

Министерство образования и науки Российской Федерации
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Я.С. ГРИНБЕРГ, Э.А. КОШЕЛЕВ, А.Г. МОИСЕЕВ

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия

НОВОСИБИРСК
2017

УДК 537(075.8)
Г 85

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук, проф. *Ю.Г. Пейсахович*;
канд. физ.-мат. наук, доцент *И.И. Суханов*

Работа подготовлена на кафедре прикладной и теоретической физики для бакалавров РЭФ, ФЭН, ФТФ дневного отделения по направлениям 03.03.02, 12.03.02, 12.03.03, 11.03.01, 11.03.02, 11.03.03, 11.03.04, 13.03.01, 13.03.02

Гринберг Я.С.

Г 85 Электричество и магнетизм : учебное пособие / Я.С. Гринберг, Э.А. Кошелев, А.Г. Моисеев. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2017. – 191 с.

ISBN 978-5-7782-3163-4

Пособие представляет собой сборник заданий по разделу «Электричество и магнетизм» курса общей физики. Изложение каждой темы начинается с краткого теоретического введения и сопровождается примерами решения типовых задач. В работе представлено 40 вариантов заданий по каждому из двух разделов (по восемь задач в каждом), предназначенных в качестве расчетно-графических заданий для самостоятельной работы студентов. Материал отражает требования, предъявляемые к курсу физики ФГОС третьего поколения. Пособие предназначено для студентов-бакалавров технических специальностей дневного отделения НГТУ факультетов РЭФ, ФЭН, ФТФ по направлениям 03.03.02, 12.03.02, 12.03.03, 11.03.01, 11.03.02, 11.03.03, 11.03.04, 13.03.01, 13.03.02.

УДК 537(075.8)

ISBN 978-5-7782-3163-4

© Гринберг Я.С., Кошелев Э.А.,
Моисеев А.Г., 2017

© Новосибирский государственный
технический университет, 2017

Предисловие

Начало современной теории электромагнетизма относится к 1820 году, когда датский физик Ханс Кристиан Эрстед при подготовке лекционной демонстрации неожиданно обнаружил, что электрический ток в проволоке приводит к отклонению намагниченной стрелки компаса.

Новая наука электромагнетизма была далее развита Майклом Фарадеем (1791–1867), гениальным экспериментатором, обладавшим выдающейся физической интуицией и воображением. Джеймс Клерк Максвелл (1831–1879) облек идеи Фарадея в математическую форму, внес много новых своих собственных идей и придал электромагнетизму твердый теоретический фундамент. Уравнения Максвелла играют такую же роль в электромагнетизме, как и уравнения Ньютона в классической механике или законы термодинамики при изучении теплоты.

Область применимости законов электромагнетизма замечательна: она включает в себя все фундаментальные принципы, на которых основана работа всех электромагнитных и оптических приборов, таких как моторы, радио, телевизоры, микроволновые радары, микроскопы и телескопы. В прикладных исследованиях эти законы применяются при изучении электрических и магнитных свойств новых материалов и при проектировании электронных приборов, сложность и устройство которых все более возрастает.

По этой причине изучение законов электромагнетизма в курсе общей физики является ключевым для студентов технических специальностей. Изучение этого раздела закладывает основу для успешного освоения студентами специальных дисциплин, например таких, как распространение радиоволн, разработка и конструирование радиоэлектронного оборудования и ряд других.

Настоящее пособие является расширенным вариантом методических указаний по электричеству и магнетизму, изданных в НГТУ в

2008 году, по сравнению с которыми новое издание подверглось существенной переработке. Оно содержит в целом 80 вариантов заданий (по восемь задач в каждом), предназначенных в качестве расчетно-графических работ для самостоятельного выполнения студентами. Существенно переработан и расширен по сравнению с предыдущим изданием теоретический раздел, где в каждом подразделе приводятся основные теоретические формулы и формулировки законов, сопровождающиеся подробно разобранными примерами.

Все задачи по степени трудности соответствуют традиционному курсу общей физики И.В. Савельева. Все формулы и, как правило, все исходные данные в задачах и примерах приведены в системе единиц СИ. Большинство задач снабжены подробными поясняющими рисунками.

При составлении расчетно-графических заданий использовалась следующая литература:

1. *Чертов А.Г., Воробьев А.А.* Задачник по физике: учебное пособие для вузов. – М.: Интеграл–Пресс, 1997; Физматлит, 2002–2008.

2. *Иродов И.Е.* Сборник задач по общей физике: учебное пособие для вузов. – М.: Бином: Владис, 1998; СПб.: Лань, 2001, 2005; М.; СПб.: ЛБЗ, 2002–2009.

3. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы. – М.: Высшая школа, 1991; М.; СПб.: ЛБЗ, 1999–2007.

4. *Serway R.A.* Physics for scientists and engineers with modern physics (4-th ed., Saunders College Publishing, 1996).

Авторы выражают благодарность И.И. Суханову, внимательно прочитавшему рукопись и указавшему на ошибки, неточности и нечеткие формулировки условий некоторых задач.

Общие указания к решению задач

Самостоятельное решение физических задач студентами – необходимое средство для усвоения курса физики, метод контроля за степенью усвоения учебного материала и понимания физических законов.

При решении индивидуального задания студент должен обоснованно объяснять применение конкретных физических законов и выполнение необходимых математических преобразований. При необходимости решение нужно доводить до числового результата с анализом размерностей.

Решение большинства физических задач можно условно разделить на четыре этапа.

1. Анализ условия задачи и его наглядная интерпретация схемой или чертежом. На чертеже должны быть указаны все данные, приведенные в условии задачи.

2. Составление уравнений, которые описывают то или иное физическое явление, т. е. применение физических законов, относящихся к данной задаче. Установление кинематических связей между искомыми величинами.

3. Совместное решение полученных уравнений относительно определяемых величин и получение расчетной формулы в аналитическом виде. Подстановка в расчетную формулу численных значений условий задачи. При этом численные значения должны быть переведены в систему единиц СИ во избежание численных ошибок.

4. Анализ полученного результата на проверку размерности искомой величины по расчетной формуле. Решение целесообразно проверить также на «здравый смысл»: рассмотрев асимптотику решения, положив какой-либо параметр, определяющий результат, нулю или бесконечности, проверить, к чему стремится в этом асимптотическом случае решение.

I. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ВЕКТОРНЫЕ ОПЕРАТОРЫ

Здесь мы рассмотрим операции дифференцирования над произвольной скалярной функцией $\varphi(x, y, z)$ и векторной функцией $A(x, y, z)$.

I.1. Градиент скалярной функции

Введем дифференциальный векторный оператор градиента ∇ , имеющий следующие векторные компоненты:

$$\nabla_x = \frac{\partial}{\partial x}; \quad \nabla_y = \frac{\partial}{\partial y}; \quad \nabla_z = \frac{\partial}{\partial z}. \quad (I.1)$$

Для скалярной функции $\varphi(x, y, z)$ декартовы компоненты вектора градиента определяются следующим образом:

$$\nabla_x \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad \nabla_y \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \quad \nabla_z \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (I.2)$$

Сокращенно эти три соотношения записываются в векторном виде как $\nabla \varphi$. Это выражение называется градиентом скалярной функции φ . *Градиент скалярной функции является вектором.*

Квадрат оператора градиента называется оператором Лапласа (лапласианом)

$$\nabla^2 = \nabla_x^2 + \nabla_y^2 + \nabla_z^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (I.3)$$

так что

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \quad (I.4)$$

Лапласиан скалярной функции является скаляром.

I.2. Дивергенция векторной функции

Дивергенцией некоторого вектора \mathbf{A} называется величина

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}. \quad (I.5)$$

Дивергенция вектора является скаляром.

I.3. Теорема Гаусса–Остроградского

Эта теорема формулируется следующим образом. Интеграл от $\operatorname{div} \mathbf{A}$ по замкнутому объему равен потоку вектора \mathbf{A} через поверхность, ограничивающую этот объем. Математически это записывается в следующем виде:

$$\int_V \operatorname{div} \mathbf{A} dV = \int_S \mathbf{A} d\mathbf{S}, \quad (I.6)$$

где вектор $d\mathbf{S}$ есть внешняя нормаль к элементу поверхности S .

I.4. Ротор векторной функции

Ротором некоторого вектора \mathbf{A} называется вектор, компоненты которого определяются следующим образом:

$$(\operatorname{rot} \mathbf{A})_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}; \quad (\operatorname{rot} \mathbf{A})_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}; \quad (\operatorname{rot} \mathbf{A})_z = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}. \quad (I.7)$$

Ротор векторной функции является вектором.

I.5. Теорема Стокса

Теорема Стокса формулируется следующим образом. Интеграл от $\text{rot}\mathbf{A}$ по некоторой площади равен интегралу от вектора \mathbf{A} по замкнутому контуру, ограничивающему эту площадь. Математически это записывается в следующем виде:

$$\int_S (\text{rot}\mathbf{A}) d\mathbf{S} = \int_C \mathbf{A} d\mathbf{l}. \quad (\text{I.8})$$

Интеграл в правой части этого выражения называется циркуляцией вектора \mathbf{A} по контуру C .

I.6. Лапласиан от векторной функции

Лапласиан от векторной функции определяется аналогично лапласиану от скалярной функции:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}. \quad (\text{I.9})$$

Также имеет место следующее соотношение:

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \nabla \text{div}\mathbf{A} - \text{rot}(\text{rot}\mathbf{A}). \quad (\text{I.10})$$

Лапласиан векторной функции является вектором.

I.7. Разложение произвольного вектора на градиентную и роторную составляющие

Произвольный вектор \mathbf{F} можно всегда представить в следующем виде:

$$\mathbf{F} = \nabla\varphi + \text{rot}\mathbf{A}. \quad (\text{I.11})$$

Примеры для самостоятельного решения

1. Пусть скалярная функция φ зависит только от r , где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Покажите, что $\nabla\varphi = \frac{d\varphi}{dr} \frac{\mathbf{r}}{r}$, $\nabla^2\varphi = \frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dr}$.
2. Покажите, что а) $\operatorname{div} \mathbf{r} = 3$; б) $\operatorname{div}(\mathbf{r}/r^3) = 0$; в) $\operatorname{div} \nabla\varphi = \nabla^2\varphi$.
3. Покажите, что $\operatorname{div}(\operatorname{rot} \mathbf{A}) = 0$; $\operatorname{rot} \nabla\varphi = 0$, $\operatorname{rot} \mathbf{r} = 0$, $\operatorname{rot}[\mathbf{A} \cdot \mathbf{r}] = 2\mathbf{A}$.

II. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

II.1. Закон Кулона

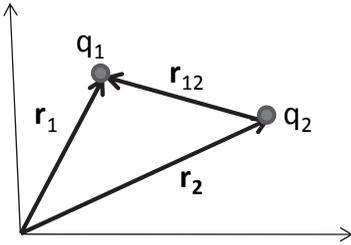


Рис. 1. К закону Кулона

Источником электрического поля являются электрические заряды. Электрические заряды бывают двух знаков: положительные и отрицательные. Заряды одного и того же знака отталкивают друг друга, а заряды противоположного знака притягивают друг друга. Сила взаимодействия между двумя зарядами направлена по линии их соединяющей (рис. 1) и обратно пропорциональна квадрату расстояния между

ними. Два последних утверждения можно записать следующим образом:

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^3} \mathbf{r}_{12}, \quad (\text{II.1})$$

где \mathbf{F}_{12} – сила, действующая на первый заряд со стороны второго заряда; $\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ – вектор, направленный от заряда q_2 к заряду q_1 ; $r_{12} = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ – расстояние между двумя зарядами; ϵ_0 – электрическая постоянная, $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м. Выражение (II.1) представляет собой векторную форму закона Кулона. В скалярном виде этот закон выражает абсолютное значение (модуль) силы F_{12} :

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}. \quad (\text{II.2})$$

Использование векторной формы закона Кулона становится крайне важным, если мы рассматриваем систему, состоящую более чем из двух зарядов. В этом случае уравнение (II.1) выполняется для каждой пары зарядов и результирующая сила, действующая на любой из зарядов, находится как *векторная* сумма сил, действующих на данный заряд со стороны каждого из остальных зарядов. Например, сила, действующая на частицу 1 в такой системе, выражается следующим образом:

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} + \mathbf{F}_{14} + \dots, \quad (\text{II.3})$$

где \mathbf{F}_{12} – сила, действующая на частицу 1 со стороны частицы 2; \mathbf{F}_{13} – сила, действующая на частицу 1 со стороны частицы 3, и т. д.

Уравнение (II.3) представляет собой математическую запись *принципа суперпозиции* в применении к электрическим силам. Этот принцип позволяет вычислять силу между двумя любыми зарядами так, будто остальных зарядов вовсе нет. Это означает, что, например, сила \mathbf{F}_{13} , с которой частица 3 действует на частицу 1, совершенно не зависит от наличия или отсутствия частицы 2.

Пример II.1

На рис. 2 показаны три заряженные частицы, которые удерживаются в фиксированном положении силами, не показанными на рисунке. На каждый из трех зарядов действует пара сил со стороны двух других зарядов. На рисунке показаны только две силы, действующие на заряд q_1 . Чему равна электростатическая сила, действующая на заряд q_1 ? Возьмите $q_1 = -1.2$ мкКл, $q_2 = +3.7$ мкКл, $q_3 = -2.3$ мкКл, $r_{12} = 15$ см, $r_{13} = 10$ см, $\theta = 32^\circ$.

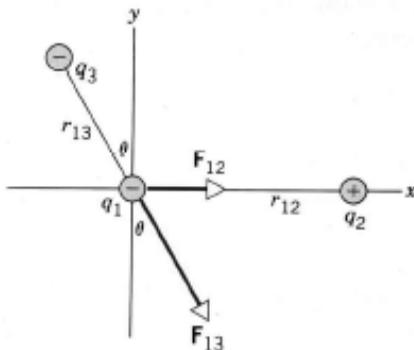


Рис. 2. К примеру II.1

Решение

Эта задача решается с помощью принципа суперпозиции. Сначала мы вычислим силы, действующие на заряд q_1 со стороны зарядов q_2 и q_3 . Подставим величины соответствующих зарядов в уравнение (III.3), пока не обращая внимания на их знаки. Получим

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} = \\ = \frac{(8.99 \cdot 10^9 \text{ Нм}^2/\text{Кл}^2)(1.2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл})(3.7 \cdot 10^{-6} \text{ Кл})}{(0.15 \text{ м})^2} = 1.77 \text{ Н}.$$

Заряды q_1 и q_2 имеют противоположные знаки, поэтому между ними действует сила притяжения. Эта сила F_{12} направлена направо, как показано на рис. 2. Аналогичным образом

$$F_{13} = \frac{(8.99 \cdot 10^9 \text{ Нм}^2/\text{Кл}^2)(1.2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл})(2.3 \cdot 10^{-6} \text{ Кл})}{(0.10 \text{ м})^2} = 2.48 \text{ Н}.$$

Эти два заряда имеют одинаковый (отрицательный) знак, поэтому между ними действует сила отталкивания. Направление этой силы F_{13} показано на рис. 2. Компоненты результирующей силы F_1 , действующей на заряд q_1 , определяются соответствующими компонентами сил F_{12} и F_{13} :

$$F_{1x} = F_{12x} + F_{13x} = F_{12} + F_{13} \sin \theta = 1.77 \text{ Н} + (2.48 \text{ Н})(\sin 32^\circ) = 3.08 \text{ Н};$$

$$F_{1y} = F_{12y} + F_{13y} = 0 - F_{13} \cos \theta = -(2.48 \text{ Н})(\cos 32^\circ) = -2.10 \text{ Н}.$$

Отсюда следует, что величина силы F_1 равна 3.73 Н и она направлена под углом -34° к оси x .

