

Лекция 8

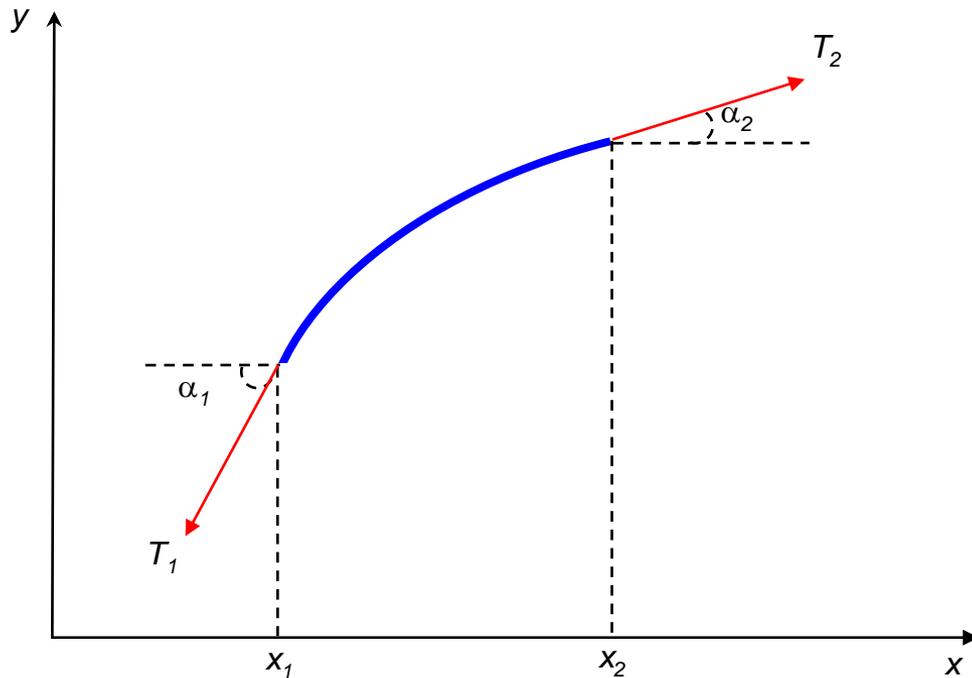
Волны на струне.

Стоячие волны.

Волны в среде.

Эффект Доплера.

Волна на струне



$$\rho = \text{const}$$

$$y = U(x)$$

$$F_y = T_2 \sin \alpha_2 - T_1 \sin \alpha_1$$

$$F_x = T_2 \cos \alpha_2 - T_1 \cos \alpha_1$$

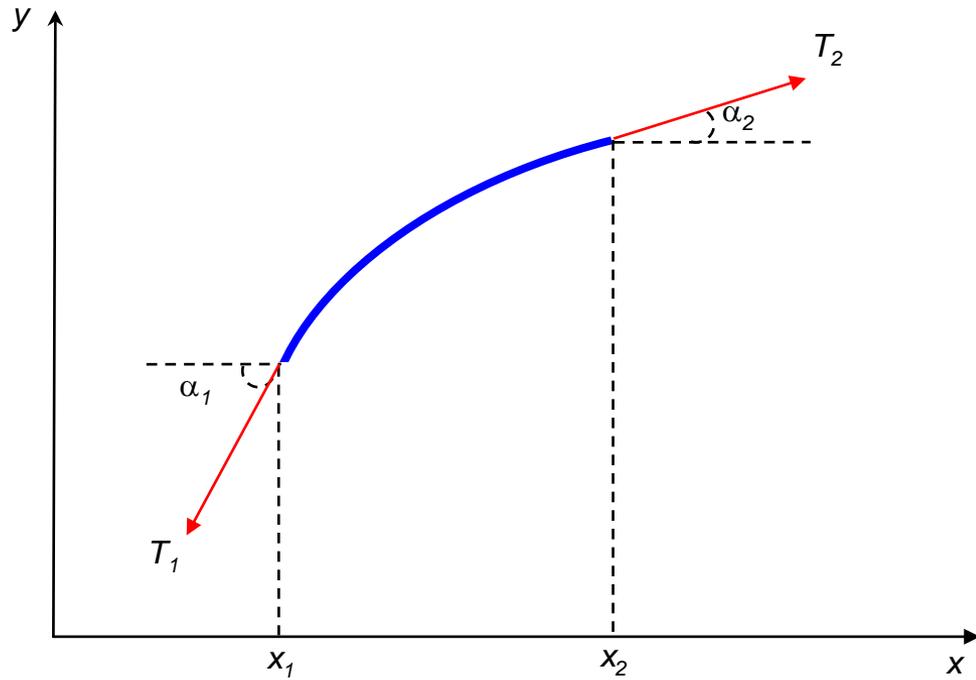
$$T_0 = T_1 = T_2 \quad \alpha_1 \ll 1 \quad \alpha_2 \ll 1$$

