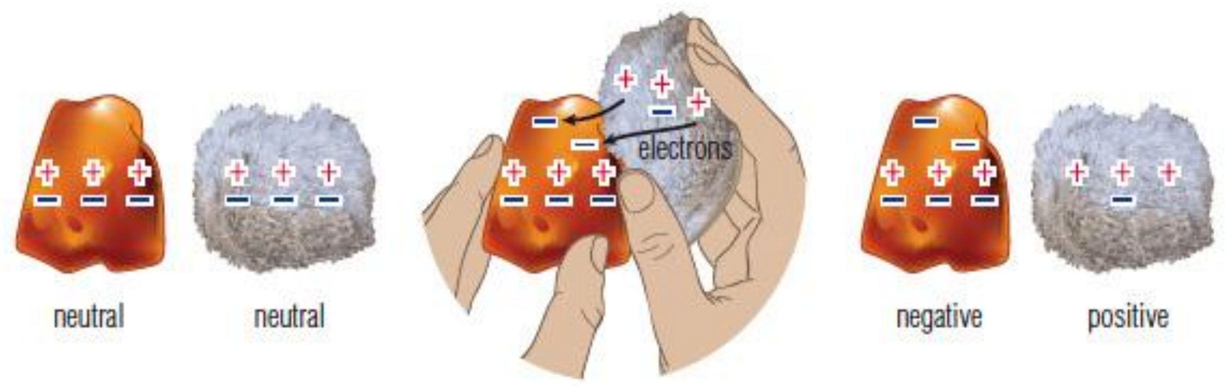
Лекция 21

Электростатика.

Закон Кулона. Напряженность электрического поля. Потенциал электрического поля.

Два вида заряда



Натираем стекло шелком, а янтарь – шерстью:

✓янтарь – янтарь ОТТАЛКИВАЮТСЯ;

✓стекло – стекло ОТТАЛКИВАЮТСЯ;

✓стекло – янтарь ПРИТЯГИВАЮТСЯ;

Электрон – древнегреческое название янтаря.

В целях классификации заряды можно назвать, например, так: “стеклянный” и “янтарный”, но более точными оказались названия отрицательный и положительный.

Электризация

Обычно тела электрически нейтральны, поскольку содержат заряды обоих типов в одинаковом количестве. Трение в нашем примере не создает электрические заряды, а лишь перераспределяет их.

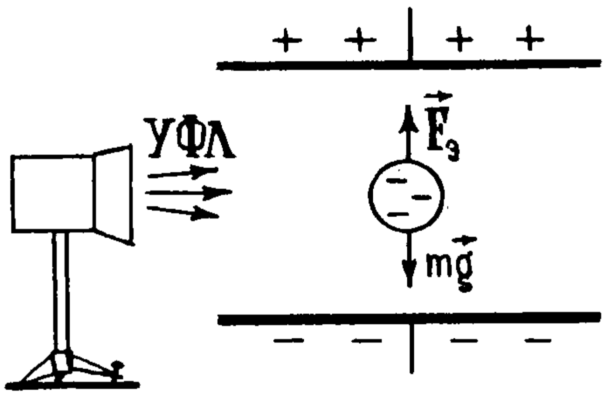
Электризация – процесс создания избытка зарядов одного знака на теле (трение, прикосновение, индукция).

Электрический заряд – скалярная величина.

Электростатика – раздел физики, в котором изучаются свойства и взаимодействие неподвижных электрически заряженных тел.

Опыт Милликена

Электрический заряд дискретен. Любой электрический заряд кратен элементарному электрическому заряду.



$$e = 1.60217 \cdot 10^{-19}\,Кл$$

Заряд электрона, одной из основных структурных единиц вещества, равен элементарному электрическому заряду.

В СИ единица измерения заряда – Кулон, [Кл]. 1 Кл равен электрическому заряду, проходящему через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А за время 1 с.

