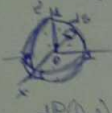


2.05.2020

Давление идеального газа на стенку. Статистический расчет

1) Распределение молекул по направлениям движения в пространстве. Если в газе не выделено направления, то в любом направлении движение равновероятно (как в) скорости.

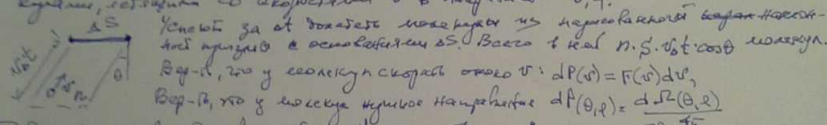
Количество молекул можно сгруппировать следующим образом:



$$dN(\theta, \varphi) = \frac{\Delta N(\theta, \varphi)}{N_{tot}} = \frac{dS_{tot}}{4\pi R^2} = \frac{v^2 \sin\theta d\theta d\varphi}{4\pi} = \frac{\sin\theta d\theta d\varphi}{4\pi} = \frac{dP(\theta, \varphi)}{4\pi}$$

$dN(\theta, \varphi)$ - число молекул в направлении θ, φ в направлении θ, φ
 $dP(\theta, \varphi)$ - выделенный элемент скорости молекул (все зависит от скорости молекул) φ - азимутальный угол

2) Расчет количества ударов молекул по площадке ΔS за время dt . Молекулы могут ударять в площадке под разными углами θ, φ с разной скоростью v . Рассмотрим вклад в количество ударов, даваемых молекулами, летящими со скоростью v в направлении θ, φ .



Тогда количество ударов по ΔS за dt от "используемых" молекул будет:

$$dZ = n \cdot \Delta S \cdot v dt \cdot \cos\theta \cdot 4\pi v^2 \cdot \left(\frac{m_0 v}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot \frac{\sin\theta d\theta d\varphi}{4\pi}$$

Для нахождения общего количества ударов надо проинтегрировать:

$$Z = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} dZ(\theta, \varphi) = \frac{\Delta S \cdot dt}{4} \cdot n \cdot \langle v \rangle = \frac{1}{4} n \cdot \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} \cdot \Delta S \cdot dt$$

$\langle v \rangle$ - средняя значение скорости

Число ударов по площадке единичной площади $\nu_{gs} = \frac{Z}{\Delta S dt} = \frac{1}{4} n \langle v \rangle = \frac{1}{4} n \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}$

3) Давление газа на стенку. В данном случае в ячейку рассуждений следует добавить, что для каждой молекулы "используемой" (θ, φ) молекулы, стенке передается импульс $2m_0 v \cos\theta$. Тогда полный импульс, переданный "используемым" молекулам (θ, φ) стенке ΔS за время dt будет:

$$\Delta P_{imp}(\theta, \varphi) = dZ(\theta, \varphi) \cdot 2m_0 v \cos\theta$$

Для нахождения полного импульса переданного стенке ΔS за dt от молекул, движущихся к стенке с разными скоростями и под разными углами, надо опять проинтегрировать.

$$\Delta P_{imp} = n kT \cdot \Delta S dt = \Delta S dt \cdot \frac{1}{3} n \langle v^2 \rangle m_0$$

Тогда давление $P_{gas} = \frac{\Delta P}{\Delta S} = \frac{\Delta P_{imp}}{\Delta S dt} = n kT$