II.2. Квантование заряда

Любой заряд q , который можно наблюдать и непосредственно измерить, записывается следующим образом:

$$q = ne; \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots,$$

где e – единица элементарного заряда, экспериментальное значение которого есть

$$e = 1.60217733 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

с погрешностью порядка $3 \cdot 10^{-7}$.

Элементарный заряд является одной из фундаментальных констант природы.

Частицы, которым соответствуют $n = 0, +1, -1$, являются соответственно нейтроном, протоном и электроном.

II.3. Сохранение заряда

Закон сохранения заряда является таким же фундаментальным, как и законы сохранения энергии и импульса. Этот закон основан на огромном числе экспериментальных исследований, проведенных как в области больших масштабов, так и на атомном и ядерном уровнях, никаких исключений из этой гипотезы никогда обнаружено не было.

II.4. Электрическое поле точечного заряда

Электрическое поле, создаваемое в пространственной точке с радиусом-вектором \mathbf{r} точечным зарядом q , находящимся в пространственной точке с радиусом-вектором \mathbf{r}' , определяется следующей формулой:

$$\mathbf{E} = k \frac{q(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}, \quad (\text{II.4})$$

где $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$.

II.5. Электрическое поле системы точечных зарядов

Электрическое поле, создаваемое в пространственной точке с радиусом-вектором \mathbf{r} системой точечных зарядов q_i , расположенных в точках \mathbf{r}_i , вычисляется с помощью принципа суперпозиции:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_i \mathbf{E}_i(\mathbf{r}), \quad (\text{II.5})$$

где

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) = k \frac{q_i (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3}, \quad (\text{II.6})$$

и модуль разности векторов $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|$ рассчитывается по стандартной формуле $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i| = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}$.

Пример II.2

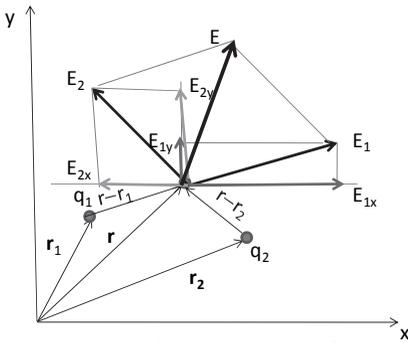


Рис. 3. К примеру II.2

Два точечных заряда q_1 и q_2 находятся в плоскости (x, y) в точках с радиусами-векторами \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 соответственно (рис. 3). Найдите компоненты вектора напряженности электрического поля и его модуль в точке с радиусом-вектором \mathbf{r} .

Решение

Применив (II.5) и (II.6) для случая двух зарядов, получим

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = k \frac{q_1 (\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|^3} + k \frac{q_2 (\mathbf{r} - \mathbf{r}_2)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|^3}, \quad (\text{II.7})$$

откуда вычисляем компоненты вектора электрического поля двух зарядов $E_x = E_{x1} + E_{x2}$, $E_y = E_{y1} + E_{y2}$,

где

$$E_{x1} = k \frac{q_1(x-x_1)}{\left((x-x_1)^2 + (y-y_1)^2\right)^{3/2}},$$

(II.8a)

$$E_{x2} = k \frac{q_2(x-x_2)}{\left((x-x_2)^2 + (y-y_2)^2\right)^{3/2}};$$

$$E_{y1} = k \frac{q_1(y-y_1)}{\left((x-x_1)^2 + (y-y_1)^2\right)^{3/2}},$$

(II.8б)

$$E_{y2} = k \frac{q_2(y-y_2)}{\left((x-x_2)^2 + (y-y_2)^2\right)^{3/2}}.$$

Модуль вектора напряженности $|\mathbf{E}|$ двух точечных зарядов вычисляется по стандартной формуле

$$|\mathbf{E}| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{(E_{x1} + E_{x2})^2 + (E_{y1} + E_{y2})^2}. \quad (\text{II.9})$$

Геометрическая интерпретация данного примера показана на рис. 3 для случая двух положительных зарядов q_1 и q_2 .

Силовые линии стационарного электрического поля не являются замкнутыми, они начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных. Таким образом, силовые линии стационарного электрического поля направлены от положительных зарядов к отрицательным.

II.6. Сила, действующая на заряд в электрическом поле

На заряд q , находящийся в электрическом поле \mathbf{E} , действует сила

$$F = q\mathbf{E}. \quad (\text{II.10})$$

Поскольку заряды могут быть как положительными, так и отрицательными, то направление силы зависит от знака заряда. Например, сила, действующая на электрон, заряд которого отрицательный, направлена против силовых линий электрического поля.

Пример II.3

Два заряда $q_1 = +4,5q$ и $q_2 = -0,5q$ находятся на расстоянии $L = 10$ см, как показано на рис. 4. Третий заряд q_3 может перемещаться вдоль прямой, проходящей через заряды q_1 и q_2 . Определите положение заряда q_3 , при котором он будет находиться в равновесии. Проанализируйте устойчивость этого равновесия в зависимости от знака заряда q_3 .

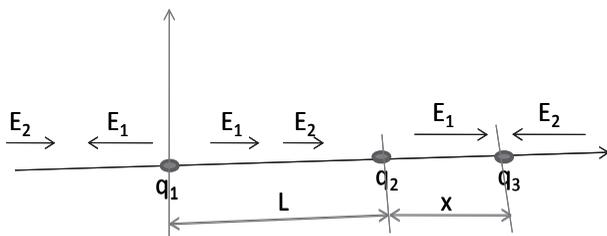


Рис. 4. К примеру II.3

Решение

Заряд q_3 будет находиться в положении равновесия в точке пространства, где суммарная напряженность поля $\mathbf{E} = 0$. На отрезке, лежащем между зарядами q_1 и q_2 , такой точки нет, так как векторы напряженности \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 электрических полей, создаваемых соответственно зарядами q_1 и q_2 , направлены в одну сторону, и их сумма не может быть равной нулю. В точках прямой, расположенных слева и справа от рассмотренного отрезка, векторы напряженности \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 направлены в противоположные стороны. Для того чтобы их сумма равнялась нулю, необходимо, чтобы модули этих векторов были равны, т. е. $E_1 = E_2$. Очевидно, что слева от заряда q_1 такой точки нет, так как в этой области E_1 всегда будет больше E_2 . Таким образом, точка, в которой суммарная напряженность электрического поля равна нулю,

находится правее заряда q_2 . В точке равновесия должно выполняться условие

$$\frac{|q_1|}{(x+L)^2} = \frac{|q_2|}{x^2},$$

приводящее к уравнению

$$x^2 - 2\xi Lx - \xi L^2 = 0, \quad (\text{II.11})$$

где $\xi = \frac{|q_2|}{|q_1| - |q_2|}$.

Решение уравнения (II.11) для точки справа от q_2 есть

$$x = L \left(\xi + \sqrt{\xi^2 + \xi} \right).$$

Подставляя исходные данные в это уравнение, получим $x = 5$ см.

Равновесие заряда q_3 будет устойчивым, если при его смещении из положения равновесия возникает сила, стремящаяся вернуть его в прежнее положение.

Предположим, что заряд q_3 положительный. Тогда в найденной нами точке равновесия сила F_1 , действующая на заряд q_3 со стороны положительного заряда q_1 , направлена вправо, а сила F_2 , действующая со стороны отрицательного заряда q_2 , направлена влево. При смещении заряда q_3 вправо увеличивается расстояние как x , так и $x+L$. В результате уменьшаются обе силы. Учитывая, что $F_1 \sim 1/(x+L)^2$, а $F_2 \sim 1/x^2$, можно сделать вывод, что с ростом x сила F_1 убывает медленнее, чем сила F_2 . В конечном итоге результирующая сила направлена вправо и стремится удалить заряд q_3 еще дальше от точки равновесия. Таким образом, в этом случае равновесие будет неустойчивым.

Предположим теперь, что заряд q_3 отрицательный. Теперь сила F_1 будет направлена влево, а сила F_2 вправо. В этом случае при смещении заряда q_3 вправо, как и в предыдущем случае, F_1 убывает мед-

леннее, чем F_2 . Результирующая сила направлена влево и стремится вернуть заряд q_3 на прежнее место.

Рассмотрение смещения заряда q_3 влево приводит к тем же выводам. Таким образом, если заряд q_3 положительный, то положение равновесия является неустойчивым. Если заряд q_3 отрицательный, то положение равновесия является устойчивым.

II.7. Дипольный момент системы точечных зарядов

Дипольным моментом системы точечных зарядов называется векторная величина

$$\mathbf{d} = \sum_i q_i \mathbf{r}_i, \quad (\text{II.12a})$$

где \mathbf{r}_i – радиус-вектор точки, где расположен заряд q_i .

Из (II.8a) и (II.8б) следует, что в целом для нейтральной системы, для которой $\sum q_i = 0$, абсолютная величина дипольного момента не зависит от выбора начала системы координат. Для двух одинаковых по величине и противоположных по знаку зарядов дипольный момент есть

$$\mathbf{d} = q(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (\text{II.12б})$$

откуда следует, что в данном случае вектор дипольного момента направлен от отрицательного заряда к положительному.

II.8. Электрическое поле электрически нейтральной системы, обладающей дипольным моментом

Для такой системы в общем случае электрическое поле сравнительно легко вычислить в дальней зоне на расстоянии от заряженного тела, много большем размеров самого тела:

$$\mathbf{E} = k \left(\frac{3(\mathbf{rd})\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{d}}{r^3} \right), \quad (\text{II.13})$$

где \mathbf{r} – радиус-вектор точки, в которой вычисляется поле; \mathbf{d} – вектор дипольного момента системы.

Из (II.13) можно вычислить модуль вектора электрического поля, создаваемого дипольным моментом. Возводя (II.13) в квадрат и извлекая квадратный корень, получим

$$E(r, \alpha) = \frac{kd}{r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \alpha}, \quad (\text{II.14})$$

где α – угол между направлениями дипольного момента и радиуса-вектора точки, в которой определяется поле.

II.9. Электрическое поле распределенного заряда. Плотность заряда

Распределение заряда по объему любого тела характеризуется объемной плотностью заряда $\rho(x, y, z)$. Заряд малого элемента объема тела записывается как $dq = \rho(x, y, z)dV$, а полный заряд тела как

$$Q = \int_V \rho(\vec{r})dV \equiv \int_V \rho(x, y, z)dx dy dz. \quad (\text{II.15})$$

Если тело заряжено равномерно, т. е. плотность заряда постоянна ($\rho = \rho_0$), то из (II.15) получим $Q = \rho_0 V$. Размерность величины ρ : в кулонах на метр в кубе (Кл/м^3).

Иногда удобно рассматривать поверхностную плотность заряда $\sigma(x, y)$, имеющую размерность $[\text{Кл/м}^2]$, или линейную плотность заряда $\tau(x)$, имеющую размерность $[\text{Кл/м}]$, и соответствующие им элементарные заряды $d\sigma = \sigma(x, y)dS$, $d\tau = \tau(x)dx$.

Электрическое поле распределенного заряда вычисляется так же, как и поле системы точечных зарядов, с помощью принципа суперпозиции (II.5), где сумму надо заменить интегралом:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (\text{II.16})$$

где

$$d\mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = k \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \rho(\mathbf{r}')dV'. \quad (\text{II.17})$$

Последняя формула представляет собой электрическое поле, создаваемое в точке \mathbf{r}' элементарным зарядом $dq = \rho(x', y', z')dV$, находящимся в точке \mathbf{r}' . Интегрирование в (II.16) идет по той области тела, где находится заряд.

Пример II.4

Заряженное полукольцо с постоянной линейной плотностью τ и радиусом R расположено в плоскости x, y (рис. 5). Найдите электрическое поле на оси полукольца на расстоянии h от его плоскости.

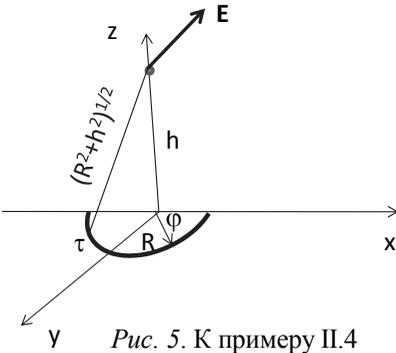


Рис. 5. К примеру II.4

Решение

Точка r , в которой мы ищем поле, имеет координаты $(0, 0, h)$. Любая точка r' , где находится заряд, имеет координаты $(x', y', 0)$. Расстояние от точки r до любой из точек r' всегда одно и то же: $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{R^2 + h^2}$. Таким образом, электрическое поле от элементарного заряда в точке r можно записать следующим образом:

$$d\mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = k \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \tau dl', \quad (\text{II.18})$$

где dl – элемент длины полукольца $dl = R d\phi$.

Теперь расписываем формулу (II.18) по компонентам:

$$dE_x = k\tau R \frac{-x' d\phi'}{(R^2 + h^2)^{3/2}}, \quad dE_y = k\tau R \frac{-y' d\phi'}{(R^2 + h^2)^{3/2}},$$

$$dE_z = k\tau R \frac{h d\phi'}{(R^2 + h^2)^{3/2}}.$$

Для удобства в этих формулах надо еще перейти к полярным координатам в плоскости x, y : $x' = R \cos \phi'$, $y' = R \sin \phi'$. Результирующие

компоненты поля вычисляются как интегралы от элементарных компонент:

$$\mathbf{E}_x = \frac{-k\tau R^2}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \int_0^\pi \cos \varphi d\varphi, \quad \mathbf{E}_y = \frac{-k\tau R^2}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \int_0^\pi \sin \varphi d\varphi,$$

$$\mathbf{E}_z = \frac{-k\tau R h}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \int_0^\pi d\varphi,$$

откуда следует для компонент поля:

$$\mathbf{E}_x = 0, \quad \mathbf{E}_y = \frac{-2k\tau R^2}{(R^2 + h^2)^{3/2}}, \quad \mathbf{E}_z = \frac{-\pi k\tau R h}{(R^2 + h^2)^{3/2}}.$$

Окончательно для амплитудного значения поля получим

$$E = \sqrt{E_y^2 + E_z^2} = \frac{k\tau R}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \sqrt{4R^2 + \pi^2 h^2}.$$

Пример II.5

На оси x лежит стержень длиной L , равномерно заряженный с линейной плотностью τ (рис. 6). Найдите электрическое поле в точке с координатами x_0, y_0 .

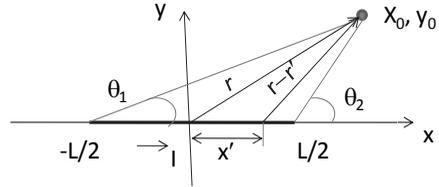


Рис. 6. К примеру II.5

Решение

Точка r , в которой мы ищем поле, имеет координаты (x_0, y_0) . Любая точка r' , где находится заряд, имеет координаты $(x', 0)$ в области $-L/2 < x' < L/2$. Расстояние от точки r до любой из точек r' зависит от координаты последней: $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{(x' - x_0)^2 + y_0^2}$. Таким образом, электрическое поле от элементарного заряда в точке r можно записать следующим образом:

$$d\mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = k \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\left((x' - x_0)^2 + y_0^2 \right)^{3/2}} \tau dx'. \quad (\text{II.19})$$

Теперь расписываем (II.19) по компонентам:

$$d\mathbf{E}_x = k \frac{(x_0 - x')}{\left((x' - x_0)^2 + y_0^2\right)^{3/2}} \tau dx',$$

$$d\mathbf{E}_y = k \frac{y_0}{\left((x' - x_0)^2 + y_0^2\right)^{3/2}} \tau dx'.$$
(II.20)

Результирующие компоненты поля вычисляются как интегралы от элементарных компонент:

$$\mathbf{E}_x = k\tau \int_{-L/2}^{L/2} \frac{(x_0 - x') dx'}{\left((x' - x_0)^2 + y_0^2\right)^{3/2}},$$

$$\mathbf{E}_y = k\tau \int_{-L/2}^{L/2} \frac{y_0 dx'}{\left((x' - x_0)^2 + y_0^2\right)^{3/2}}.$$
(II.21)

Вычислите эти интегралы и покажите, что

$$E_x = \frac{k\tau}{y_0} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1), \quad E_y = \frac{k\tau}{y_0} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2),$$
(II.22)

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 2 \frac{k\tau}{y_0} \left| \sin \frac{\theta_1 - \theta_2}{2} \right|,$$

где θ_1 и θ_2 – углы, показанные на рис. 6.