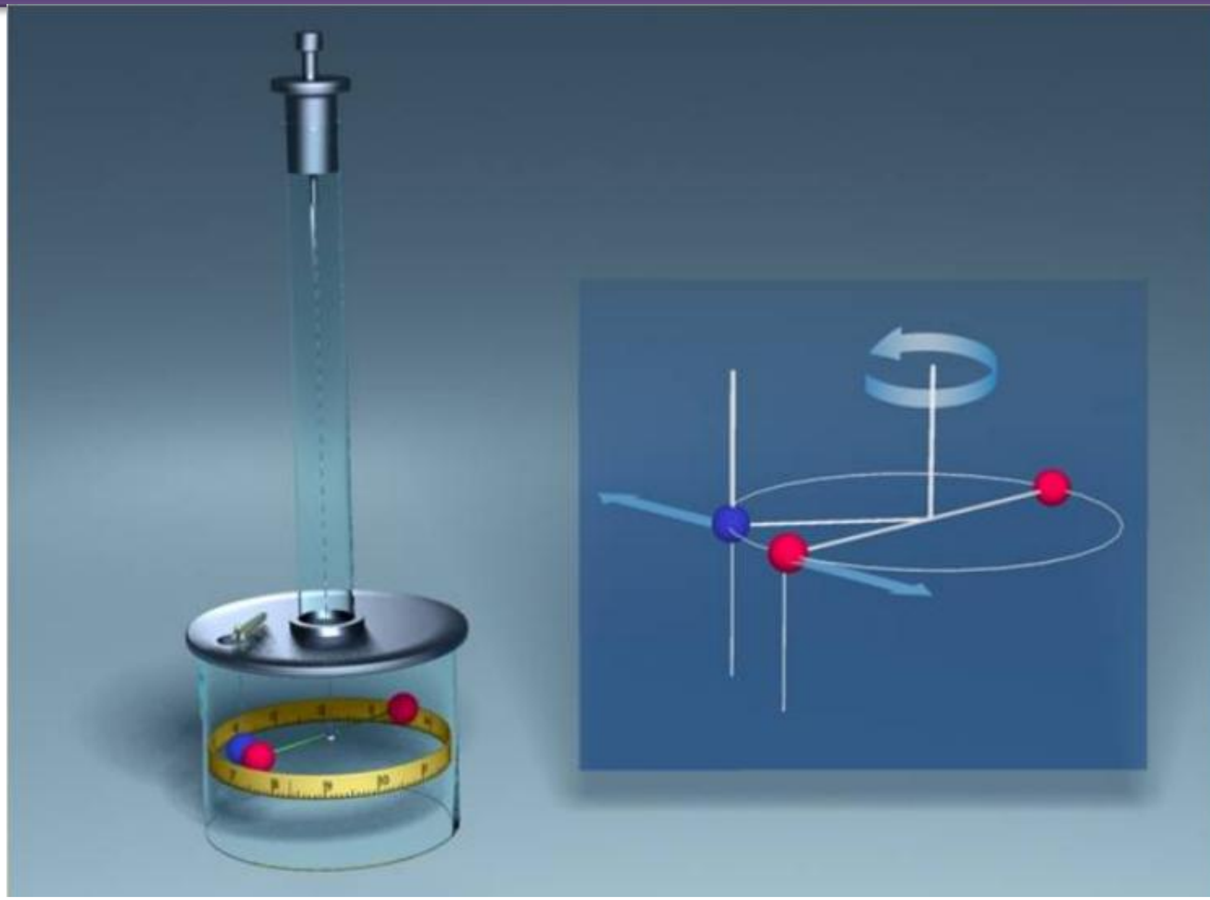
Закон сохранения заряда (Фарадей)

Алгебраическая сумма зарядов замкнутой системы остается неизменной с течением времени.

Релятивистская инвариантность электрического заряда

Электрический заряд одинаков во всех системах отсчета. Движение, в том числе и со скоростями близкими к скорости света, не изменяет величину заряда.

Закон Кулона



Сила взаимодействия зависит от:

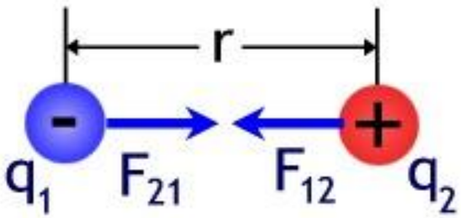
✓величины зарядов;

✓расстояния между ними;

✓окружающей среды.