$$\lim_{x_1 \rightarrow x_2} F_x = 0$$

$$m \approx \rho(x_2 - x_1)$$

$$\sin \alpha_1 \approx \operatorname{tg} \alpha_1 = \left. \frac{dU(x)}{dx} \right|_{x_1}$$

$$\sin \alpha_2 \approx \operatorname{tg} \alpha_2 = \left. \frac{dU(x)}{dx} \right|_{x_2}$$



$$F_y = T_0 \left(\left. \frac{dU(x)}{dx} \right|_{x_2} - \left. \frac{dU(x)}{dx} \right|_{x_1} \right)$$

$$\frac{F_y}{m} = \lim_{x_1 \rightarrow x_2} \frac{T_0 \left(\left. \frac{dU(x)}{dx} \right|_{x_2} - \left. \frac{dU(x)}{dx} \right|_{x_1} \right)}{\rho(x_2 - x_1)} = c^2 \frac{d^2 U}{dx^2}$$

$$c = \sqrt{T_0 / \rho}$$

$$U = U(x, t)$$

$$a = \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}$$

Волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

Бегущая волна

$$U(x, t) = U_0 \sin(\omega t \pm kx)$$

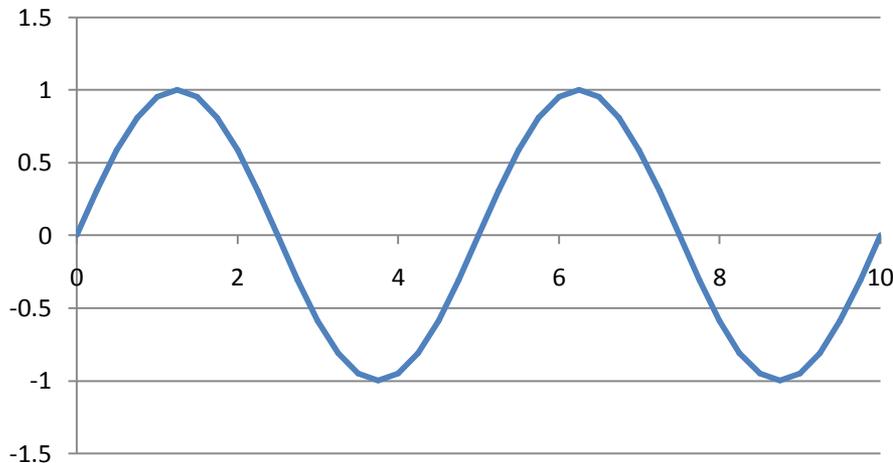
$$\omega = kc$$

$$U(0, t) = U_0 \sin \omega t$$

колебания источника

$$U(x_1, t) = U_0 \sin \omega t'$$

$$t' = t - x_1/c$$



$$kx = \pm 2\pi n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\lambda = 2\pi/k = c 2\pi/\omega = cT$$

СТОЯЧИЕ ВОЛНЫ

$$y_1(x, t) = A \sin(\omega t - kx)$$

$$y_2(x, t) = A \sin(\omega t + kx)$$

$$y = y_1 + y_2 = 2A \cos(kx) \sin(\omega t)$$

$$y = 2A \cos(2\pi x / \lambda) \sin(\omega t)$$

$$\lambda = 2\pi / k$$

Пучность

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = \pm m\pi, \quad m=0, 1, 2, \dots$$