II.10. Потенциал электрического поля

Потенциал электрического поля определяется как работа (с обратным знаком) по переносу единичного заряда из бесконечности в данную точку поля

$$\varphi(\mathbf{r}) = - \int_{\infty}^{\mathbf{r}} \mathbf{E} d\mathbf{l}.$$
(II.23)

Поскольку электрическое поле является консервативным, то работа по переносу заряда не зависит от пути, по которому вычисляется интеграл в (II.23). Потенциал электрического поля является скаляром.

Решение уравнения (II.23) относительно \mathbf{E} есть

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi, \quad (\text{II.24})$$

где оператор градиента определен в разделе I.

Пример II.6

Имеется сфера радиусом R , несущая заряд Q . Найдите потенциал электрического поля для точек $r > R$, $r = R$, $r < R$.

Решение

Вне сферы электрическое поле совпадает с электрическим полем точечного заряда Q , сосредоточенного в центре сферы.

$$\mathbf{E} = kQ \frac{\mathbf{r}}{r^3}. \quad (\text{II.25})$$

В интеграле (II.23) возьмем путь вдоль радиуса сферы $d\mathbf{l} = dr$. Тогда $\mathbf{E}d\mathbf{l} = Edr = kQ/r^2$. Получим

$$\int_{\infty}^{\mathbf{r}} \mathbf{E}d\mathbf{l} = \int_{\infty}^{\mathbf{r}} Edr = kQ \int_{\infty}^{\mathbf{r}} \frac{dr}{r^2} = -\frac{kQ}{r}.$$

Таким образом, потенциал электрического поля вне сферы (при $r > R$) есть $\varphi = kQ/r$. Это выражение совпадает с потенциалом точечного заряда Q , сосредоточенного в центре сферы. Потенциал любой точки на поверхности сферы при $r = R$ есть $\varphi = kQ/R$. Найдем теперь потенциал в некоторой точке внутри сферы при $r < R$. В этом случае

$$\int_{\infty}^{\mathbf{r}} \mathbf{E}d\mathbf{l} = \int_{\infty}^{\mathbf{r}} Edr = \int_{\infty}^R Edr + \int_R^{\mathbf{r}} Edr.$$

Первый интеграл в правой части этого выражения вычисляется во внешней области, где есть поле, тогда как второй интеграл вычисляется во внутренней области. Но во внутренней области сферы электриче-

ское поле равно нулю, что следует из закона Гаусса. Поэтому остается только первый интеграл, который равен $-kQ/R$. Таким образом, потенциал любой точки внутри сферы при $r < R$ одинаков: $\varphi = kQ/R$. Это следует из того, что электрическое поле внутри заряженной сферы в точности равно нулю.

II.11. Закон Гаусса

Ключевым для понимания этого закона является понятие *потока* вектора электрического поля через *замкнутую* поверхность, который определяется следующим образом:

$$\Phi = \oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \oint_S E_n dS. \quad (\text{II.26})$$

В этой формуле интеграл вычисляется *по замкнутой* поверхности, вектор $d\mathbf{S}$ направлен по нормали к поверхности. Модуль этого вектора есть площадь элементарной ячейки на поверхности. Величина $\mathbf{E}d\mathbf{S}$ есть скалярное произведение двух векторов $\mathbf{E}d\mathbf{S} = E_n dS$, где E_n – проекция вектора \mathbf{E} на нормаль к поверхности.

Закон Гаусса формулируется следующим образом. Поток вектора электрического поля через замкнутую поверхность *произвольной формы* равен сумме зарядов, находящихся внутри этой поверхности, деленной на электрическую постоянную:

$$\oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i. \quad (\text{II.27})$$

В частности, мы можем поместить точечный заряд q в *любую* точку внутри сферы или внутри куба. Согласно закону Гаусса, поток вектора электрического поля через любую из этих поверхностей будет один и тот же и равен q/ϵ_0 .

Пример II.7

В центре куба со стороной a находится точечный заряд q . Найдите поток вектора \mathbf{E} через одну из граней куба.

Решение

Согласно теореме Гаусса, полный поток поля через *все* грани куба есть q/ϵ_0 . Поскольку заряд находится в центре куба, то вследствие симметрии его поток через любую грань куба должен быть одинаковым. В кубе имеется шесть граней. Поэтому поток поля через любую из граней равен $q/6\epsilon_0$. Обратите внимание, что ответ не зависит от площади грани.

Пример II.8

Внутри плоскопараллельной непроводящей пластины толщиной d равномерно распределен положительный заряд с объемной плотностью ρ . Пластина расположена перпендикулярно оси x (рис. 7). Плоскость симметрии пластины проходит через начало отсчета на оси x . Определите зависимость напряженности E от x как внутри, так и вне пластины. Постройте графики зависимости E_x (проекции вектора \mathbf{E} на ось x) от x .

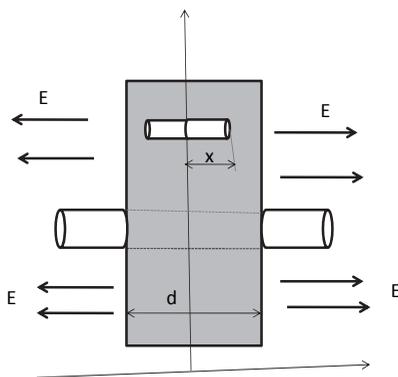


Рис. 7. К примеру II.8

Решение

Для решения этой задачи воспользуемся теоремой Гаусса. Из соображений симметрии можно сделать следующий вывод:

а) вне пластины электрическое поле одинаково по величине и противоположно по знаку (см. рис. 7); б) напряженность поля E одинакова во всех точках плоскости, перпендикулярной оси x ; в) силовые линии электрического поля параллельны оси x . Полученные выводы позволяют выбрать форму замкнутой поверхности так, чтобы расчет потока вектора \mathbf{E} через нее осуществлялся наиболее просто. Выберем гауссову поверхность в виде цилиндра, основания которого параллельны поверхности пластины, а его ось параллельна оси x . Кроме того, цилиндр должен быть расположен симметрично относительно пластины, т. е. его торцы должны находиться слева и справа на одинаковом расстоянии от плоскости симметрии пластины. В этом случае поток вектора \mathbf{E} через каждое из оснований цилиндра равен (ES) , где E – напряжен-

ность поля в точках, лежащих на основании; S – площадь основания. Поток вектора \mathbf{E} через боковую поверхность цилиндра равен нулю, так как нормальная составляющая E_n к этой поверхности равна нулю. Таким образом, поток через всю замкнутую поверхность цилиндра

$$\Phi_E = \oint E_n dS = 2ES.$$

В соответствии с теоремой Гаусса

$$2ES = \frac{q}{\varepsilon_0},$$

где q – заряд внутри выбранной поверхности.

Рассмотрим два случая.

1. $|x| \leq d/2$. Здесь гауссов цилиндр лежит целиком внутри пластины, так что объем V , ограниченный выбранной замкнутой поверхностью, равен $S \cdot 2x$. Весь этот объем заполнен зарядом с объемной плотностью ρ . Следовательно, заряд внутри поверхности

$$q = \rho V = 2\rho Sx.$$

Тогда можно записать

$$2ES = \frac{2\rho Sx}{\varepsilon_0}.$$

Из этого выражения следует, что поле внутри пластины

$$E(x) = \frac{\rho x}{\varepsilon_0}.$$

2. $|x| \geq d/2$. В этом случае часть цилиндра лежит вне пластины, поэтому не весь объем цилиндра заполнен зарядом, а только его часть, вырезающая из пластины объем $V = Sd$. Тогда

$$2ES = \frac{\rho Sd}{\varepsilon_0},$$

$$E(x) = \frac{\rho d}{2\varepsilon_0}.$$

Таким образом, вне пластины электрическое поле не зависит от расстояния до поверхности пластины. Поскольку в реальности пластина не может быть бесконечной, то этот результат справедлив для тех точек, расстояние которых от поверхности пластины много меньше расстояния до краев пластины.

Зависимость $E(x)$ имеет вид

$$E(x) = \begin{cases} \frac{\sigma}{2\epsilon_0}, & |x| \geq \frac{d}{2}, \\ \frac{\sigma x}{\epsilon_0 d}, & |x| \leq \frac{d}{2}, \end{cases}$$

где ввели поверхностную плотность заряда $\sigma = \rho d$.

График зависимости E_x от x представлен на рис. 8. Как видно из этого рисунка, внутри пластины напряженность возрастает пропорционально x , а вне пластины от x не зависит.

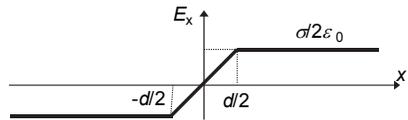


Рис. 8. К примеру П.8.
Зависимость $E(x)$

П.12. Проводники в электрическом поле

Необходимо запомнить несколько простых фактов: 1) электрическое поле внутри проводника всегда равно нулю; 2) если проводник заряжен, то все заряды располагаются только на поверхности проводника; 3) электрическое поле E снаружи проводника в точке вблизи его поверхности всегда направлено перпендикулярно поверхности и связано с плотностью поверхностного заряда проводника σ в этой точке следующим соотношением:

$$\mathbf{E}\mathbf{n} = E_n = \frac{\sigma}{\epsilon_0}, \quad (\text{П.28})$$

где \mathbf{n} — внешняя нормаль к поверхности проводника в той ее точке, где плотность поверхностного заряда равна σ . В другой точке поверхности проводника поверхностная плотность может быть другой, но связь меж-

ду σ и E по-прежнему выражается соотношением (II.28). В этом выражении локальная плотность поверхностного заряда определяется всеми зарядами – как свободными и индуцированными зарядами на самом проводнике, так и зарядами внешними по отношению к проводнику.

Пример II.9

Имеются две заряженные проводящие пластины, расстояние между которыми много меньше их линейных размеров (рис. 9). Плотность поверхностного заряда левой пластины $\sigma_I = +7$ нКл/м², правой пластины $\sigma_{II} = -3$ нКл/м². Найдите: а) электрическое поле слева от левой пластины, между пластинами и справа от правой пластины; в каждой из областей укажите направление электрического поля; б) плотность поверхностного заряда на обеих сторонах каждой из пластин; в) плотность поверхностного *индуцированного* заряда на обеих сторонах каждой из пластин.

Решение

Поскольку пластины проводящие, то поверхностный заряд расположен на их поверхностях. Плотность поверхностного заряда в нанокулонах на метр в квадрате [нКл/м²] указана в верхней части у каждой поверхности пластин 1 и 2.

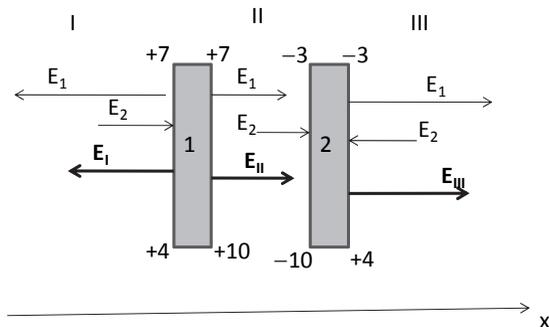


Рис. 9. К примеру II.9

1. Все пространство разобьем на три области I, II, и III. Направления векторов электрического поля в этих областях от каждой из пластин показано на рис. 9. Величина электрического поля от каждой по-

верхности проводящей пластины есть $E = \sigma / 2\varepsilon_0$, так что от двух поверхностей проводящей пластины электрическое поле равно $E = \sigma / 2\varepsilon_0$. Таким образом:

в области I будем иметь

$$E_1 = -\frac{7}{\varepsilon_0} \mathbf{i}, \quad E_2 = \frac{3}{\varepsilon_0} \mathbf{i}, \quad \mathbf{E}_I = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = -\frac{7}{\varepsilon_0} \mathbf{i} + \frac{3}{\varepsilon_0} \mathbf{i} = -\frac{4}{\varepsilon_0} \mathbf{i};$$

в области II

$$E_1 = \frac{7}{\varepsilon_0} \mathbf{i}, \quad E_2 = \frac{3}{\varepsilon_0} \mathbf{i}, \quad \mathbf{E}_{II} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = \frac{7}{\varepsilon_0} \mathbf{i} + \frac{3}{\varepsilon_0} \mathbf{i} = \frac{10}{\varepsilon_0} \mathbf{i};$$

в области III

$$E_1 = \frac{7}{\varepsilon_0} \mathbf{i}, \quad E_2 = -\frac{3}{\varepsilon_0} \mathbf{i}, \quad \mathbf{E}_{III} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = \frac{7}{\varepsilon_0} \mathbf{i} - \frac{3}{\varepsilon_0} \mathbf{i} = \frac{4}{\varepsilon_0} \mathbf{i}.$$

2. Поскольку пластины проводящие, то величина поверхностного заряда связана с электрическим полем вблизи поверхности соотношением (П.28). Поэтому на левой поверхности пластины 1 $\sigma_{1,L} = +4 \text{ нКл/м}^2$. Знак этого заряда определяется тем, что силовые линии поля E_1 *выходят* из поверхности, следовательно, поверхность заряжена положительно. Рассуждая аналогичным образом, получим плотность поверхностного заряда на правой стороне пластины 1 $\sigma_{1,R} = +10 \text{ нКл/м}^2$. Для пластины 2 будем соответственно иметь $\sigma_{2,L} = -10 \text{ нКл/м}^2$, $\sigma_{2,R} = +4 \text{ нКл/м}^2$. На рис. 9 эти новые плотности указаны в нижней части каждого проводника.

3. Изменение плотности поверхностного заряда по сравнению с первоначальным объясняется наличием рядом другой заряженной пластины. Плотность поверхностного заряда изменяется таким образом, чтобы электрическое поле второй пластины не проникало в тело первой пластины и наоборот. Это изменение происходит за счет перераспределения электронов по поверхности таким образом, чтобы электрическое поле внутри проводника оставалось равным нулю. Разность между первоначальной плотностью поверхностного заряда и конечной плотностью называется плотностью индуцированного заряда. Так,

например, на левой стороне пластины 1 плотность индуцированного заряда равна $\sigma_{1,L,ind} = -3 \text{ нКл/м}^2$ ($+7 - 3 = +4$), а на правой стороне пластины 1 $\sigma_{1,R,ind} = +3 \text{ нКл/м}^2$ ($+7 + 3 = +10$). Аналогичным образом получим для пластины 2 $\sigma_{2,L,ind} = -7 \text{ нКл/м}^2$, $\sigma_{2,R,ind} = +7 \text{ нКл/м}^2$. Обратите внимание, что сумма индуцированного заряда для каждой пластины в точности равна нулю. Это объясняется тем, что индуцированный заряд возникает от перераспределения электронов, уже имеющихся в проводнике, поэтому полный заряд проводника при этом не изменяется. По этой причине в условиях рассматриваемой задачи индуцированный заряд не влияет на величину электрического поля в областях I, II и III.

