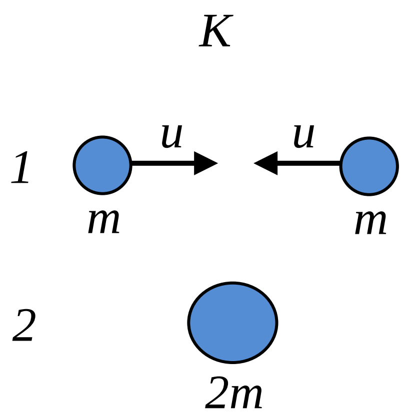
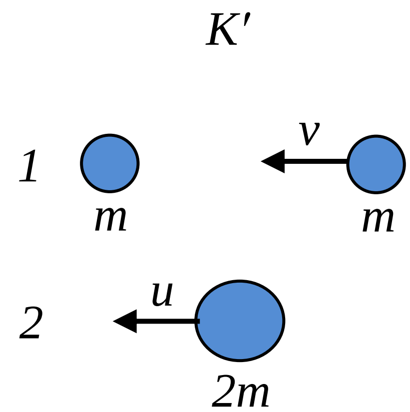
Лекция 10

Релятивистская динамика.
Релятивистский импульс.
Кинетическая энергия релятивистской частицы.
Закон взаимосвязи массы и энергии.
Энергия покоя. Столкновение частиц.

Две частицы, обладающие одинаковой массой, движутся навстречу друг другу.





$$p_1 = mu - mu = 0$$

$$p_2 = 2m \cdot 0 = 0$$

$$V = \frac{-u-u}{1-\left(u/c^2\right)\left(-u\right)}$$

$$p_1' = 0 \cdot m - \frac{2u}{1+u^2/c^2}m$$

$$p_2' = -2mu$$

!

В системе K' нарушается закона сохранения импульса. Проблема заключается в непоследовательном сочетании классического выражения для импульса и релятивистского закона сложения скоростей.

Основные положения релятивистской динамики

Измерения Томсона удельного заряда электрона показали, что его масса зависит от скорости.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

где m_0 – масса покоя

Определим релятивистский импульс как -

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{V}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Уравнение движения, запишем в виде

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Рассчитаем работу, которую нужно выполнить, для того, чтобы разогнать материальную точку из состояния покоя до некоторой скорости.

$$dA=\left(\bar{F},d\bar{r}\right)=\left(\bar{F},\vec{V}dt\right)=\left(\bar{F}dt,\vec{V}\right)=\left(d\bar{P},\vec{V}\right)$$

$$d\vec{p}=\frac{m_0 d\vec{V}}{\sqrt{1-\beta^2}}+\frac{m_0 V^2 d\vec{V}}{c^2\left(1-\beta^2\right)^{3/2}}=\frac{m_0 d\vec{V}}{\left(1-\beta^2\right)^{3/2}}$$

$$dA=\frac{m_0 VdV}{\left(1-\beta^2\right)^{3/2}}=\frac{m_0 c^2 d\beta^2}{2\left(1-\beta^2\right)^{3/2}}=-\frac{m_0 c^2 d\left(1-\beta^2\right)}{2\left(1-\beta^2\right)^{3/2}}=m_0 c^2 d\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)$$

$$dA = d\left(\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) \Rightarrow dA = dE$$

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = mc^2$$ полная энергия

$$E(0) = m_0 c^2$$ энергия покоя

$$E \approx m_0 c^2 + \frac{m_0 v^2}{2} + \ldots$$

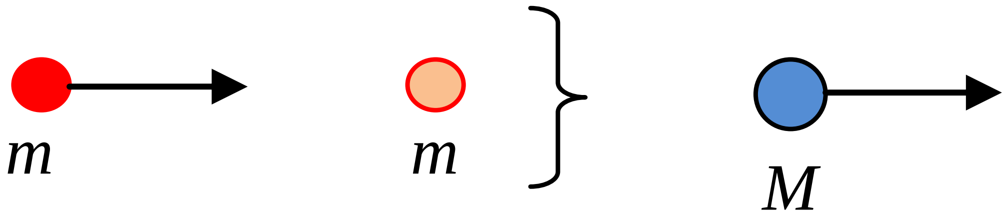
$$T = E - m_0 c^2$$ кинетическая энергия

Связь энергии и импульса

$$E^2 - (cp)^2 = \frac{(m_0c^2)^2}{1-\beta^2} - \frac{(m_0cv)^2}{1-\beta^2} = (m_0c^2)^2$$

$$E^2 - (cp)^2 = m_0^2c^4 = inv$$ *релятивистский инвариант*

Столкновение релятивистских частиц



Расчеты, основанные на законе сохранения энергии и импульса, показывают, что масса покоя составной частицы превышает суммарную массу компонент.

$$M_0 > 2m_0$$

Закон сохранения энергии:

$$E_1 = E_2$$

$$E_1 = m_0c^2 + \left(T + m_0c^2\right)$$

$$E_2 = \frac{M_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Закон сохранения импульса:

$$p_1 = p_2$$

$$p_1^2 = \left(\frac{T + m_0c^2}{c}\right)^2 - \left(m_0c\right)^2$$

$$p_2^2 = \left(\frac{E_2}{c}\right)^2 - \left(M_0c\right)^2$$

$$\left(\frac{T + m_0c^2}{c}\right)^2 - \left(m_0c\right)^2 = \left(\frac{E_2}{c}\right)^2 - \left(M_0c\right)^2$$

$$\left(M_0c^2\right)^2 = \left(m_0c^2 + \left(T + m_0c^2\right)\right)^2 - \left(T + m_0c^2\right)^2 + \left(m_0c^2\right)^2$$

$$\left(M_0c^2\right)^2 = 2m_0c^2\left(T + m_0c^2\right) + 2\left(m_0c^2\right)^2$$

$$M_0^2 = 2m_0\left(T/c^2 + 2m_0\right)$$

$$M_0 = \sqrt{2m_0\left(2m_0 + T/c^2\right)}$$

$$M_0 > 2m_0$$

Из закона сохранения энергии найдем скорость составной частицы

$$\frac{M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = m_0 c^2 + \left(T + m_0 c^2\right)$$

$$u = c\sqrt{\frac{T}{2m_0 c^2 + T}}$$