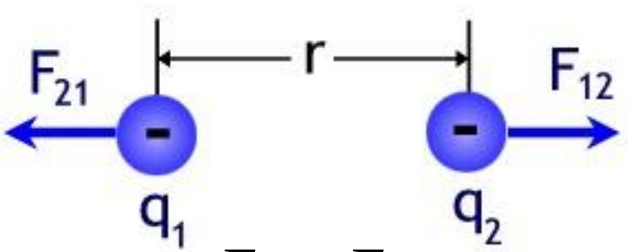
Закон Кулона (вакуум)

Точечный заряд – это заряд, размерами которого в данной задаче можно пренебречь.



$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r^3}\vec{r}$$

электрическая постоянная $\varepsilon_o = 8.85 \cdot 10^{-12}\ Ф/м$



$$F_{12} = F_{21}$$

Два точечных заряда притягиваются, если знаки зарядов разные, и отталкиваются, если знаки одинаковые. Сила взаимодействия пропорциональна величине зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Сила направлена вдоль прямой, соединяющей эти заряды.

Закон Кулона (среда)

В однородной изотропной среде сила взаимодействия уменьшается. Относительная диэлектрическая проницаемость показывает, во сколько раз сила взаимодействия электрических зарядов в среде меньше, чем в вакууме.

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r^3}\vec{r}$$

$\varepsilon = 1$ вакуум

$\varepsilon > 1$ среда

Вещество	Проницаемость
Вакуум	1
Воздух	1,0006
Углекислый газ	1,0009
Стекло	3,7-10
Вода	81
Парафин	2,0-3,0

Электрическое поле

Концепция дальнодействия: тела действуют друг на друга через пустоту, на любом расстоянии с бесконечно большой скоростью. Материальные посредники взаимодействия отсутствуют.

Концепция близкодействия: взаимодействие передается посредником (полем), а скорость распространения возмущения поля конечна.

Электрический заряд порождает в окружающем пространстве непрерывную материю – электрическое поле.

Электрическое поле – форма существования материи, посредством которой осуществляется взаимодействие зарядов.

Напряженность электрического поля

Количественной характеристикой электрического поля служит векторная физическая величина – напряженность электрического поля.

Напряженность электрического поля – сила, действующая на пробный точечный единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля.

$$\vec{E} = \vec{F}/q_0 \qquad [Н/Кл] = [В/м]$$

Напряженность – силовая характеристика поля.

На заряд, помещенный в электрическое поле, действует сила

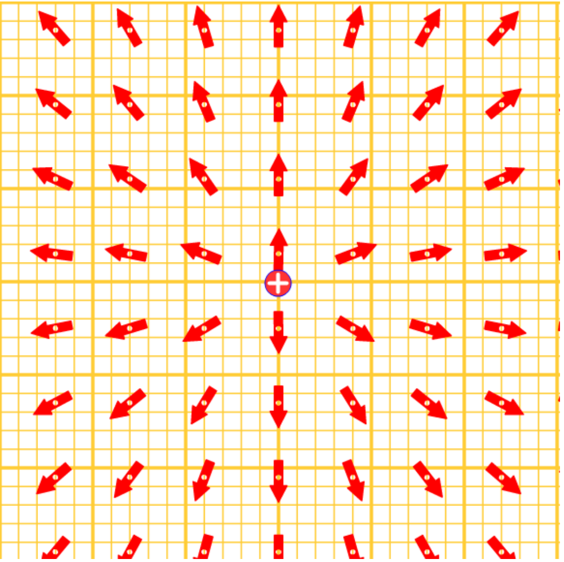
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Поле точечного заряда