II.13. Электростатическая энергия

Электростатическая энергия заряженных тел – это работа, которую необходимо затратить, чтобы переместить заряды из бесконечности в заданные пространственные точки. Электростатическая энергия системы N неподвижных точечных зарядов определяется как

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i, \quad (\text{II.29})$$

где φ_i – потенциал, создаваемый в точке, где находится заряд q_i . Причем потенциал φ_i определяется всеми зарядами кроме i -го.

Для непрерывного распределения зарядов эта формула обобщается следующим образом:

$$W = \frac{1}{2} \int \rho \varphi dV. \quad (\text{II.30})$$

Эту формулу можно преобразовать к следующему виду:

$$W = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \int E^2 dV. \quad (\text{II.31})$$

Формулы (II.30) и (II.31) совершенно равноценны и при расчете энергии дают один и тот же результат. Разница только в том, что в формуле (II.30) интегрирование идет только по той области простран-

ства, где есть заряд, а в формуле (II.31) интегрирование идет по области пространства, где есть электрическое поле.

Если заряженное тело есть проводник, то формулу (II.30) можно упростить. Поскольку потенциал проводника в любой его точке одинаков, то величину φ в формуле (II.30) можно вынести за знак интеграла, и мы получим

$$W = \frac{1}{2} \int \rho \varphi dV = \frac{1}{2} \varphi \int \rho dV = \frac{1}{2} \varphi Q, \quad (\text{II.32})$$

где Q – заряд проводника.

II.14. Диэлектрики

Диэлектрики – это вещества, в которых нет свободных электрических зарядов. Существующие в диэлектрике заряды называют связанными, поскольку они не могут свободно перемещаться в объеме диэлектрика. При помещении диэлектрика во внешнее электрическое поле \mathbf{E}_0 в последнем происходит поляризация связанных зарядов, в результате чего внутреннее поле в диэлектрике \mathbf{E} оказывается меньше внешнего:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 - \alpha \frac{\mathbf{P}}{\varepsilon_0}, \quad (\text{II.33})$$

где \mathbf{P} – это дипольный момент единицы объема диэлектрика. Коэффициент α зависит от формы тела: для плоской поверхности $\alpha = 1$, для сферической формы тела $\alpha = 1/3$. Величина \mathbf{P} связана с \mathbf{E} посредством соотношения

$$\mathbf{P} = \chi \varepsilon_0 \mathbf{E}, \quad (\text{II.34})$$

которое носит универсальный характер и не зависит от формы тела. Величина χ называется *диэлектрической восприимчивостью* и связана с *диэлектрической проницаемостью* ε посредством соотношения $\varepsilon = 1 + \chi$.

В теории диэлектриков вводится еще один вспомогательный вектор \mathbf{D} , называемый вектором электрической индукции:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}. \quad (\text{II.35})$$

Полезность этого вектора связана с тем, что его поток через замкнутую поверхность определяется только свободным зарядом внутри этой поверхности:

$$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = q. \quad (\text{II.36})$$

Определив вектор \mathbf{D} с помощью теоремы Гаусса (II.36), мы можем из (II.35) вычислить \mathbf{E} .

Поток вектора \mathbf{P} через замкнутую поверхность определяется связанным зарядом

$$\oint_S \mathbf{P} d\mathbf{S} = -q'. \quad (\text{II.37})$$

Граничные условия на поверхности раздела двух диэлектриков

Если на границе раздела двух диэлектриков нет свободных зарядов, то нормальная компонента \mathbf{D} непрерывна на границе: $D_{1n} = D_{2n}$, а нормальная компонента \mathbf{P} терпит разрыв:

$$\mathbf{P}_1 \mathbf{n}_1 - \mathbf{P}_2 \mathbf{n}_2 = -\sigma', \quad (\text{II.38})$$

где σ' – поверхностная плотность связанного заряда на границе раздела; $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ – единичные векторы внешней нормали к границе раздела. Кроме того, тангенциальная компонента \mathbf{E} непрерывна на границе раздела двух диэлектриков: $E_{1\tau} = E_{2\tau}$. На границе раздела проводник–диэлектрик нормальная компонента \mathbf{D} к поверхности проводника равна плотности поверхностного заряда на поверхности проводника: $D_n = \sigma$.

Пример II.10

Диэлектрическая пластина 1 с диэлектрической проницаемостью ε_1 и диэлектрическая пластина 2 с диэлектрической проницаемостью ε_2 имеют общую границу раздела. Толщина первого диэлектрика d_1 , второго d_2 . Пластины помещены во внешнее электрическое поле E_0 , силовые линии которого перпендикулярны границе раздела (рис. 10). Найдите напряженности поля E_1 и E_2 в каждом диэлектрике,

а также плотность связанного заряда на внешней стороне каждого диэлектрика и на границе раздела между ними.

Решение

В соответствии с геометрией задачи все поля должны быть перпендикулярны к границе раздела и совпадать с направлением внешнего поля E_0 . Поскольку на границе раздела нет свободных зарядов, то вектор индукции \mathbf{D} должен быть непрерывным на границе раздела: $D_1 = D_2 = D$, откуда следует связь между E_1 и E_2 :

$\epsilon_1 E_1 = \epsilon_2 E_2$. С другой стороны, на границе раздела первого диэлектрика с вакуумом вектор индукции также непрерывен $D_0 = D_1$, откуда $E_0 = \epsilon_1 E_1$. Таким образом, получаем $E_1 = E_0 / \epsilon_1$, $E_2 = E_0 / \epsilon_2$. Чтобы найти поверхностную плотность связанного заряда на внешней границе диэлектрика 1, воспользуемся формулами (II.34) и (II.38). Скачок вектора \mathbf{P} на границе диэлектрика 1 с вакуумом есть $-P_0 + P_1 = -\sigma'$. Поскольку в вакууме вектор поляризации $\mathbf{P}_0 = 0$, то

$$P_1 = \epsilon_0(\epsilon_1 - 1)E_1 = \frac{\epsilon_0(\epsilon_1 - 1)}{\epsilon_1}E_0 = -\sigma'_1. \text{ Поскольку левая часть этого выражения положительна, то плотность связанного заряда на границе диэлектрика 1 с вакуумом будет отрицательной. Аналогичным образом на границе раздела диэлектрика 2 с вакуумом получим}$$

$$-P_2 = \epsilon_0(\epsilon_2 - 1)E_2 = \frac{\epsilon_0(\epsilon_2 - 1)}{\epsilon_2}E_0 = -\sigma'_2. \text{ Откуда следует, что поверхностная плотность связанного заряда на этой границе положительна.}$$

На границе раздела двух диэлектриков поверхностная плотность связанного заряда определяется скачком вектора \mathbf{P} : $-\sigma'_{12} = -P_1 + P_2 =$

$$= -\frac{\epsilon_0(\epsilon_1 - 1)}{\epsilon_1}E_0 + \frac{\epsilon_0(\epsilon_2 - 1)}{\epsilon_2}E_0 = \epsilon_0 E_0 \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_1 \epsilon_2}. \text{ Отсюда следует, что знак}$$

поверхностного связанного заряда на границе раздела двух диэлектриков зависит от соотношения между диэлектрическими проницаемостями. Если $\epsilon_1 > \epsilon_2$, то $\sigma'_{12} > 0$; если $\epsilon_1 < \epsilon_2$, то $\sigma'_{12} < 0$.

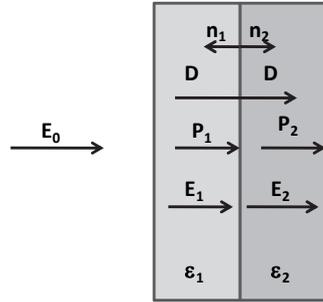


Рис. 10. К примеру II.10

III. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Источниками магнитного поля являются либо движущиеся заряды (или электрический ток), либо собственные магнитные моменты электронов и ядер. В настоящем пособии в качестве источника магнитного поля рассматривается только электрический ток.

Магнитных зарядов, которые бы создавали магнитное поле по типу электрического, *не существует*.

Магнитное поле, так же как и электрическое, подчиняется принципу суперпозиции.

III.1. Магнитное поле линейного тока

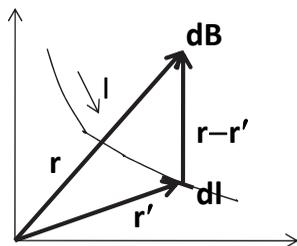


Рис. 11. К закону Био–Савара

Магнитное поле $d\mathbf{B}$, создаваемое в пространственной точке с радиусом-вектором \mathbf{r} током I , текущим по отрезку $d\mathbf{l}$ в точке r' , дается законом Био–Савара (рис. 11):

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\mathbf{l} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')] }{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}, \quad (\text{III.1})$$

где $\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}$ Гн/м.

Как следует из формулы (III.1), магнитное поле в точке r' направлено перпендикулярно плоскости, проходящей через векторы $d\mathbf{l}$ и $r - r'$. Вектор $d\mathbf{l}$ совпадает с направлением тока I .

Пример III.1

Вычислите магнитное поле в центре кругового витка радиусом R , по которому течет ток I (рис. 12).

Решение

Поместим начало координат в центр кольца. Тогда вектор \mathbf{r} будет равен нулю, $r' = R$ и формула (III.1) примет следующий вид:

$$d\mathbf{B} = -\frac{\mu_0 I [\mathbf{dl} \times \mathbf{r}']}{4\pi R^3}, \quad (\text{III.2})$$

где \mathbf{dl} представляет собой элемент дуги кольца. Поскольку вектор \mathbf{dl} перпендикулярен вектору \mathbf{r}' , то $|\mathbf{dl} \times \mathbf{r}'| = R dl = R^2 d\varphi$, где мы воспользовались соотношением $dl = R d\varphi$. Таким образом, магнитное поле dB в центре кольца от элемента dl будет равно $|dB| = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} d\varphi$. Магнитное поле от всего кольца

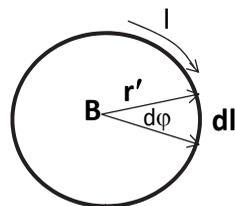


Рис. 12. К примеру III.1

$B = \int_0^{2\pi} dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\mu_0 I}{2R}$. Направление магнитного поля определяется знаком векторного произведения $[\mathbf{dl} \times \mathbf{r}']$. Если ток направлен так, как показано на рис. 12, то вектор $[\mathbf{dl} \times \mathbf{r}']$ направлен перпендикулярно плоскости рисунка *на нас*. Дополнительный знак « \rightarrow » в формуле (III.2) меняет направление этого вектора на обратное, поэтому вектор $d\mathbf{B}$ направлен перпендикулярно плоскости рисунка *от нас*.

Аналогичным образом вычисляется магнитное поле от токовой петли, представляющей собой часть окружности, стягивающей угол θ .

Результат будет следующим: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \theta$, где угол θ берется в радианах.

Пример III.2

Вычислите магнитное поле в точке x_0, y_0 , создаваемое отрезком длины L , по которому течет ток I (рис. 13).

Решение

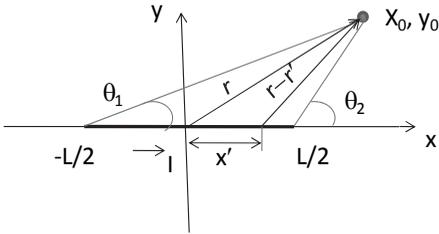


Рис. 13. К примеру III.2

В соответствии с законом Био–Савара здесь есть только одна компонента магнитного поля, направленная *на нас* вдоль оси z , перпендикулярной плоскости рис. 13. Векторы \mathbf{r} и \mathbf{r}' имеют компоненты соответственно $(x_0, y_0, 0)$ и $(x', 0, 0)$. В соответствии с этим

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{(x_0 - x')^2 + y_0^2}.$$

Применив закон Био–Савара, получим магнитное поле dB , создаваемое в точке (x_0, y_0) элементом тока dx' , в точке x' :

$$dB_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} y_0 \frac{dx'}{\left((x_0 - x')^2 + y_0^2\right)^{3/2}}. \quad (\text{III.3})$$

В соответствии с принципом суперпозиции

$$\begin{aligned} B_z &= \int_{-L/2}^{+L/2} dB_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} y_0 \int_{-L/2}^{+L/2} \frac{dx'}{\left((x_0 - x')^2 + y_0^2\right)^{3/2}} = \\ &= -\frac{\mu_0 I}{4\pi y_0} \left. \frac{x_0 - x'}{\left((x_0 - x')^2 + y_0^2\right)^{1/2}} \right|_{-L/2}^{+L/2} = \\ &= -\frac{\mu_0 I}{4\pi y_0} \left[\frac{x_0 - L/2}{\left((x_0 - L/2)^2 + y_0^2\right)^{1/2}} - \frac{x_0 + L/2}{\left((x_0 + L/2)^2 + y_0^2\right)^{1/2}} \right] = \end{aligned}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi y_0} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2), \quad (\text{III.4})$$

где углы θ_1 и θ_2 показаны на рисунке.

Если устремить длину отрезка L к бесконечности (при этом $\theta_1 \rightarrow 0$, $\theta_2 \rightarrow \pi$), то получим магнитное поле длинного отрезка на расстоянии r от него:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}. \quad (\text{III.5})$$

Эта формула справедлива, когда расстояние от точки, где измеряется поле, до отрезка много меньше, чем расстояние от этой точки до его концов.

Пример III.3

По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам, расстояние между которыми d , текут токи I_1 и I_2 в одном направлении (рис. 14). Определите величину и направление вектора магнитной индукции в точке, удаленной на расстояние r_1 от первого провода и на расстояние r_2 от второго.

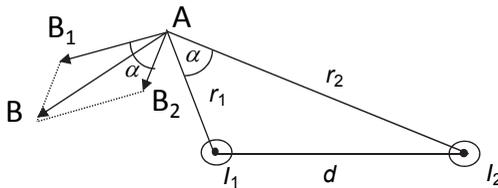


Рис. 14. К примеру III.3

Решение

По принципу суперпозиции полей магнитная индукция в точке A равна векторной сумме магнитных индукций, создаваемых токами I_1 и I_2 .

$$\mathbf{B}_A = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2. \quad (\text{III.6})$$

Отсюда модуль вектора \mathbf{B}_A есть

$$B_A = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha}, \quad (\text{III.7})$$

где $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1}$, $B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}$.

Угол между векторами \mathbf{B}_1 и \mathbf{B}_2 вследствие правила их построения равен углу α при вершине A в треугольнике, показанном на рис. 14: $\cos \alpha = (\eta^2 + r_2^2 - d^2) / (2\eta r_2)$.

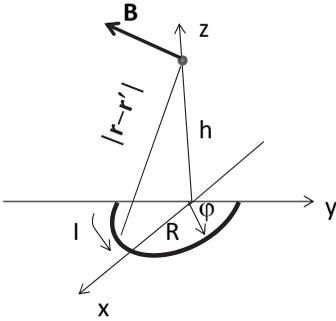


Рис. 15. К примеру III.4

Пример III.4

Часть токовой петли представляет собой полукольцо радиусом R , по которому течет ток в направлении, указанном на рис. 15. Найдите магнитное поле на оси кольца на расстоянии h от его плоскости.

