магнитной индукции - закон полного тока для магнитного поля в вакууме.

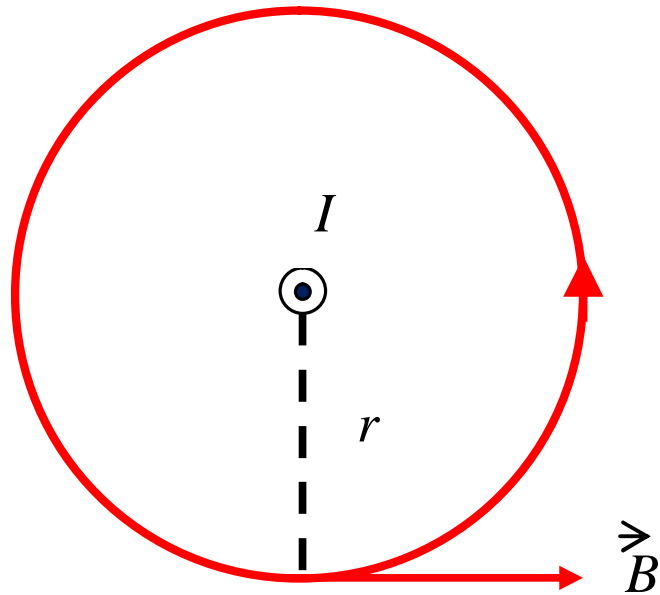


Положительным считается ток, который образует с направлением обхода правовинтовую систему.

$$\sum_{i=1}^N I_i = I_1 - I_2 - I_3$$

Магнитное поле прямого тока

Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции позволяет рассчитывать магнитную индукцию для проводников, обладающих высокой степенью симметрии. В этом смысле она аналогична теореме Гаусса в электростатике.



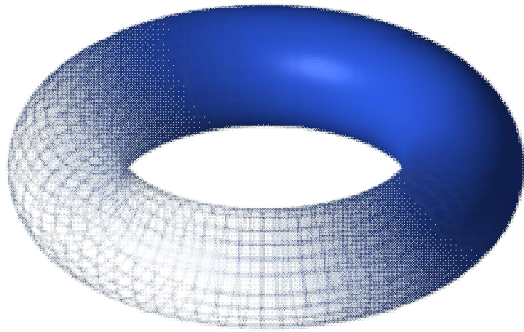
$$\cos(\vec{B}, d\vec{l}) = 1 \quad B = B(r)$$

$$\oint_L (\vec{B}, d\vec{l}) = B(r) \oint_L dl = 2\pi r B(r)$$

$$2\pi r B(r) = \mu_0 I$$

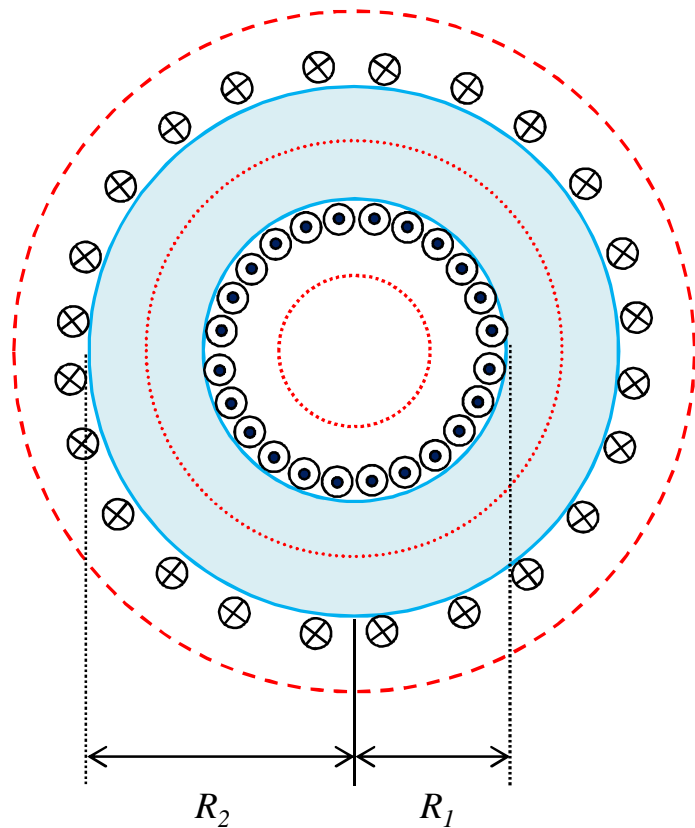
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Магнитное поле тороида



M – число проводников с током, охваченных контуром.
 $N=M/2$ – число витков обмотки тороида.

$$r > R_2 \quad \sum_{i=1}^M I_i = \sum_{k=1}^N (I_{k\uparrow} - I_{k\downarrow}) = 0$$