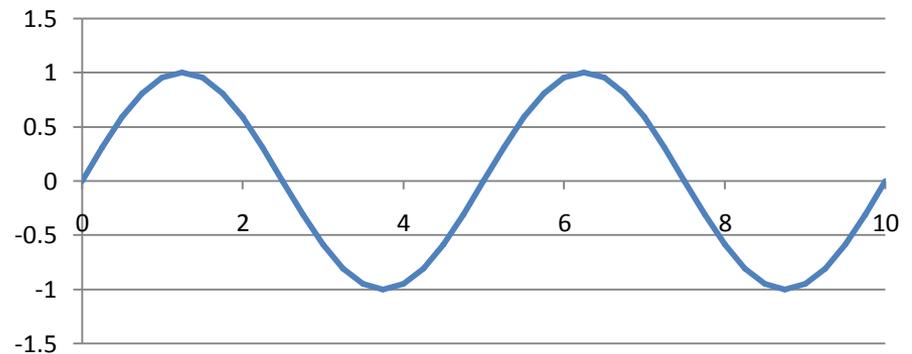
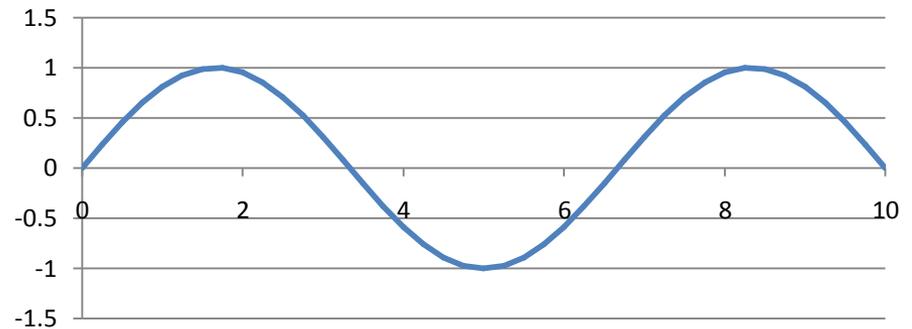
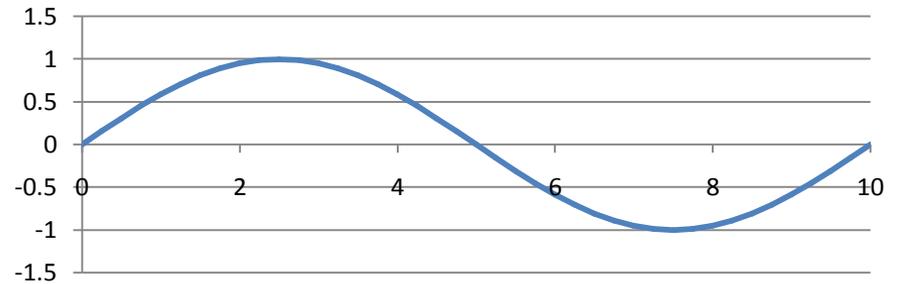
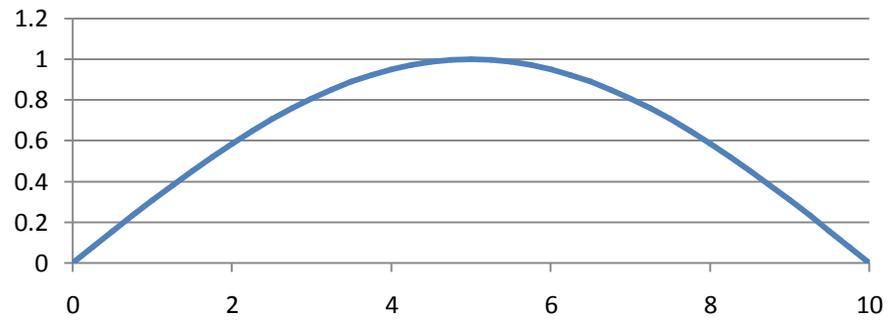
Узел

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \pi, \quad m=0, 1, 2, \dots$$