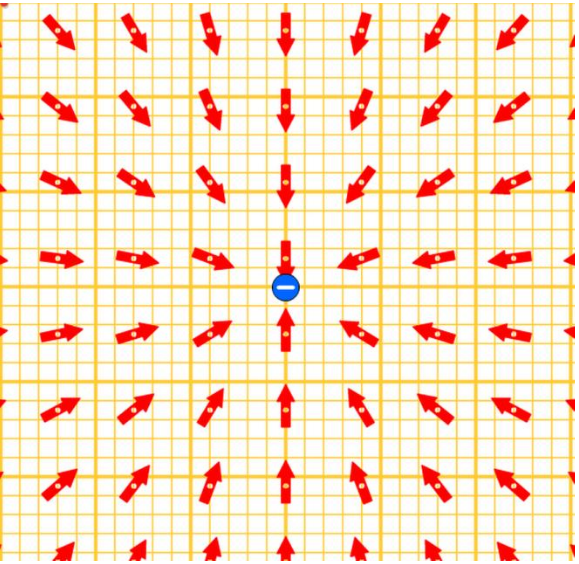
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o}\frac{qq_0}{r^3}\vec{r}$$

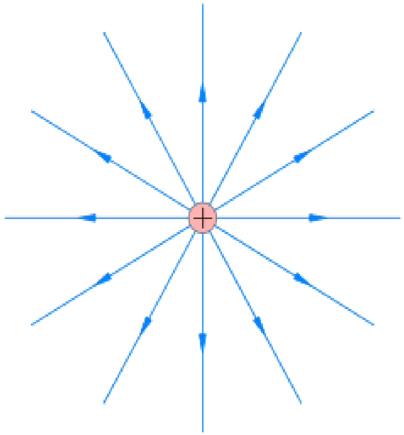
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o}\frac{q}{r^3}\vec{r}$$

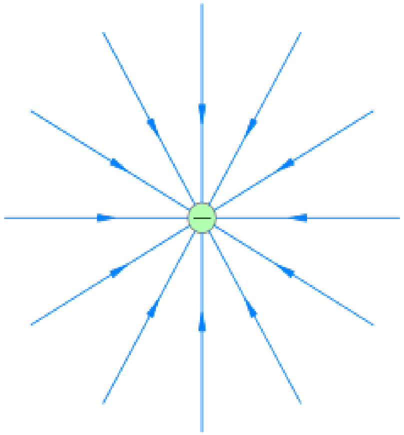
Визуализации векторного поля



Силовая линия (линия напряженности) - воображаемая линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора напряженности.







Силовые линии:

✓начинаются на положительных зарядах, оканчиваются на отрицательных либо уходят в бесконечность;

✓не замкнуты;

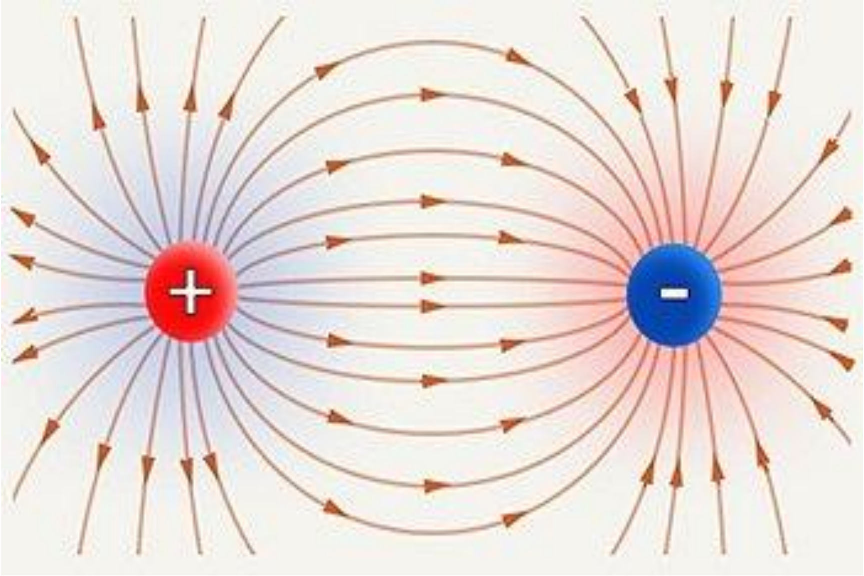
✓не пересекаются;

✓сгущаются там, где напряженность поля больше.