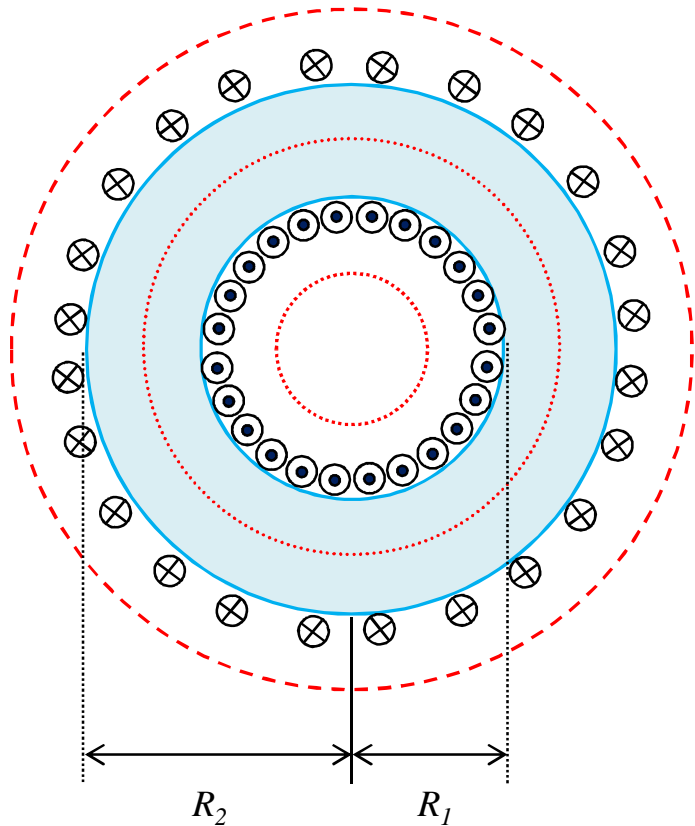
$$r < R_1 \quad \sum_{i=1}^M I_i = 0$$

$$\oint_L (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 \sum_{i=1}^N I_i$$

$$\oint_L (\vec{B}, d\vec{l}) = 0$$

$$B = 0$$

Магнитное поле тороида



$$R_1 < r < R_2$$

$$\sum_{i=1}^M I_i = \sum_{k=1}^N I_{k\uparrow} = NI$$

$$\oint_L (\vec{B}, d\vec{l}) = B(r) 2\pi r = \mu_0 NI$$

$$n = \frac{N}{2\pi r}$$

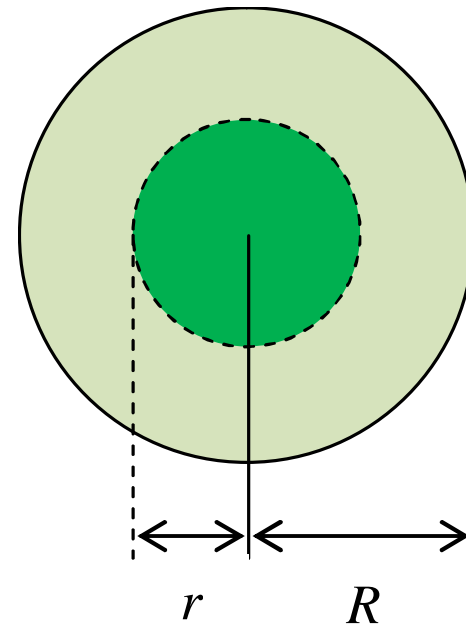
$$B = \mu_0 nI$$

Распределение магнитного поля в сечении круглого проводника с током

$$j = \text{const}$$

$$I = \pi R^2 j$$

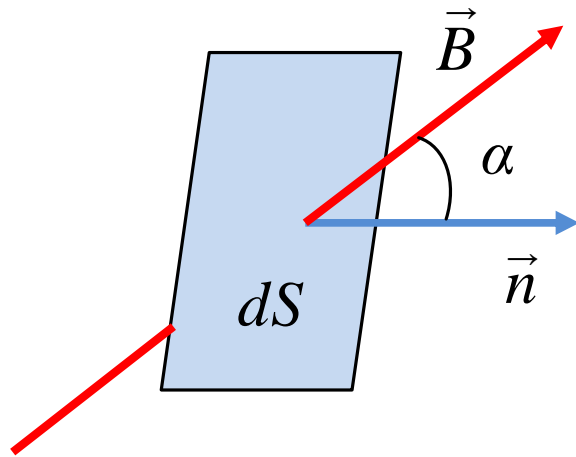
$$I_r = I \left(\frac{r}{R} \right)^2$$



$$\oint_L (\vec{B}, d\vec{l}) = B(r) 2\pi r = \mu_0 I_r$$

$$B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{r}{R^2} I$$

Магнитный поток



$$d\vec{S} = \vec{n}dS$$

$$d\Phi = (\vec{B}, d\vec{S})$$

$$d\Phi = B \cos \alpha dS$$

Элементарный поток $d\Phi$ сквозь площадку dS есть скалярное произведение вектора магнитной индукции на вектор нормали к площадке и ее площади.