Решение

Для решения используем закон Био-Савара (III.1), который распишем по компонентам. В данном случае расстояние от точки на оси до точек кольца одинаково:

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{R^2 + h^2}, \quad \mathbf{r} = (0, 0, h), \quad \mathbf{r}' = (x', y', 0), \quad \mathbf{r} - \mathbf{r}' = (-x', -y', h),$$

$d\mathbf{l} = (dl_{x'}, dl_{y'}, 0)$. Таким образом, получим

$$dB_x = \frac{\mu_0 I h dl_{y'}}{4\pi(R^2 + h^2)^{3/2}}, \quad dB_y = -\frac{\mu_0 I h dl_{x'}}{4\pi(R^2 + h^2)^{3/2}}, \quad (\text{III.8})$$

$$dB_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi(R^2 + h^2)^{3/2}} (dl_{y'} x' - dl_{x'} y').$$

Для удобства дальнейших вычислений перейдем в плоскости x, y к полярной системе координат, где $x' = R \sin \varphi$, $y' = R \cos \varphi$, $dl = R d\varphi$, $dl_{x'} = -dl \cos \varphi = -R \cos \varphi d\varphi$, $dl_{y'} = dl \sin \varphi = R \sin \varphi d\varphi$ (см рис. 16, где токовая петля показана в плоскости x, y , причем ось z направлена перпендикулярно плоскости рисунка от нас):

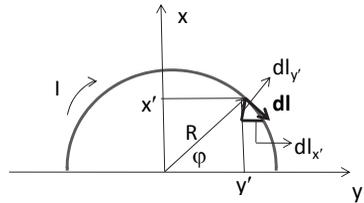


Рис. 16. К примеру III.4. Проводник в плоскости x, y

$$dB_x = \frac{\mu_0 I h R \sin \varphi d\varphi}{4\pi(R^2 + h^2)^{3/2}}, \quad dB_y = \frac{\mu_0 I h R \cos \varphi d\varphi}{4\pi(R^2 + h^2)^{3/2}}, \quad (III.9a)$$

$$dB_z = \frac{\mu_0 I R^2 d\varphi}{4\pi(R^2 + h^2)^{3/2}}.$$

Интегрируя каждое из этих выражений по углу φ от 0 до π , получим

$$B_x = \frac{\mu_0 I h R}{2\pi(R^2 + h^2)^{3/2}}, \quad B_y = 0, \quad B_z = \frac{\mu_0 I R^2}{4(R^2 + h^2)^{3/2}}. \quad (III.9б)$$

Величина магнитного поля по абсолютной величине будет

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_z^2} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + h^2)^{3/2}} \sqrt{\frac{h^2}{\pi^2 R^2} + \frac{1}{4}}. \quad (III.9в)$$

III.2. Теорема о циркуляции

Циркуляция вектора магнитного поля по замкнутому контуру C связана с током, пересекающим площадь, ограниченную этим контуром, следующим образом:

$$\oint_C \mathbf{B} d\mathbf{l} = \mu_0 I, \quad (III.10)$$

где $I = \int \mathbf{j} d\mathbf{S}$ – полный ток через площадь S , \mathbf{j} – плотность тока проводимости. Величина $\int \mathbf{j} d\mathbf{S}$ представляет собой поток вектора плотности тока через площадку, ограниченную контуром C .

Дифференциальная форма этого закона записывается следующим образом:

$$\text{rot}\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{j}. \quad (\text{III.11})$$

Соотношение (III.10) позволяет сравнительно просто находить магнитное поле в тех случаях, когда поле обладает подходящей симметрией, при которой можно выбрать контур C таким образом, что в каждой точке контура магнитное поле B будет иметь одно и то же значение и его вектор будет касательным к линии контура в каждой его точке. В этом случае $\oint_C \mathbf{B}d\mathbf{l} = \oint_C Bdl = B\oint_C dl = BL_C$, где L_C – длина контура C .

Число задач, которые можно решить с помощью теоремы о циркуляции, невелико. Основные типы таких задач и их решения приведены в учебном пособии: *Иродов И.Е. Электродинамика. Основные законы*. Здесь же мы проиллюстрируем применение теоремы о циркуляции на следующем примере.

Пример III.5

Ток I течет вдоль оси x по длинному прямому проводу и затем в точке B растекается равномерно по всем направлениям в однородной проводящей среде, как показано на рис. 17. Полагая, что магнитная проницаемость среды равна единице, найдите индукцию магнитного поля в точке A , отстоящей от точки B на расстоянии r под углом θ_0 .

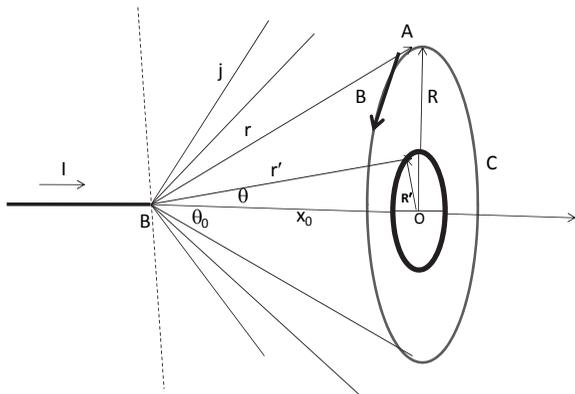


Рис. 17. К примеру III.5

Решение

В качестве контура C выберем окружность радиусом $OA = R$, центр которой лежит на оси x в точке O . Вследствие очевидной симметрии задачи магнитное поле в любой точке этого контура будет одинаковым и его вектор будет направлен по касательной к контуру. Поэтому для циркуляции магнитного поля по этому контуру получим

$$\oint_C \mathbf{B} d\mathbf{l} = \oint_C B dl = B \oint_C dl = B 2\pi R.$$

Каждая токовая линия в проводящей среде представляет собой вектор плотности тока \mathbf{j} . Поскольку ток I растекается равномерно, то величина вектора \mathbf{j} в произвольной точке проводящей среды зависит только от ее расстояния до точки B . Мысленно в проводящей среде проведем полусферу радиусом r с центром в точке B . Тогда очевидно, что вследствие сохранения заряда поток вектора \mathbf{j} через эту полусферу должен быть в точности равен току I :

$$\int \mathbf{j} d\mathbf{S} = \int j dS = j \int dS = j 2\pi r^2 = I,$$

откуда следует

$$j = \frac{I}{2\pi r^2}.$$

Таким образом, плотность тока не является постоянной и зависит от расстояния до точки B .

Приступим теперь к вычислению величины $\int \mathbf{j} d\mathbf{S}$ – потока вектора плотности тока через площадку, ограниченную контуром C :

$$\int \mathbf{j} d\mathbf{S} = \int j dS \cos \theta = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R j \cos \theta R' dR' = I \int_0^R \frac{\cos \theta}{r'^2} R' dR'.$$

В последнем интеграле необходимо все переменные выразить через переменную интегрирования R' : $\cos \theta = \frac{x_0}{r'} = \frac{x_0}{\sqrt{x_0^2 + R'^2}}$; $r' = \sqrt{x_0^2 + R'^2}$.

Таким образом,

$$\int \mathbf{j} d\mathbf{S} = I \int_0^R \frac{\cos \theta}{r'^2} R' dR' = I x_0 \int_0^R \frac{R' dR'}{(x_0^2 + R'^2)^{3/2}} =$$

$$= I \left(1 - \frac{x_0}{(x_0^2 + R^2)^{1/2}} \right) = I \left(1 - \frac{x_0}{r} \right) = I(1 - \cos \theta_0). \quad (\text{III.12})$$

Приравнивая полученное выражение для потока электрического тока через площадку, ограниченную контуром C , к циркуляции магнитного поля по этому контуру, получим

$$B2\pi R = \mu_0 I(1 - \cos \theta_0),$$

откуда

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}(1 - \cos \theta_0) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}(1 - \cos \theta_0) \frac{r}{R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{(1 - \cos \theta_0)}{\sin \theta_0} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2}.$$

III.3. Магнитный диполь

Пусть в некоторой области пространства имеется область, в которой существует ток с плотностью \mathbf{j} . Тогда магнитный дипольный момент этой области определяется следующим образом:

$$\mathbf{p}_m = \frac{1}{2} \int [\mathbf{r} \times \mathbf{j}(\mathbf{r})] dV. \quad (\text{III.13})$$

Для плоской петли произвольной формы площадью S , по которой течет ток I , модуль вектора магнитного дипольного момента по абсолютной величине есть $p_m = IS$, а по направлению \mathbf{p}_m совпадает с вектором магнитного поля, которое генерируется в центре петли током I .

Магнитное поле, создаваемое в произвольной точке пространства \mathbf{r} магнитным диполем \mathbf{p}_m , расположенным в точке \mathbf{r}' , вычисляется по следующей формуле:

$$\mathbf{B}(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{3(\mathbf{r} - \mathbf{r}')[\mathbf{p}_m(\mathbf{r} - \mathbf{r}')]}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^5} - \frac{\mathbf{p}_m}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \right). \quad (\text{III.14})$$

Из (III.14) можно вычислить модуль вектора магнитного поля, создаваемого магнитным дипольным моментом. Возводя (III.14) в квадрат и извлекая квадратный корень, получим

$$B(r, \alpha) = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \alpha}, \quad (\text{III.15})$$

где α – угол между направлениями магнитного дипольного момента и радиуса-вектора точки, в которой определяется поле.

Взаимодействие магнитного диполя с внешним магнитным полем

Сила, действующая на магнитный диполь со стороны внешнего магнитного поля, определяется одним из следующих выражений:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \nabla(\mathbf{p}_m \mathbf{B}(\mathbf{r})) = (\mathbf{p}_m \nabla) \mathbf{B}(\mathbf{r})$$

или

$$(\text{III.16})$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = (\mathbf{p}_m \nabla) \mathbf{B}(\mathbf{r}).$$

Равенство этих двух выражений следует из того, что стационарное магнитное поле в пустом пространстве является безвихревым: $\text{rot } \mathbf{B} = 0$.

В этих выражениях оператор градиента действует на зависящее от координат магнитное поле. Если магнитное поле B является однородным, т. е. не зависит от координат, то сила, действующая на магнитный диполь со стороны однородного магнитного поля, будет равна нулю. Это же справедливо и в общем случае: полная сила, действующая на токовую петлю произвольной формы со стороны внешнего магнитного поля, равна нулю. Однако вращающийся механический момент, действующий на токовую петлю в однородном магнитном поле, в общем случае нулю не равен.

Вращающий механический момент \mathbf{M} , действующий на магнитный диполь со стороны внешнего магнитного поля, определяется следующим выражением:

$$\mathbf{M} = [\mathbf{p}_m \times \mathbf{B}]. \quad (\text{III.17})$$

Пример III.6

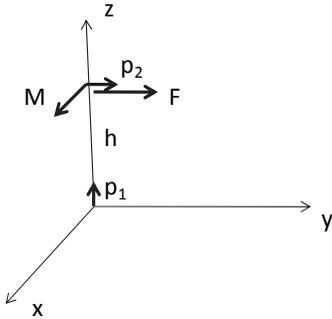


Рис. 18. К примеру III.6

Определите силу взаимодействия двух магнитных диполей p_1 и p_2 . Первый диполь находится в начале координат и ориентирован вдоль положительного направления оси z . Второй диполь находится на оси z на расстоянии h от первого диполя и ориентирован вдоль положительного направления оси y (рис. 18). Вычислите также вращающий механический момент, действующий на второй диполь со стороны магнитного поля первого диполя.

Решение

Вначале с помощью формулы (III.16) выпишем выражение для силы, действующей на диполь p_2 , находящийся в магнитном поле $B(r)$ первого диполя:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \nabla_r (p_2 B_y(r)),$$

откуда

$$F_x = p_2 \frac{dB_y}{dx}; \quad F_y = p_2 \frac{dB_y}{dy}; \quad F_z = p_2 \frac{dB_y}{dz}.$$

Из (III.14) получим компоненты магнитного поля, создаваемого диполем p_1 в произвольной точке пространства $\mathbf{r} = (x, y, z)$:

$$B_{1x} = \frac{\mu_0}{4\pi} p_1 \frac{3xz}{r^5}; \quad B_{1y} = \frac{\mu_0}{4\pi} p_1 \frac{3yz}{r^5}; \quad B_{1z} = \frac{\mu_0}{4\pi} p_1 \left(\frac{3z^2}{r^5} - \frac{1}{r^3} \right),$$

откуда получим магнитное поле, создаваемое диполем p_1 в месте расположения диполя p_2 в точке $\mathbf{r} = (0, 0, h)$:

$$B_{1x} = 0; \quad B_{1y} = 0; \quad B_{1z} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2p_1}{h^3}.$$

Теперь из (III.17) мы можем определить механический момент M , действующий на диполь p_2 :

$$M_x = p_2 B_{1z} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2p_1 p_2}{h^3}; \quad M_y = 0; \quad M_z = 0.$$

В соответствии с правилами вычисления векторного произведения механический момент направлен вдоль положительного направления оси x . Для определения силы, действующей на диполь p_2 , необходимо вычислить пространственные производные компоненты B_y :

$$\frac{dB_y}{dx} = -\frac{\mu_0}{4\pi} p_1 \frac{15xyz}{r^7}; \quad \frac{dB_y}{dy} = \frac{\mu_0}{4\pi} p_1 \left(\frac{3z}{r^5} - \frac{15y^2 z}{r^7} \right);$$

$$\frac{dB_y}{dz} = \frac{\mu_0}{4\pi} p_1 \left(\frac{3y}{r^5} - \frac{15yz^2}{r^7} \right).$$

Таким образом, в точке $\mathbf{r} = (0, 0, h)$ отлична от нуля только одна производная:

$$\left. \frac{dB_y}{dy} \right|_{x=0, y=0, z=h} = \frac{\mu_0}{4\pi} p_1 \frac{3}{h^4}.$$

Следовательно, имеется только одна компонента силы, действующей на диполь p_2 и направленной вдоль положительного направления оси y :

$$F_y = \frac{\mu_0}{4\pi} p_2 p_1 \frac{3}{h^4}.$$

III.4. Сила Ампера

Сила, действующая со стороны магнитного поля на отрезок тонкого проводника длиной dl , по которому течет ток I , определяется следующим выражением:

$$d\mathbf{F} = I[\mathbf{dl} \times \mathbf{B}], \quad (\text{III.18a})$$

где \mathbf{dl} – вектор, совпадающий по направлению с током и равный по абсолютной величине длине отрезка dl .

Из (III.18a) получим силу, действующую на отрезок тонкого проводника:

$$\mathbf{F} = I \int_C [\mathbf{dl} \times \mathbf{B}], \quad (\text{III.18б})$$

где интегрирование идет по контуру проводника.

Пример III.7

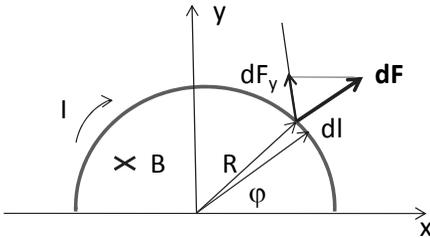


Рис. 19. К примеру III.7

Определите силу, действующую со стороны магнитного поля на полукольцо радиусом R , по которому течет ток I . Магнитное поле перпендикулярно плоскости полукольца.

Решение

Поскольку векторы \mathbf{dl} и \mathbf{B} перпендикулярны, то сила, действующая на элемент dl , по абсолютной величине равна $dF = IBdl$ и направлена так, как показано на рис. 19. Из симметрии задачи ясно, что полная сила вдоль оси x равна нулю, и нам нужно вычислить только y -компоненту этой силы: $dF_y = IBdl \sin \varphi$, $dl = R d\varphi$:

$$F_y = \int_0^\pi dF_y = IBR \int_0^\pi \sin \varphi d\varphi = 2IBR.$$

Пример III.8

Токовая петля, по которой течет ток I_2 , состоит из двух соединенных полуокружностей радиусами R_1 и R_2 . Петля находится в поле прямого тока I_1 , проходящего через геометрический центр петли перпендикулярно ее плоскости. Определите силу, действующую на один из прямолинейных участков петли, а также механический момент, действующий на петлю со стороны магнитного поля тока I_1 (рис. 20).