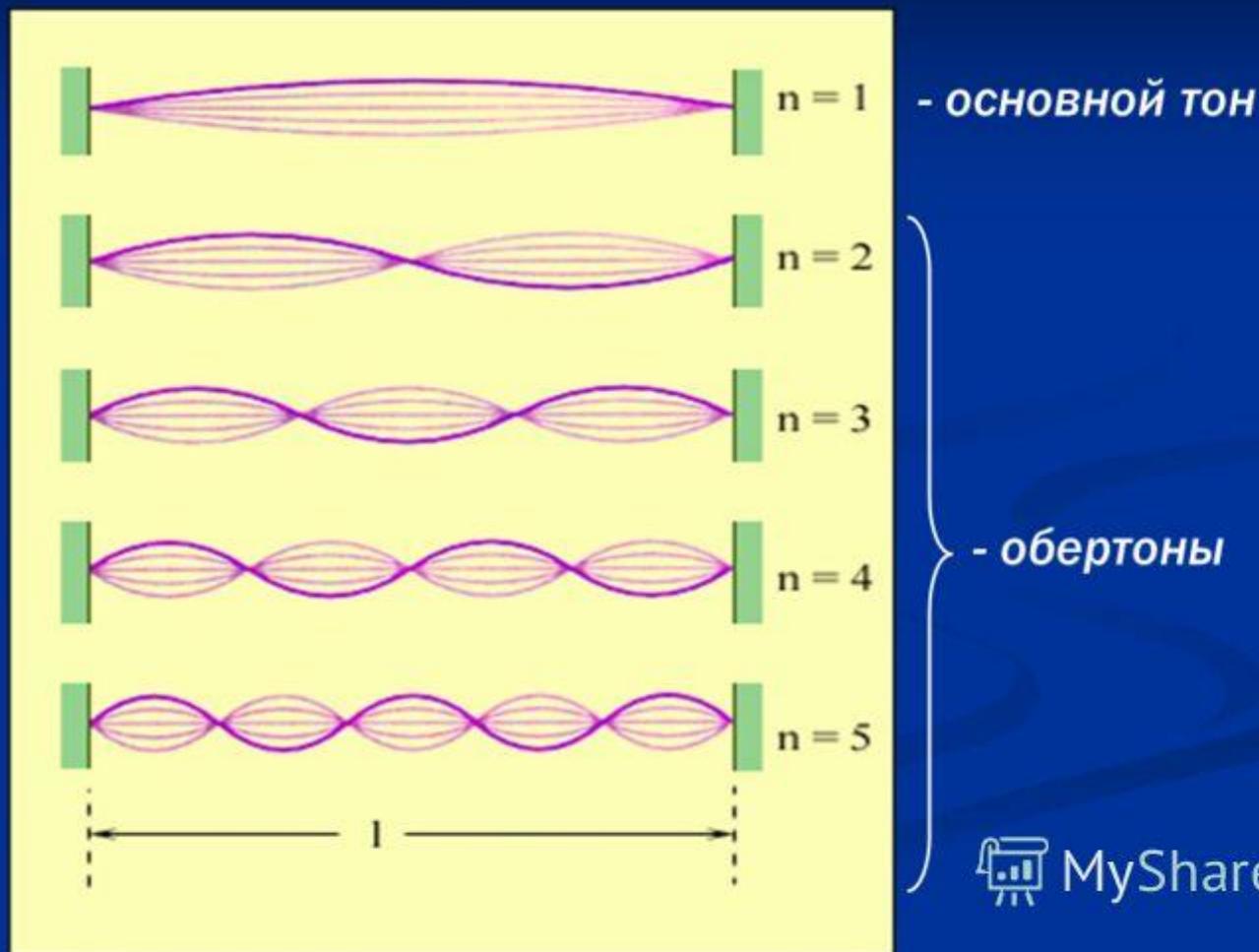
$$L = m \frac{\lambda}{2}, \quad m=1,2,\dots$$

$$\lambda_m = 2L/m$$

$$v_m = c/\lambda_m = cm/(2L)$$



Первые пять нормальных мод колебаний струны, закрепленной на обоих концах



Волны в упругих средах

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = c^2 \Delta U$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Оператор Лапласа

Волны переносят энергию, но не переносят массу.

Волновая поверхность — геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе.

Волновой фронт — волновая поверхность, первой приходящая в невозмущенную область пространства.