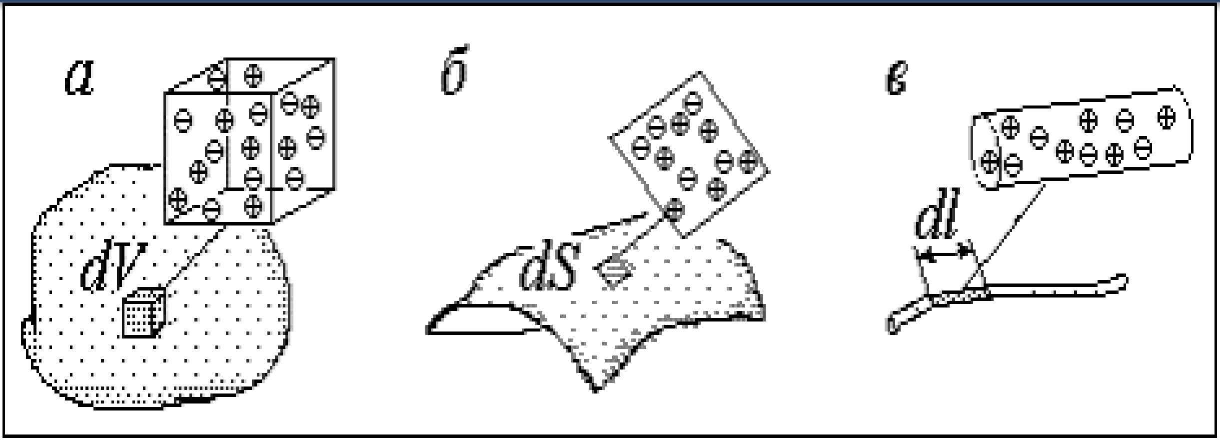
Принцип суперпозиции

Напряженность электростатического поля системы точечных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, которые создавал бы каждый из этих зарядов в отсутствии остальных.

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i \qquad \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o} \frac{q_i}{r_i^3} \vec{r}_i$$



Макроскопическое заряженное тело



$$\vec{E} = \int d\vec{E}$$

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o}\frac{\vec{r}}{r^3}dq$$

$dq = \rho dV$ $\qquad$ $dq = \sigma dS$ $\qquad$ $dq = \tau dl$

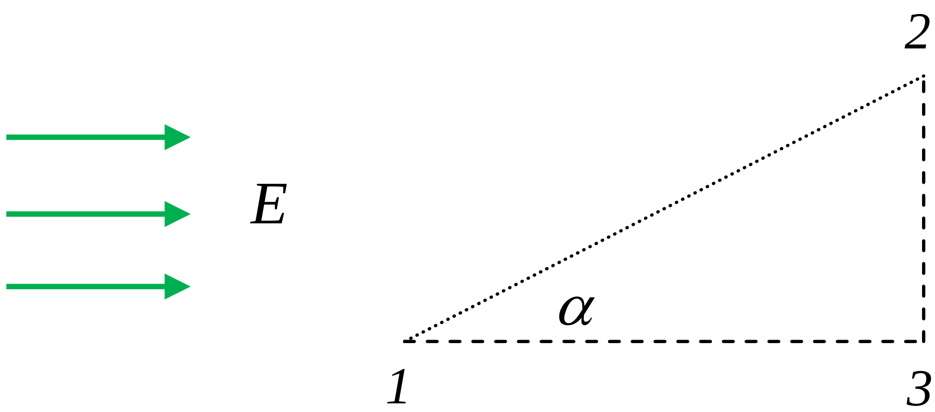
ρ - объемная плотность заряда (заряд единицы объема).

σ - поверхностная плотность заряда (заряд единицы поверхности).

τ - линейная плотность заряда (заряд единицы длины).

Перемещение заряда в электростатическом поле

Однородное электрическое поле. Перемещаем заряд из 1 в 2.