Размерность потока - Вебер, $[Вб] = [Тл \cdot м^2]$.

Магнитный поток

Полный поток сквозь замкнутую поверхность равен интегралу по этой поверхности

$$\Phi = \oint_S (\vec{B}, d\vec{S})$$

Для замкнутых поверхностей положительной нормалью считается внешняя нормаль.

Поток - алгебраическая величина. Поток может быть положительным, отрицательным и равным нулю.

Магнитный поток, создаваемый контуром с током сквозь поверхность, ограниченную им самим, всегда положителен.

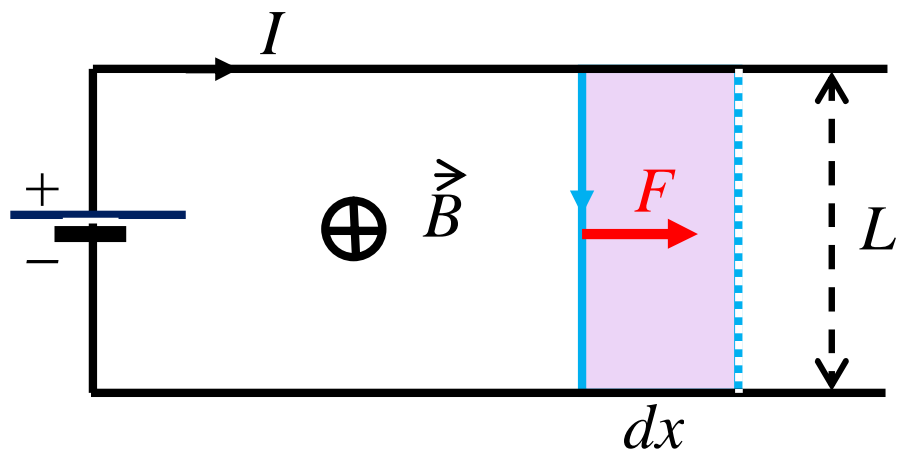
Теорема Гаусса для магнитного поля

$$\oint_S (\vec{B}, d\vec{S}) = 0$$

Полный поток вектора магнитной индукции сквозь любую замкнутую поверхность равен нулю.

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

На проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера. Если проводник не закреплен, то он будет перемещаться. Следовательно, магнитное поле совершает работу по перемещению проводника с током.



$$F = IBL$$

$$dA = Fdx = IBLdx$$

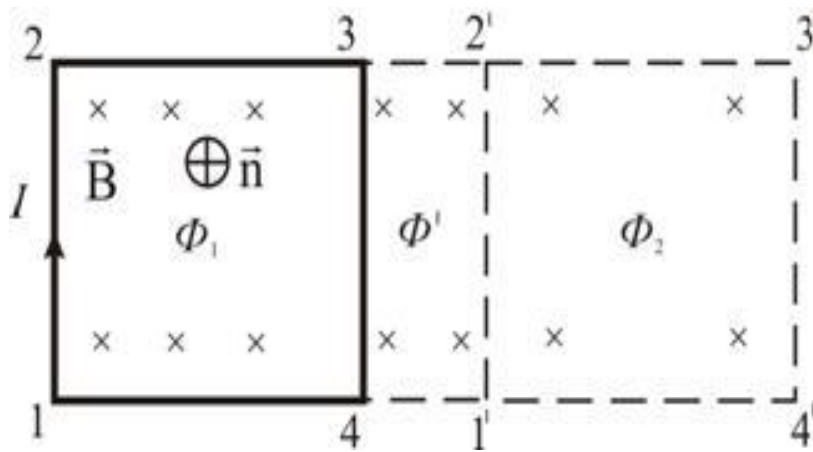
$$dS = Ldx \quad d\Phi = BdS$$

$$dA = Id\Phi$$

Работа по перемещению проводника с током равна произведению тока на магнитный поток, пересекаемый проводником.

Вывод остается справедливым для проводника любой формы и произвольного расположения его относительно вектора магнитной индукции.

Работа по перемещению контура с током в магнитном поле



$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41}$$

$$A_{23} = A_{41} = 0$$

$$A_{34} = I(\Phi' + \Phi_2)$$

$$A_{12} = -I(\Phi_1 + \Phi')$$

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1)$$

$$A = I\Delta\Phi$$

Работа, совершаемая при перемещении замкнутого контура с током в магнитном поле, равна произведению величины тока на изменение магнитного потока, сцепленного с этим контуром.