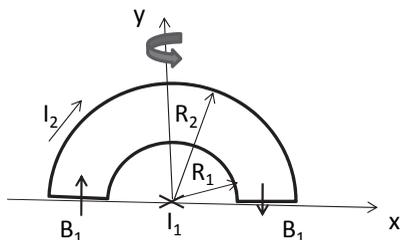


Рис. 20. К примеру III.8

Решение

Магнитное поле тока I_1 не оказывает влияния на криволинейные участки петли, поскольку силовые линии поля параллельны этим участкам. Однако силовые линии поля перпендикулярны прямолинейным участкам петли, как показано на рисунке. Сила, действующая на единицу длины прямолинейного участка $dF = I_2 B_1 dx$, где $B_1 = \mu_0 I_1 / 2\pi x$ – магнитное поле, создаваемое прямым током I_1 на расстоянии x от провода. Сила dF направлена перпендикулярно плоскости петли: справа она направлена от нас, а слева на нас. Полная сила, действующая на правый прямолинейный участок петли, есть

$$F = \int_{R_1}^{R_2} I_2 B_1 dx = \frac{\mu_0}{2\pi} I_1 I_2 \int_{R_1}^{R_2} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0}{2\pi} I_1 I_2 \ln \frac{R_2}{R_1}.$$

Точно такая же сила действует в противоположном направлении на левый прямолинейный участок, так что полная сила, действующая на петлю, равна нулю. Сила dF создает относительно оси y вращающий момент $dM = 2xdF = \mu_0 I_1 I_2 / \pi x$. Таким образом, полный механический момент будет

$$M = \int dM = \frac{\mu_0}{\pi} I_1 I_2 \int_{R_1}^{R_2} dx = \frac{\mu_0}{\pi} I_1 I_2 (R_2 - R_1).$$

Этот вращающий момент направлен вдоль положительного направления оси y , и если петля свободна, то она будет вращаться вокруг оси y в направлении, указанном на рисунке.

III.5. Поток вектора магнитного поля

Поток вектора магнитной индукции через площадку dS

$$d\Phi = \mathbf{B}d\mathbf{S} = B dS \cos \alpha, \quad (\text{III.19a})$$

где $d\mathbf{S}$ – нормаль к элементу площадки dS , равная по абсолютной величине площади dS ; α – угол между нормалью к площадке и вектором магнитной индукции. Полный поток вектора магнитного поля через площадь S определяется следующим образом:

$$\Phi = \int \mathbf{B}d\mathbf{S}. \quad (\text{III.19б})$$

Если магнитное поле B однородно, то из (III.19a) и (III.19б) получим $\Phi = BS \cos \alpha$.

Пример III.9

В одной плоскости с бесконечным прямым проводником, по которому течет ток I , расположена прямоугольная рамка (рис. 21) со сторонами b и c . Ближайшая сторона рамки находится на расстоянии a от проводника. Найдите магнитный поток через площадь рамки.

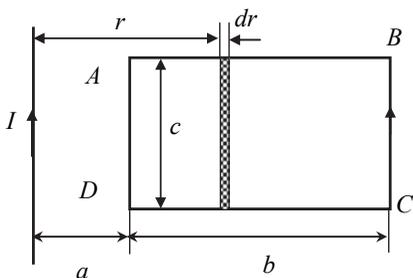


Рис. 21. К примеру III.9

Решение

Магнитное поле в этом примере неоднородно, поскольку оно создается бесконечным прямым током

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

и магнитная индукция зависит от расстояния от провода до точки наблюдения. Чтобы найти

поток вектора магнитной индукции через контур, мы должны просуммировать элементарные магнитные потоки от участков контура, где магнитное поле постоянно. В качестве такого участка разумно выбрать прямоугольник бесконечно малой ширины dr , расположенный на рас-

стоянии r от прямого тока. Поскольку мы рассматриваем бесконечно малую ширину, то можно предположить, что на этом участке магнитная индукция постоянна.

Элементарный поток

$$d\Phi = (\mathbf{B}d\mathbf{S}) = B dS \cos 0^\circ = B dS = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} c dr .$$

Здесь нормаль $d\mathbf{S}$ к рамке совпадает с направлением вектора магнитного поля, который в данном случае направлен за плоскость рисунка. Чтобы найти полный поток через контур Φ , надо проинтегрировать по всем элементарным участкам:

$$\Phi = \int d\Phi = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} c dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi} c \ln \frac{a+b}{a} .$$

III.6. Закон электромагнитной индукции

При изменении магнитного поля в окружающем пространстве возникает вихревое электрическое поле, циркуляция которого по замкнутому контуру связана с потоком магнитного поля через этот контур следующим образом:

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} \int \mathbf{B} d\mathbf{S} . \quad (\text{III.20})$$

Если в качестве контура взять проводник, то по нему будет течь индукционный ток

$$I = \frac{\oint \mathbf{E} d\mathbf{l}}{R} = - \frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt} , \quad (\text{III.21})$$

где R – омическое сопротивление проводника.

Знак « \leftarrow » в правой части этих формул выражает так называемое правило Ленца, в соответствии с которым направление индукционного тока в проводнике должно быть таким, чтобы магнитное поле, создаваемое этим током, препятствовало изменению внешнего магнитного поля.

Обратите внимание, что интегрирование в правой части (III.20) идет по площади, охватываемой контуром, по которому вычисляется

циркуляция в левой части этой формулы. Однако в интеграле по площади в правой части учитываются только те участки этой площади, в которых магнитное поле не равно нулю.

Пример III.10

По обмотке длинного соленоида течет зависящий от времени ток $I(t)$. Длина соленоида L , число витков N , радиус соленоида R . Найдите электрическое поле внутри и вне соленоида (рис. 22).

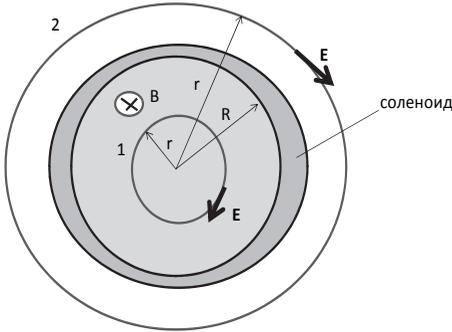


Рис. 22. К примеру III.10

Решение

Магнитное поле внутри соленоида является однородным по сечению соленоида $B = \mu_0 n I(t)$, где $n = N/L$ – число витков на единицу длины (плотность намотки). Магнитный поток проходит через поперечное сечение кругового контура, плоскость которого перпендикулярна оси соленоида

$\Phi = NBS$, где S – площадь поперечного сечения контура. Таким образом, $\Phi = \mu_0 n^2 I(t) SL$. Для нашего случая формула (III.20) имеет следующий вид:

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = -\frac{dI}{dt} \mu_0 n^2 SL. \quad (\text{III.22})$$

Для вычисления циркуляции электрического поля внутри соленоида ($r < R$) возьмем контур в виде окружности радиусом r , центр которой лежит на оси соленоида и плоскость контура перпендикулярна этой оси. Вследствие симметрии задачи в любой точке этого контура электрическое поле будет одинаково и направлено по касательной к окружности контура. Поэтому $\oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = \oint E dl = E \oint dl = E 2\pi r$. Поскольку при $r < R$ магнитное поле существует в любой точке площади, окруженной контуром, то в (III.22) $S = \pi r^2$. Тогда из (III.22) получим

$$E 2\pi r = -\frac{dI}{dt} \mu_0 n^2 \pi r^2 L,$$

откуда получим электрическое поле внутри соленоида

$$E = -\frac{dI}{dt} \frac{\mu_0 n^2 L}{2} r, \quad (r < R).$$

Для вычисления циркуляции электрического поля вне соленоида ($r > R$) возьмем контур в виде окружности радиусом r , центр которой лежит на оси соленоида и плоскость контура перпендикулярна этой оси. Вследствие симметрии задачи в любой точке этого контура электрическое поле будет одинаково и направлено по касательной к окружности контура. Поэтому, как и в предыдущем случае, $\oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = E 2\pi r$. Однако, поскольку при $r > R$ магнитное поле существует только в области $r < R$, то в (III.22) $S = \pi R^2$. Тогда из (III.22) получим $E 2\pi r = -\frac{dI}{dt} \mu_0 n^2 \pi R^2 L$, откуда электрическое поле внутри соленоида есть

$$E = -\frac{dI}{dt} \frac{\mu_0 n^2 R^2 L}{2r}, \quad (r > R).$$

Обратите внимание, что электрическое поле существует при $r > R$, т. е. в области, где нет магнитного поля.

В отличие от электрического поля, создаваемого зарядами, вихревое электрическое поле, создаваемое переменным магнитным полем, не является потенциальным, т. е. циркуляция вихревого электрического поля по замкнутому контуру зависит от положения этого контура в пространстве и не обязательно равна нулю. Сказанное проиллюстрируем примером.

Пример III.11

В зачерненной области, площадь которой S , имеется переменное однородное магнитное поле $B(t)$, направленное перпендикулярно плоскости рис. 23. Вокруг этой области расположено проводящее кольцо. К точкам 1 и 2 этого кольца подсоединен вольтметр. Сопротивление участка кольца 1–4–2 равно R_1 , а сопротивление участка 1–3–2 равно R_2 . Какое напряжение покажет вольтметр? Какое напряжение покажет вольтметр, если перебросить его в положение, показанное на рисунке пунк-

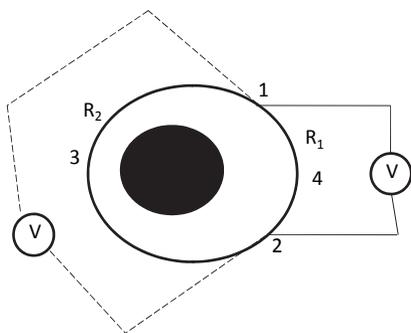


Рис. 23. К примеру III.11

тирными линиями? Сопротивлением подводящих к вольтметру проводов пренебречь. Внутреннее сопротивление вольтметра считать много большим R_1 и R_2 .

Решение

Согласно закону индукции Фарадея ЭДС, наводимая в кольце, есть $\varepsilon = -\frac{dB}{dt}S$. Напряжение, которое показывает вольтметр, есть $V = I_V R_V$, где I_V – ток, текущий в

подводящих к вольтметру проводах; R_V – сопротивление катушки вольтметра. Поскольку внутреннее сопротивление вольтметра велико, то при вычислении тока в кольце мы пренебрежем током I_V . При этом

ток в кольце будет $I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}$. Рассмотрим вначале правое расположение вольтметра. Возьмем замкнутый контур 1–V–2–4–1. Этот контур не пересекают силовые линии магнитного поля, поэтому напряжение на вольтметре $V = IR_1 = \frac{\varepsilon R_1}{R_1 + R_2}$.

Возьмем теперь контур 1–V–2–3–1. Этот контур пересекается магнитным полем, поэтому в этом контуре имеется ЭДС ε , и для напряжения на вольтметре будем иметь $IR_2 - V = \varepsilon$, откуда $V = IR_2 - \varepsilon = \frac{\varepsilon R_2}{R_1 + R_2} - \varepsilon = \frac{\varepsilon R_1}{R_1 + R_2} = IR_1$, т. е. при

неизменном положении вольтметра относительно кольца результат не зависит от выбора контура.

Рассмотрим теперь ситуацию, когда вольтметр расположен слева от проводящего кольца. Возьмем контур 1–3–2–V–1. Этот контур не пересекают силовые линии магнитного поля, поэтому напряжение на вольтметре $V = IR_2 = \frac{\varepsilon R_2}{R_1 + R_2}$. Если же мы возьмем контур 1–2–V–1, то получим $V = IR_1 - \varepsilon = \frac{\varepsilon R_1}{R_1 + R_2} - \varepsilon = \frac{\varepsilon R_2}{R_1 + R_2} = IR_2$. Таким образом,

вольтметр при правом расположении будет показывать $V = IR_1$, а при левом расположении его показания будут $V = IR_2$.

Пример III.12

Металлический стержень массой m и сопротивлением R может скользить без трения по двум направляющим, включенным в цепь с постоянной ЭДС. Расстояние между направляющими равно d . Вся цепь находится в постоянном магнитном поле B , направленном так, как показано на рис. 24. Как будет двигаться стержень после замыкания ключа K ? Найдите: а) скорость стержня в зависимости от времени, считая, что в начальный момент времени стержень находился в состоянии покоя; б) зависимость от времени тока, текущего в цепи; в) энергию, затраченную источником тока на движение стержня; г) энергию, затраченную на нагревание проводника. Внутренним сопротивлением ЭДС и направляющих пренебречь.

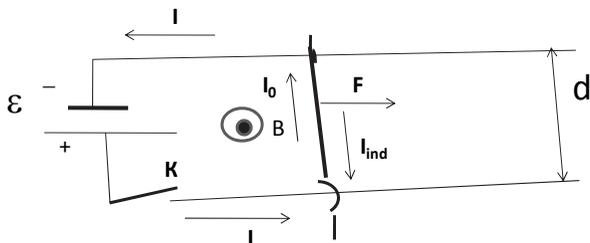


Рис. 24. К примеру III.12

Решение

В первый момент времени после замыкания ключа в цепи возникнет ток $I_0 = \varepsilon / R$. Взаимодействие этого тока с магнитным полем B приведет к возникновению силы Ампера F в направлении, указанном на рис. 24. Как только стержень начнет двигаться, в цепи возникнет ЭДС самоиндукции $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(Bdx) = -Bdv$. При этом индукционный ток $I_{\text{ind}} = -\frac{Bdv}{R}$, где знак « \rightarrow » указывает на то, что направление индукционного тока противоположно току I_0 . Таким образом, полный

ток в цепи при движении стержня будет $I = I_0 - I_{\text{ind}} = I_0 - \frac{Bdv}{R}$. При этом на стержень будет действовать сила Ампера $F = IBd = I_0Bd - \frac{B^2d^2}{R}v$. По мере движения стержня индукционный ток будет нарастать, пока полный ток не обратится в нуль. При этом скорость стержня достигнет своего максимального значения v_0 . Теперь мы можем записать уравнение движения стержня: $ma = F$, или

$$m \frac{dv}{dt} = I_0Bd - \frac{B^2d^2}{R}v.$$

Решение этого уравнения имеет следующий вид:

$$v(t) = v_0 \left(1 - e^{-\frac{B^2d^2}{mR}t} \right),$$

где $v_0 = \frac{\varepsilon}{Bd}$ – установившаяся скорость стержня при $t \rightarrow \infty$, когда на стержень перестает действовать сила Ампера. Подставив эту скорость в выражение для полного тока, получим зависимость полного тока от времени в следующем виде:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{B^2d^2}{mR}t}.$$

Найдем теперь полную энергию W_t , затраченную источником ЭДС на движение стержня, и энергию W_h , затраченную на нагревание стержня током:

$$W_t = \int_0^{\infty} \varepsilon I(t) dt = \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon^2}{R} e^{-\frac{B^2d^2}{mR}t} dt = \frac{\varepsilon^2 m}{B^2 d^2} = mv_0^2;$$

$$W_h = \int_0^{\infty} RI^2(t)dt = \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon^2}{R} e^{-2\frac{B^2 d^2}{mR}t} dt = \frac{\varepsilon^2 m}{2B^2 d^2} = \frac{mv_0^2}{2}.$$

С другой стороны, конечная кинетическая энергия стержня есть $\frac{mv_0^2}{2}$.