$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$A = FS\cos\alpha$$

1 → 2 $$A_{12} = qES_{12}\cos\alpha = qES_{13}$$

$$A_{12} = A_{13} + A_{32}$$

1 → 3 $$A_{13} = qES_{13}\cos 0 = qES_{13}$$

1 → 3 → 2 → 1

3 → 2 $$A_{32} = qES_{32}\cos(\pi/2) = 0$$

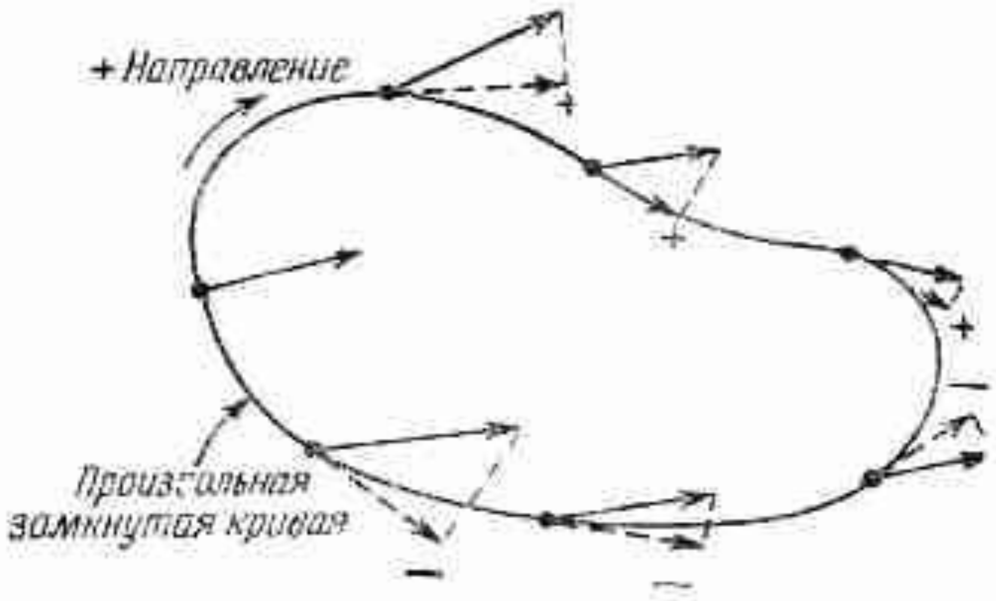
$$A_{13} + A_{32} - A_{12} = 0$$

$$\oint_L dA = \oint_L \left(q\vec{E}, d\vec{l}\right) = 0$$

Работа сил электростатического поля по перемещению заряда не зависит от траектории.

Такие поля называются потенциальными.

Теорема о циркуляции вектора напряженности электрического поля



Циркуляцией вектора $\vec{N}$ по замкнутому контуру L называется интеграл

$$\Gamma = \oint_L \left(\vec{N}, d\vec{l} \right)$$

Циркуляция вектора напряженности электрического поля равна нулю.

$$\oint_L \left(\vec{E}, d\vec{l} \right) = 0$$

Потенциал электрического поля

Разность потенциалов между точками 1 и 2 есть работа по перемещению пробного точечного единичного положительного заряда между ними.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q_0}$$

Потенциал электрического поля в точке есть работа сил поля по перемещению пробного точечного единичного положительного заряда из данной точки на бесконечность

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{A_{r\infty}}{q_0} \qquad \varphi(\infty) = 0$$

Потенциальная энергия

В потенциальных полях работа сил поля совершается за счет убыли потенциальной энергии

$$A_{12} = W_1 - W_2 = -\Delta W$$

$$W_1 = q_0 \varphi_1 \qquad\qquad W_2 = q_0 \varphi_2$$

Точечный заряд в электрическом поле в точке с потенциалом обладает потенциальной энергией

$$W = \varphi q$$

Потенциал электростатического поля – энергетическая характеристика.

Принцип суперпозиции

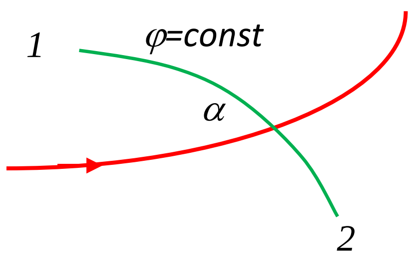
$$\varphi = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i$$

Потенциал электрического поля системы точечных зарядов равен алгебраической сумме потенциалов электрических полей, созданных каждым зарядом в отдельности.

Визуализация скалярного поля

Эквипотенциальная поверхность (линия) - это поверхность (линия), на которой потенциал электрического поля неизменен.