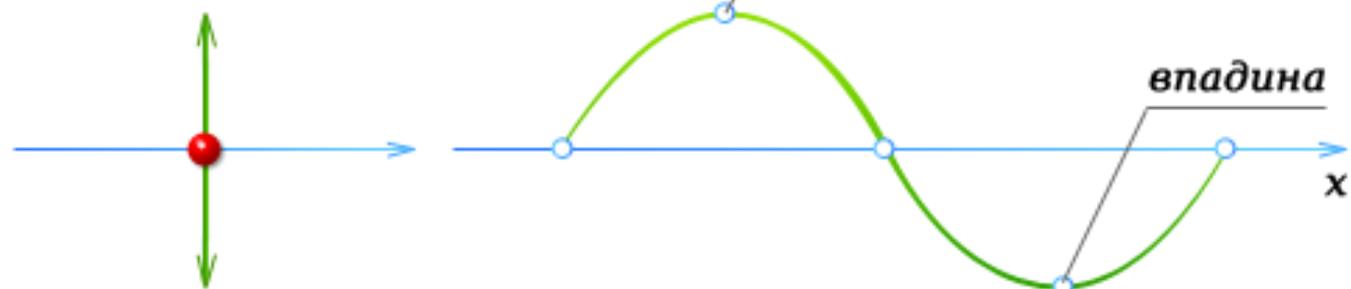
Плоская волна

$$U(x, t) = A \sin(\omega t \pm kx)$$

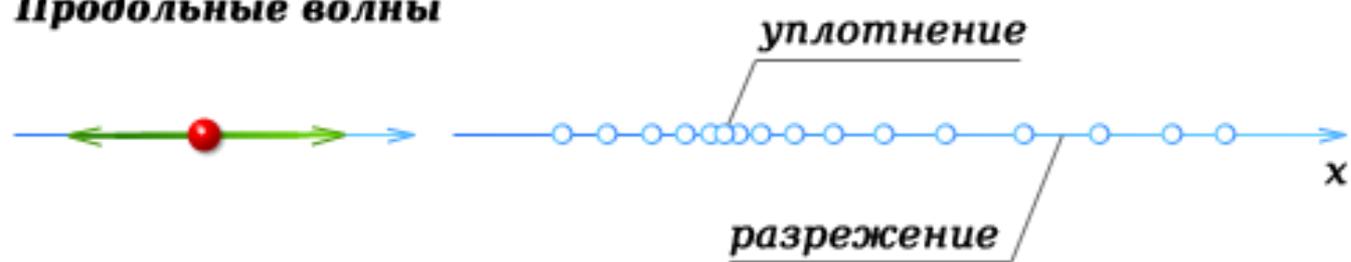
Сферическая волна

$$U(r, t) = \frac{A}{r} \sin(\omega t \pm kr)$$

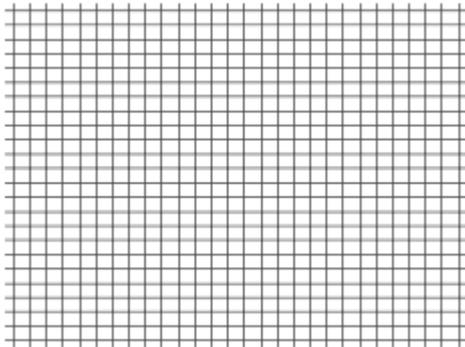
Поперечные волны



Продольные волны

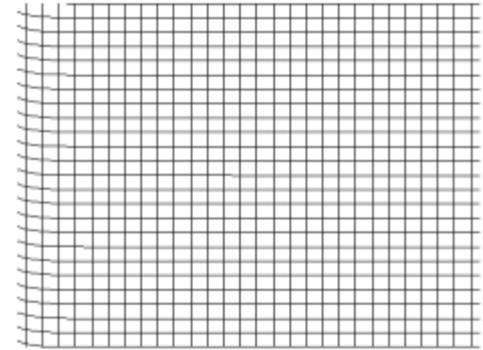


Продольные



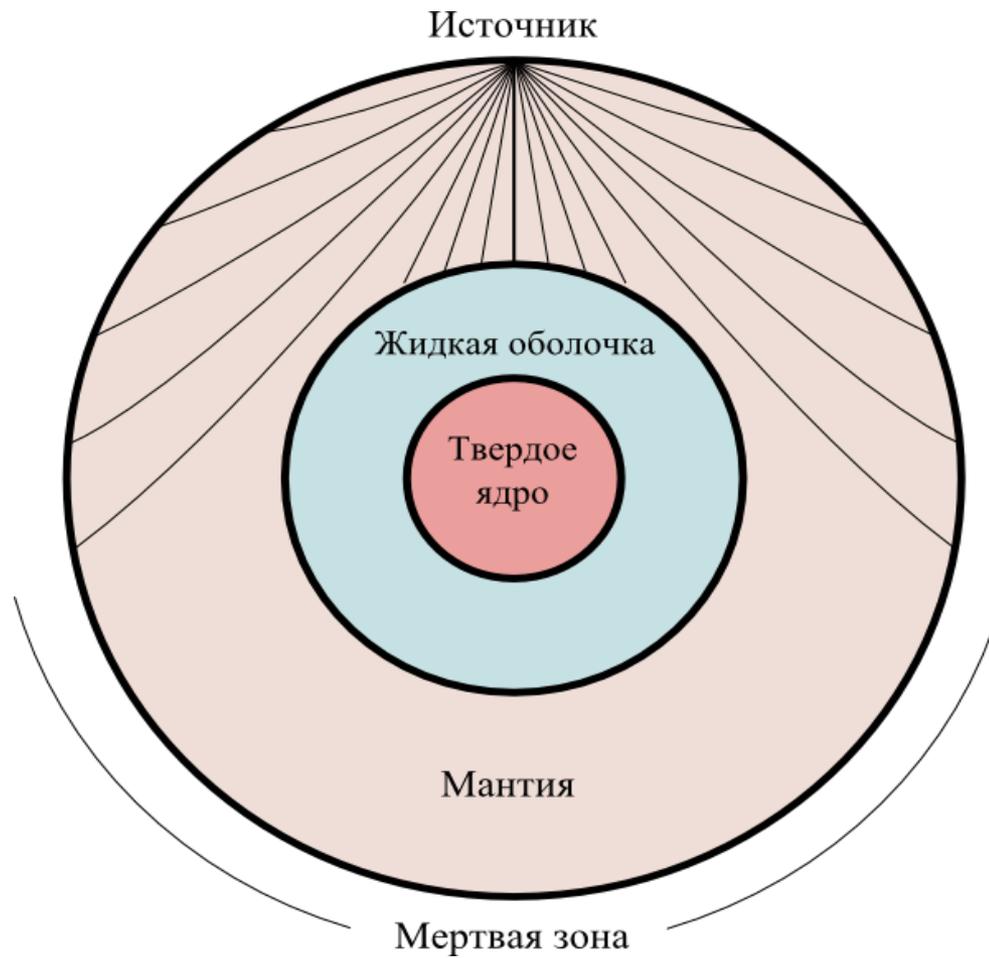
Газ,
Жидкость,