Таким образом, из всей затраченной источником энергии W_t половина этой энергии расходуется на нагревание стержня током и половина – на конечную кинетическую энергию стержня.

Пример III.13

В одной плоскости с бесконечным прямым проводником, по которому течет ток I , расположена прямоугольная рамка (см. рис. 21) со сторонами b и c . Сопротивление провода рамки равно R . С помощью внешней силы рамку тянут вправо с постоянной скоростью v . Найдите: а) зависимость от времени индукционного тока в рамке; б) зависимость от времени внешней силы; в) мощность, затрачиваемую внешней силой на перемещение рамки.

Решение

Вначале воспользуемся формулой для магнитного потока через рамку, найденную в решении примера III.9. В этой формуле величину a надо заменить на $x_0 + vt$, где x_0 – расстояние ближайшей стороны рамки от провода в начальный момент времени. Тогда индукционный ток в рамке будет следующим:

$$I_{\text{ind}} = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \frac{bcv}{(x_0 + vt + b)(x_0 + vt)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \frac{bc}{vt^2}.$$

Последний результат получен для $vt \gg x_0, b$.

При движении рамки на нее будет действовать сила Ампера со стороны магнитного поля прямого тока I . Если ток I (рис. 21) направлен вверх, то индукционный ток в рамке будет течь по часовой стрелке. При этом на сторону рамки, ближайшую к проводу, будет действовать сила F_1 , направленная в сторону провода:

$$F_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{c}{x_0 + vt} I_{\text{ind}}.$$

На противоположную сторону рамки будет действовать сила F_2 , направленная в сторону перемещения рамки:

$$F_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{c}{x_0 + vt + b} I_{\text{ind}}.$$

Как следует из этих формул, $F_1 < F_2$, так что результирующая сила $F = F_1 - F_2$ противоположна приложенной внешней силе. Из последних двух выражений получим для силы F :

$$\begin{aligned} F = F_1 - F_2 &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} c I_{\text{ind}} \left(\frac{1}{x_0 + vt} - \frac{1}{x_0 + vt + b} \right) = \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{cb}{v^2 t^2} I_{\text{ind}} = \frac{1}{Rv^3 t^4} \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi} bc \right)^2. \end{aligned}$$

Для того чтобы рамка двигалась с постоянной скоростью, приложенная внешняя сила должна в каждый момент времени быть равной силе Ампера F . При этом мощность внешней силы

$$P = Fv = \frac{1}{Rv^2 t^4} \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi} bc \right)^2.$$

Нетрудно убедиться, что эта величина в точности равна мощности $I_{\text{ind}}^2 R$, которая выделяется на сопротивление рамки при протекании индукционного тока.

Пример III.14

Бетатроном называется ускоритель заряженных частиц, в котором частицы ускоряются вихревым электрическим полем. Пусть магнитное поле, создаваемое соленоидом, радиус которого $r = 0.5$ м, меняется по закону $B = bt$, где $b = 200$ Тл/с. Средний радиус кольца бетатрона $R = 2$ м. Какое число оборотов должен сделать протон, чтобы достичь энергии $W = 100$ МэВ? Какое время для этого понадобится?

Решение

Согласно закону индукции Фарадея, ЭДС индукции во внешнем контуре, охватывающем соленоид, по абсолютной величине есть

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{dB}{dt} \pi r^2 = b \pi r^2 = 200 \text{ Тл/с} \cdot \pi \cdot 0.5 \text{ м}^2 = 314 \text{ В.}$$

Следовательно, за один оборот протон приобретет энергию, равную $e\varepsilon = 314 \text{ эВ}$, где e – заряд протона. Для того чтобы протон достиг энергии 100 МэВ , ему надо сделать $n = W/e\varepsilon = 100 \cdot 10^6 \text{ эВ} / 314 \text{ эВ} \approx 318 \cdot 10^3$ оборотов. За n оборотов протон пройдет путь Ln , где L – длина внешнего контура. Таким образом, время, необходимое протону для набора требуемой

энергии, будет $\tau = \sqrt{\frac{2Ln}{a}}$, где $a = eE/m$ – ускорение, с которым движется протон по траектории; E – вихревое электрическое поле; m – масса протона. Таким образом, $\tau = \sqrt{\frac{2Lmn}{eE}}$. Далее мы будем считать внешний контур окружностью радиуса R . Тогда $L = 2\pi R$, $\varepsilon = E2\pi R$.

Искомое время запишем через исходные величины: $\tau = \frac{2\pi R}{c} \sqrt{\frac{2mc^2 n}{eEL}}$, где c – скорость света. В последнем выражении mc^2 – энергия покоя протона, равная 1000 МэВ , $eEL = 314 \text{ эВ}$. Тогда для величины τ получим

$$\tau = \frac{2\pi \cdot 2 \text{ м}}{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} \sqrt{\frac{2 \cdot 10^9 \text{ эВ} \cdot 3.18 \cdot 10^5 \text{ об}}{314 \text{ эВ}}} \approx 5.6 \cdot 10^{-2} \text{ с.}$$

III.7. Ток смещения

Плотность тока смещения определяется следующим образом:

$$\mathbf{j}_{\text{см}} = \frac{d\mathbf{D}}{dt} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{d\mathbf{E}}{dt}. \quad (\text{III.23})$$

Ток смещения, так же как и ток проводимости, является источником магнитного поля. Для немагнитной среды

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{j} + \mathbf{j}_{\text{см}}) = \mu_0 \mathbf{j} + \varepsilon \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\mathbf{E}}{dt}, \quad (\text{III.24})$$

где \mathbf{j} – плотность тока проводимости.

Интегральная форма этого закона записывается следующим образом:

$$\oint \mathbf{B} d\mathbf{l} = \mu_0 \int \mathbf{j} d\mathbf{S} + \mu_0 \int \mathbf{j}_{\text{см}} d\mathbf{S} = \mu_0 \int \mathbf{j} d\mathbf{S} + \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon \frac{d}{dt} \int \mathbf{E} d\mathbf{S}. \quad (\text{III.25})$$

В левой части этого выражения стоит циркуляция магнитного поля по замкнутому контуру, а справа – сумма токов проводимости и смещения через площадь, ограниченную этим контуром.

Пример III.15

Плоский воздушный конденсатор, площадь каждой пластины которого $S = 100 \text{ см}^2$, включен последовательно в цепь переменного тока $I = I_m \cos \omega t$, где $I_m = 1 \text{ мА}$, $\omega = 1.6 \cdot 10^7 \text{ рад/с}$. Найдите: а) амплитуду тока смещения; б) амплитуду плотности тока смещения; в) амплитуду напряженности электрического поля между пластинами конденсатора.

Решение

В настоящей схеме ток смещения совпадает по направлению с током проводимости I и в точности ему равен. Поэтому амплитуда тока смещения $I_{m,\text{см}} = I_m = 1 \text{ мА}$. Плотность тока смещения

$j_{\text{см}} = I_{m,\text{см}} / S = 10^{-3} \text{ А} / 10^{-2} \text{ м}^2 = 0.1 \text{ А/м}^2$. Для определения электрического поля воспользуемся тем, что ток смещения равен току проводимости $I_m \cos \omega t = \varepsilon_0 \frac{dE}{dt} S$, откуда $E = \frac{I_m}{\varepsilon_0 \omega S} \sin \omega t$. Таким образом, амплитуда напряженности электрического поля есть

$$E_m = \frac{I_m}{\varepsilon_0 \omega S} = \frac{10^{-3} \text{ А}}{8.85 \cdot 10^{-12} (\text{Ф/м}) 1.6 \cdot 10^7 (\text{рад/с}) 10^{-2} \text{ м}^2} = 700 \text{ В/м}.$$

Пример III.16

Через плоский воздушный конденсатор, обкладки которого имеют форму дисков радиусом R , течет переменный ток $I = I_0 \sin \omega t$. Найдите: а) электрическое поле E между пластинами; б) зависимость магнитного поля между обкладками от расстояния до оси.

Решение

а) Плотность тока смещения между пластинами $j_{\text{см}} = \frac{I_0 \sin \omega t}{\pi R^2} = \varepsilon_0 \frac{dE}{dt}$, откуда $E = -\frac{I_0 \cos \omega t}{\varepsilon_0 \omega \pi R^2}$. б) Поскольку между пластинами отсутствует ток проводимости, то выражение (III.25) принимает вид $\oint \mathbf{B} d\mathbf{l} = \mu_0 \int \mathbf{j}_{\text{см}} d\mathbf{S}$. Возьмем контур, по которому вычисляется циркуляция в левой части интеграла, в виде окружности радиусом $r < R$ с центром на оси пластин. Вследствие симметрии задачи магнитное поле B в точках этого контура везде одно и то же. Поэтому $\oint \mathbf{B} d\mathbf{l} = B 2\pi r$. С другой стороны, $\int \mathbf{j}_{\text{см}} d\mathbf{S} = j_{\text{см}} \pi r^2$. Приравнявая эти два выражения, получим $B 2\pi r = \mu_0 j_{\text{см}} \pi r^2$, откуда

$$B = \frac{\mu_0 j_{\text{см}}}{2} r = \frac{\mu_0 I_0 \sin \omega t}{2\pi R^2} r \quad \text{при } r < R.$$

Возьмем теперь контур, по которому вычисляется циркуляция в левой части интеграла, в виде окружности радиусом $r > R$ с центром на оси пластин. Вследствие симметрии задачи магнитное поле B в точках этого контура везде одно и то же. Поэтому по-прежнему $\oint \mathbf{B} d\mathbf{l} = B 2\pi r$.

Однако теперь $\int \mathbf{j}_{\text{см}} d\mathbf{S} = j_{\text{см}} \pi R^2$, поскольку ток смещения отличен от нуля только при $r < R$. Приравнявая эти два выражения, получим $B 2\pi r = \mu_0 j_{\text{см}} \pi R^2$, откуда

$$B = \frac{\mu_0 j_{\text{см}} R^2}{2r} = \frac{\mu_0 I_0 \sin \omega t}{2\pi r} \quad \text{при } r > R.$$

Таким образом, магнитное поле между пластинами вначале растет линейно с ростом расстояния до оси, достигает максимального значения при $r = R$, а затем уменьшается обратно пропорционально r . Следует иметь в виду, что в рассматриваемом примере между пластинами нет тока проводимости. Магнитное поле между пластинами генерируется переменным электрическим полем, которое существует между ними.

В рассмотренных выше примерах ток смещения совпадал по направлению с током проводимости. Однако бывают и другие случаи.

Пример III.17

Между пластинами плоского конденсатора находится слабо проводящий диэлектрик с диэлектрической проницаемостью ϵ и удельным сопротивлением ρ . Заряженный конденсатор медленно разряжается через диэлектрик. Показать, что при разрядке конденсатора между его пластинами магнитное поле отсутствует. Найдите зависимость от времени тока смещения.

Решение

Между пластинами течет ток проводимости $j = -\frac{d\sigma}{dt}$, где σ есть плотность заряда на пластине. С другой стороны, электрическое поле между пластинами $E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}$. Таким образом, ток смещения

$j_{\text{см}} = \epsilon\epsilon_0 \frac{dE}{dt} = \frac{d\sigma}{dt}$. Следовательно, ток смещения равен по величине и противоположен по знаку току проводимости. Поэтому полный ток между пластинами конденсатора равен нулю, вследствие чего магнитное поле между пластинами отсутствует. Найдём теперь зависимость тока смещения от времени. Ток проводимости j связан с электрическим полем законом Ома: $j = E/\rho$. Подставляя сюда полученные выше выражения для j и E через σ , получим уравнение для σ : $\frac{d\sigma}{dt} = -\frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0\rho}$.

Решение этого уравнения есть $\sigma(t) = \sigma_0 \exp\left(-\frac{t}{\epsilon\epsilon_0\rho}\right)$, где σ_0 – плот-

ность заряда на пластине в начальный момент времени. Таким образом, ток смещения между пластинами есть $j_{\text{см}} = \frac{d\sigma}{dt} =$

$$= -\frac{\sigma_0}{\varepsilon\varepsilon_0\rho} \exp\left(-\frac{t}{\varepsilon\varepsilon_0\rho}\right).$$

Пример III.18

Точечный заряд q движется с постоянной нерелятивистской скоростью v . Найдите плотность тока смещения $\mathbf{j}_{\text{см}}$ в точках A и B , находящихся на расстоянии d от заряда на прямой: а) совпадающей с траекторией заряда; б) перпендикулярной к траектории заряда и проходящей через заряд (рис. 25).

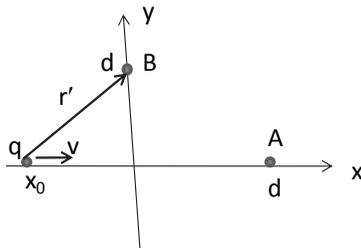


Рис. 25. К примеру III.18

Решение

Пусть заряд движется вдоль положительного направления оси x , как показано на рис. 25. Начало координат выберем таким образом, что координаты точек A и B (x, y) соответственно равны $(d, 0)$ и $(0, d)$. Пусть в некоторый момент времени t_0 заряд находится в точке с координатой $-x_0$. Для вычисления электрического поля воспользуемся формулой (II.4), где вектор \mathbf{r}' – расстояние от заряда до точек A и B – зависит от времени:

$$\mathbf{E} = k \frac{q(\mathbf{r} - \mathbf{r}'(t))}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'(t)|^3}. \quad (\text{III.26})$$

В рассматриваемом случае вектор \mathbf{r}' имеет компоненты $\mathbf{r}' = (-x'_0 + vt, y')$. а) Как следует из (III.26), электрическое поле на оси x имеет только одну компоненту

$$E_x = k \frac{q}{(x + x'_0 - vt)^2},$$

откуда

$$j_{x,\text{см}} = \varepsilon_0 \frac{dE_x}{dt} = \frac{2qv}{4\pi(x+x'_0-vt)^3}.$$

Из этого выражения следует, что в момент $t = x'_0 / v$, когда заряд будет находиться в начале координат $x'_0 - vt = 0$, ток смещения в точке A будет

$$j_{x,\text{см}} = \frac{2qv}{4\pi d^3}.$$

б) В точке B электрическое поле имеет две компоненты:

$$E_x = k \frac{q(x'_0 - vt)}{\left((x'_0 - vt)^2 + d^2\right)^{3/2}}; \quad E_y = k \frac{qd}{\left((x'_0 - vt)^2 + d^2\right)^{3/2}}.$$

Для компонент тока смещения в точке B получим

$$j_{x,\text{см}} = \varepsilon_0 \frac{dE_x}{dt} = \frac{qv \left[2(x'_0 - vt)^2 - d^2 \right]}{4\pi \left((x'_0 - vt)^2 + d^2 \right)^{5/2}};$$

$$j_{y,\text{см}} = \varepsilon_0 \frac{dE_y}{dt} = \frac{3qdv(x'_0 - vt)}{4\pi \left((x'_0 - vt)^2 + d^2 \right)^{5/2}}.$$

В момент $t = x'_0 / v$, когда заряд будет находиться в начале координат $x'_0 - vt = 0$, ток смещения в точке B будет иметь только одну компоненту:

$$j_{x,\text{см}} = -\frac{qv}{4\pi d^3}.$$

III.8. Магнитное поле движущегося заряда

Как следует из уравнений (III.24) и (III.25), изменяющееся во времени электрическое поле приводит к генерации в окружающем пространстве магнитного поля. При движении заряда с некоторой скоростью электрическое поле этого заряда в фиксированной точке пространства меняется со временем, так как меняется расстояние заряда до этой точки, в результате чего в этой точке возникает магнитное поле.