Переместим заряд вдоль эквипотенциальной линии



$$\left.\begin{aligned} dA &= q\,d\varphi = 0 \\ dA &= qE\cos\alpha\, dl \end{aligned}\right\} \quad \alpha = \pi/2$$

Силовые линии и эквипотенциальные поверхности ортогональны.

Связь между потенциалом и напряженностью электрического поля

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k}$$

Переместим заряд вдоль оси x $\quad dx = x_2 - x_1 \quad d\vec{r} = dx \cdot \vec{i}$

$$dA = q_0 \left(\vec{E}, d\vec{r} \right)$$

$$dA = q_0 \left(E_x \left(\vec{i}, \vec{i} \right) + E_y \left(\vec{j}, \vec{i} \right) + E_z \left(\vec{k}, \vec{i} \right) \right) dx$$

$$\left(\vec{j}, \vec{i} \right) = \left(\vec{k}, \vec{i} \right) = 0$$

$$\left(\vec{i}, \vec{i} \right) = 1$$

$$\left. \begin{aligned} &dA = q_0 E_x dx \\ &dA = q_0 \left(\varphi_1 - \varphi_2 \right) = -q_0 d\varphi \end{aligned} \right\} \quad E_x dx = -d\varphi$$

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx}$$

Связь между потенциалом и напряженностью электрического поля

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k} \right)$$

$$\vec{E} = -grad\varphi = -\nabla\varphi$$

Сферическая система координат

Любой вектор, в том числе и вектор напряженности электрического поля, в сферической системе координат можно представить как

$$\vec{E} = E_r \vec{e}_r + E_\theta \vec{e}_\theta + E_\varphi \vec{e}_\varphi$$

Оператор градиента в сферической системе координат имеет вид

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\vec{e}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \varphi}\vec{e}_\varphi$$

Потенциал точечного заряда

$$\vec{E}(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o}\frac{q}{r^3}\vec{r}$$

$$E=-\frac{d\varphi}{dr}$$

$$\frac{d\varphi}{dr}=-\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}$$

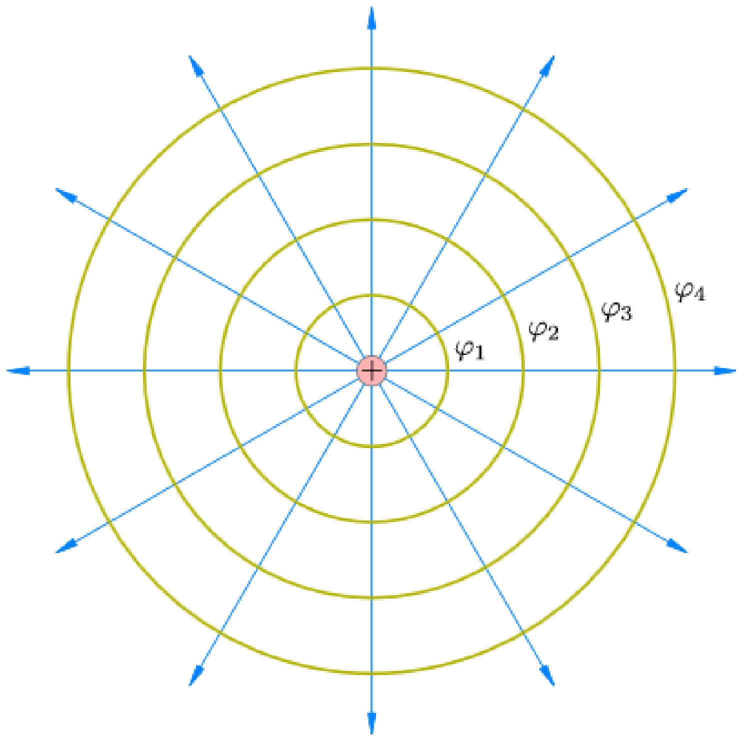
$$\varphi(r)=-\frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o}\int\frac{dr}{r^2}+C$$

$$\varphi(r)=\frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r}+C$$

$$\varphi(\infty)=0$$

$$C=0$$

Потенциал точечного заряда



$$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r}$$