Твердое тело

Поперечные



Струна,
Твердое тело

Исследование Земли поперечными волнами



Ультразвуковое исследование

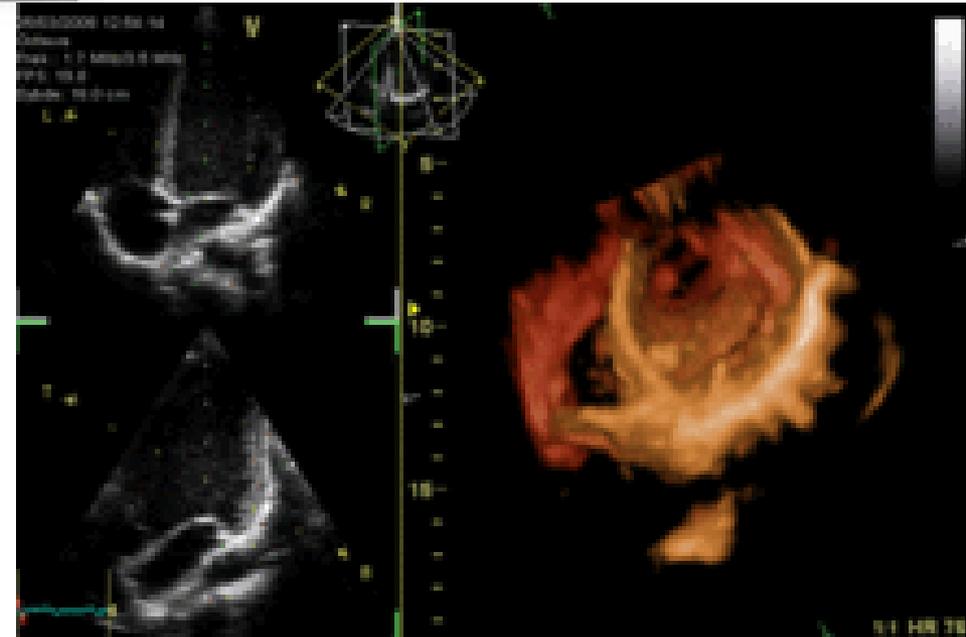
SIEMENS BELL, JESSICA

1129766788 SLU DEPT. OF OB/GYN
09.04.16 05/15/08 KR
MI 0.9

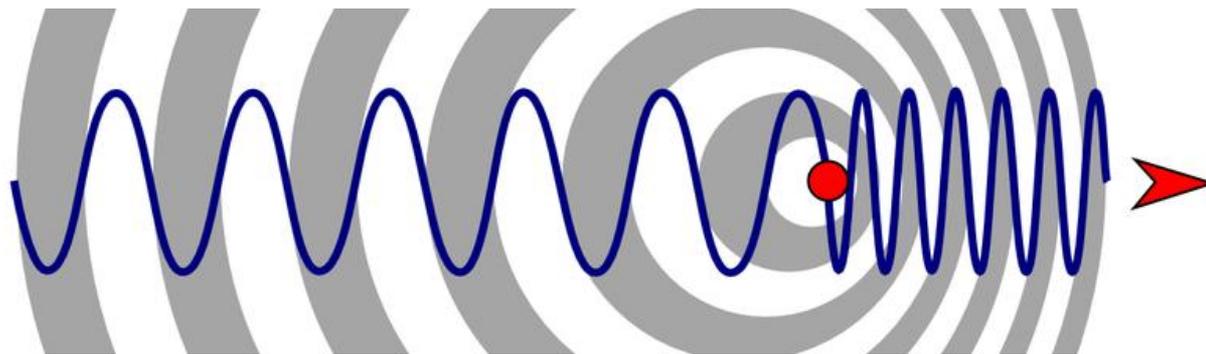
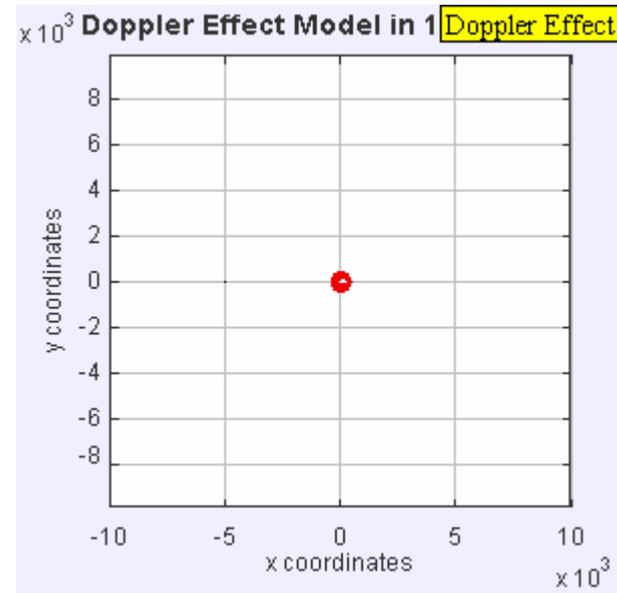
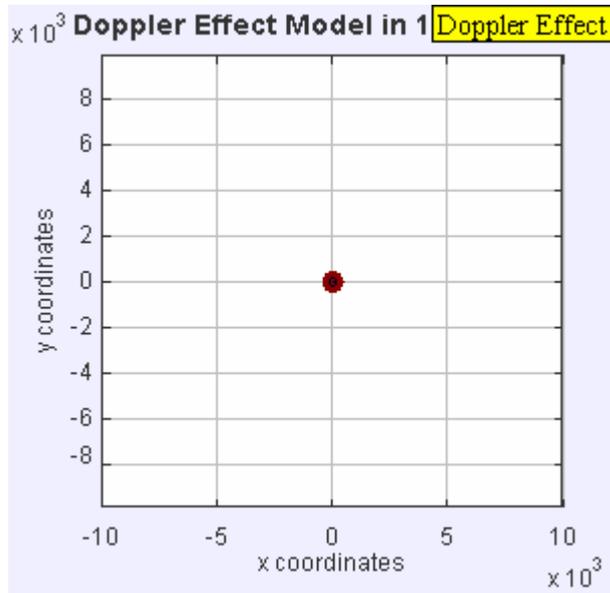
CX5-2/1.8
OB
100%
24dB RS3
11.0cm 7fps

THI

Text
1:37:09



Эффект Доплера



Источник движется к наблюдателю

$$\lambda' = T(c - u)$$

$$\lambda' \nu' = c$$

$$\nu' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{T(c - u)} = \nu \frac{c}{c - u}$$

Наблюдатель движется к источнику

$$\nu' = \frac{c + u}{\lambda} = \nu \frac{c + u}{c}$$

$$\nu' = \nu \frac{c + u_r}{c - u_s}$$

u_r – скорость приемника,

u_s – скорость источника