Пример III.19

Точечный заряд q движется с постоянной нерелятивистской скоростью v . Воспользовавшись теоремой о циркуляции вектора B по круговому контуру, показанному на рис. 26, найти поле B в точке A как функцию радиуса-вектора r и скорости заряда v .

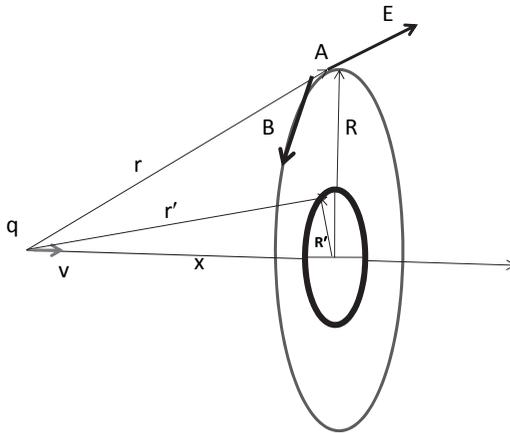


Рис. 26. К примеру III.19

Решение

Вследствие симметрии задачи для циркуляции магнитного поля по круговому контуру имеем

$$\int \mathbf{B} d\mathbf{l} = B 2\pi R. \quad (\text{III.27})$$

С другой стороны, согласно уравнению (III.25) эта величина должна быть равна умноженному на μ_0 потоку плотности тока смещения через площадь, ограниченную круговым контуром

$$\mu_0 \int \mathbf{j}_{\text{см}} \mathbf{dS} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}, \quad (\text{III.28})$$

где Φ_E – поток вектора электрического поля заряда через поверхность, ограниченную контуром

$$\Phi_E = \int E_n dS = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R E_n R' dR'.$$

В этом выражении E_n – нормальная к поверхности, ограниченной контуром, компонента электрического поля заряда $E_n = E \cos \theta = Ex / r$. Кроме того, как видно из рис. 26, $r' = \sqrt{R'^2 + x^2}$. Таким образом,

$$\Phi_E = 2\pi \int_0^R \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r'^2} \frac{x}{r'} R' dR' = \frac{qx}{2\varepsilon_0} \int_0^R \frac{R' dR'}{(x^2 + R'^2)^{3/2}} = \frac{q}{2\varepsilon_0} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right).$$

В этом выражении величина x зависит от времени: $dx/dt = v$.

$$\frac{d\Phi_E(x)}{dt} = \frac{d\Phi_E(x)}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{d\Phi_E(x)}{dx} = \frac{qv}{2\varepsilon_0} \frac{R^2}{r^3}.$$

Подставив это выражение в (III.28) и сравнив с (III.27), получим

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qvR}{r^3}.$$

Поскольку $R = r \sin \theta$, то последнее выражение можно записать в векторной форме:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\mathbf{v} \times \mathbf{r}]}{r^3}. \quad (\text{III.29})$$

III.9. Уравнения Максвелла. Электромагнитные волны

Дифференциальная форма уравнений Максвелла в вакууме, где отсутствуют заряды и токи проводимости, имеет следующий вид:

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0; \quad (\text{III.30})$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (\text{III.31})$$

Первое уравнение в (III.31) описывает закон индукции Фарадея, интегральная форма которого приведена в (III.20), а второе уравнение в (III.31), интегральная форма которого приведена в (III.25), можно назвать законом индукции Максвелла, согласно которому переменное электрическое поле генерирует магнитное поле в окружающем пространстве.

Одним из решений этих уравнений является плоская электромагнитная волна, состоящая из электрической и магнитной составляющих:

$$\mathbf{E} = \mathbf{i}E_0 \cos(\omega t - kz); \quad (\text{III.32a})$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{j}B_0 \cos(\omega t - kz), \quad (\text{III.32б})$$

где ω – частота волны; \mathbf{k} – волновой вектор, $|\mathbf{k}| = \omega/c = 2\pi/\lambda$, где $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$ – скорость света; λ – длина волны.

Эти уравнения описывают плоскую электромагнитную волну, которая распространяется вдоль положительного направления оси z . Векторы электрической и магнитной компонент лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, и взаимно перпендикулярны друг другу. Из уравнений Максвелла следует связь между амплитудами электрической и магнитной составляющих в плоской электромагнитной волне

$$E_0 = cB_0. \quad (\text{III.33})$$

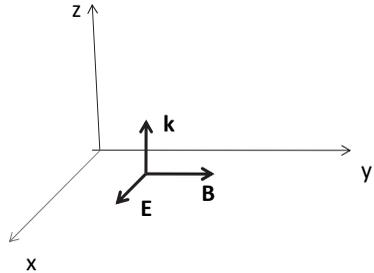


Рис. 27. Три вектора \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{k} плоской электромагнитной волны

Направление распространения плоской электромагнитной волны совпадает с направлением волнового вектора \mathbf{k} , направление которого, в свою очередь, совпадает с направлением вектора $[\mathbf{E} \times \mathbf{B}]$. Три вектора \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{k} образуют подобно координатным осям x , y , z правую тройку векторов (рис. 27). Поэтому, зная направления любых двух из этих векторов, можно всегда однозначно определить направление третьего вектора.

Плотность энергии электромагнитной волны вычисляется по стандартной формуле

$$w = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}. \quad (\text{III.34})$$

Подставив в формулу (III.34) уравнения (III.32а) и (III.32б) и усреднив по периоду колебаний $T = 2\pi/\omega$, получим для плоской электромагнитной волны

$$\langle w \rangle = \frac{\varepsilon_0 \langle E^2 \rangle}{2} + \frac{\langle B^2 \rangle}{2\mu_0} = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{4} + \frac{B_0^2}{4\mu_0} = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2}, \quad (\text{III.35})$$

где $\langle \dots \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \langle \dots \rangle dt$.

Из (III.35) видно, что плотность энергий электрической и магнитной компонент в плоской электромагнитной волне одинакова и равна $\frac{\varepsilon_0 E_0^2}{4}$.

III.10. Вектор Пойнтинга

Вектор Пойнтинга \mathbf{S} описывает поток энергии электромагнитного поля:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} [\mathbf{E} \times \mathbf{B}]. \quad (\text{III.36})$$

Размерность этой величины [$\text{Дж}/\text{м}^2\text{с} = \text{Вт}/\text{м}^2$], т. е. вектор Пойнтинга – это есть поток энергии, проходящий через единичную площадку за одну секунду. Для плоской электромагнитной волны

$$S = \frac{1}{\mu_0} E_0 B_0 \cos^2(\omega t - kx) = \frac{1}{\mu_0 c} E_0^2 \cos^2(\omega t - kx) = c \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kx).$$

Усреднив по периоду, получим

$$\langle S \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \langle S \rangle dt = c \varepsilon_0 E_0^2 \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(\omega t - kx) dt = c \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2}.$$

Из этого выражения следует, что в плоской электромагнитной волне среднее по периоду значение плотности потока энергии пропорционально средней по периоду плотности энергии:

$$\langle S \rangle = c \langle w \rangle. \quad (\text{III.37})$$

Выражения (III.34) и (III.36) справедливы для любого электромагнитного поля, тогда как (III.35) и (III.37) выполняются только для плоской электромагнитной волны.

Пример III.20

Плоская электромагнитная волна $\mathbf{E}(x, t) = \mathbf{j} E_m \cos(\omega t - kx)$ распространяется в вакууме, где $E_m = 160 \text{ В/м}$, $k = 0.5 \text{ м}^{-1}$. Найдите: а) длину волны; б) частоту волны; в) вектор индукции магнитного поля \mathbf{B} в точке с координатой $x = 8 \text{ м}$ в моменты $t = 0$ и $t = 33 \text{ нс}$; г) средний за период колебаний модуль плотности тока смещения; д) среднюю за период колебаний плотность потока энергии.

Решение

а) Длина волны определяется из соотношения $k = 2\pi/\lambda$, откуда

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0.5 \text{ м}^{-1}} = 15.56 \text{ м};$$

б) частота волны определяется из соотношения $\omega = ck$, откуда

$$\omega = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot 0.5 \text{ м}^{-1} = 1.5 \cdot 10^8 \text{ рад/с};$$

в) волна распространяется в положительном направлении оси x , а вектор электрического поля направлен по оси y . Поэтому вектор магнитной компоненты будет направлен вдоль оси z : $\mathbf{B}(x, t) = \mathbf{k}B_m \cos(\omega t - kx)$. Сначала найдем амплитуду магнитного поля:

$$B_m = E_m / c = \frac{160 \text{ В/м}}{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} = 8 \cdot 10^{-7} \text{ Тл}.$$

Далее найдем вектор магнитного поля в указанных точках:

$$\mathbf{B}(8 \text{ м}, 0 \text{ с}) = \mathbf{k}B_m \cos(-0.5 \text{ м}^{-1} \cdot 8 \text{ м}) =$$

$$= \mathbf{k}8 \cdot 10^{-7} \text{ Тл} \cdot \cos(4 \text{ рад}) = -\mathbf{k}5.23 \cdot 10^{-7} \text{ Тл};$$

$$\mathbf{B}(8 \text{ м}, 30 \text{ нс}) = \mathbf{k}B_m \cos(1.5 \cdot 10^8 \text{ рад/с} \cdot 30 \cdot 10^{-9} \text{ с} - 0.5 \text{ м}^{-1} \cdot 8 \text{ м}) =$$

$$= \mathbf{k}8 \cdot 10^{-7} \text{ Тл} \cdot \cos(0.5 \text{ рад}) = \mathbf{k}7.0 \cdot 10^{-7} \text{ Тл};$$

$$\text{г) } |\mathbf{j}_{\text{см}}| = \varepsilon_0 \left| \frac{d\mathbf{E}}{dt} \right| = \varepsilon_0 \omega E_m |\sin(\omega t - kx)|.$$

Вычисляем среднее по периоду от этой величины:

$$\langle |\mathbf{j}_{\text{см}}| \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T |\mathbf{j}_{\text{см}}| dt = \frac{\varepsilon_0 \omega E_m}{T} \int_0^T |\sin(\omega t - kx)| dt =$$

$$= \frac{\varepsilon_0 \omega E_m}{T} \left(\int_{\varphi}^{T/2+\varphi} \sin(\omega t - kx) dt - \int_{T/2+\varphi}^{T+\varphi} \sin(\omega t - kx) dt \right) =$$

$$= \frac{4\varepsilon_0 \omega E_m}{T\omega} = \frac{2\varepsilon_0 \omega E_m}{\pi},$$

где $\varphi = kx / \omega$.

Подставив сюда численные значения, получим

$$\langle |j_{cm}| \rangle = \frac{2\varepsilon_0 \omega E_m}{\pi} = \frac{2(8.85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м})(1.5 \cdot 10^8 \text{ рад/с})160 \text{ В/м}}{\pi} =$$

$$= 0.135 \text{ А/м}^2;$$

д) плотность потока энергии дается вектором Пойнтинга (III.36). Для рассматриваемого примера

$$\langle S \rangle = c \frac{\varepsilon_0 E_m^2}{2} = \frac{1}{2} (3 \cdot 10^8 \text{ м/с})(8.85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м})(160)^2 \text{ В}^2/\text{м}^2 = 34 \text{ Дж/м}^2\text{с}.$$

Пример III.21

В вакууме распространяются две плоские электромагнитные волны – одна вдоль оси x , другая вдоль оси y :

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - kx); \quad \mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - ky),$$

где вектор \mathbf{E}_0 направлен вдоль оси z . Найдите среднее значение плотности энергии в точках плоскости $y = x$.

Решение

Магнитные компоненты этих волн равны соответственно:

$$\mathbf{B}_1 = -jB_0 \cos(\omega t - kx); \quad \mathbf{B}_2 = iB_0 \cos(\omega t - ky).$$

Запишем вектор Пойнтинга

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} [(\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2) \times (\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2)].$$

Этот вектор имеет две отличные от нуля компоненты:

$$S_x = -\frac{1}{\mu_0} (E_1 + E_2)B_1; \quad S_y = \frac{1}{\mu_0} (E_1 + E_2)B_2.$$

В точках плоскости $y = x$ получим

$$S_x = -\frac{2E_0B_0}{\mu_0} \cos^2(\omega t - kx); \quad S_y = \frac{2E_0B_0}{\mu_0} \cos^2(\omega t - kx).$$

Усреднив по периоду, получим

$$\langle S_x \rangle = -\frac{2E_0B_0}{\mu_0} \langle \cos^2(\omega t - kx) \rangle = -\varepsilon_0 c E_0^2;$$

$$\langle S_y \rangle = \frac{2E_0B_0}{\mu_0} \langle \cos^2(\omega t - kx) \rangle = \varepsilon_0 c E_0^2.$$

Окончательно получим

$$\langle S \rangle = \sqrt{\langle S_x \rangle^2 + \langle S_y \rangle^2} = \sqrt{2} \cdot \varepsilon_0 c E_0^2.$$

IV. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

Вариант 1Э

1. Расстояние a между двумя точечными зарядами $q_1 = 20 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_2 = -5 \cdot 10^{-8}$ Кл равно 3 см. На каком расстоянии от первого заряда находится точка, в которой: а) напряженность E поля зарядов равна нулю; б) потенциал электрического поля равен нулю?

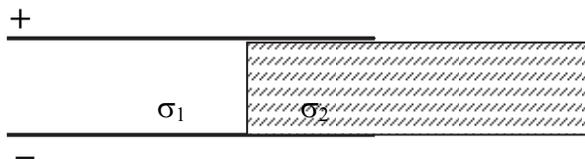
2. Используя условие задачи 1, рассчитайте, какая работа совершается при перенесении точечного заряда 10^{-8} Кл из бесконечности в точку с нулевой напряженностью электрического поля.

3. На бесконечном тонкостенном цилиндре диаметром $d = 10$ см равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Кл/м². Определите напряженность электрического поля и его потенциал в точках, отстоящих от оси цилиндра на $r = 2$ см, $r = 10$ см. Качественно изобразите зависимости электрического поля и потенциала от расстояния до оси цилиндра.

4. Две бесконечные проводящие параллельные пластины находятся на расстоянии $d = 0.5$ см друг от друга. На пластинах равномерно распределены свободные заряды с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 0.2$ мкКл/м² и $\sigma_2 = -0.3$ мкКл/м². Определите напряженность электрического поля и его потенциал вне пластин и между пластинами. Постройте графики соответствующих зависимостей $E(x)$ и $\varphi(x)$, где ось x перпендикулярна плоскостям. На обеих сторонах каждой из пластин определите результирующую плотность заряда, а также плотность индуцированного заряда.

5. Плоский конденсатор, расстояние между пластинами которого $d = 1$ мм, находится под напряжением $U = 160$ В. Внутри конденсатора

частично вставлена стеклянная пластина ($\epsilon = 7$). Определите \mathbf{D} и \mathbf{E} в стекле, а также поверхностные плотности зарядов σ_1 σ_2 .



К задаче 1.5

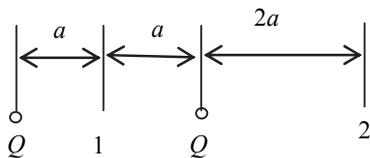
6. Имеется сфера радиусом $R = 10$ см, заряженная с постоянной поверхностной плотностью $\sigma_1 = 0,2$ мкКл/м². Найдите электрическое поле и потенциал в точках, расположенных от центра сферы на расстояниях $r = 5$ см, $r = 15$ см. Качественно изобразите зависимости электрического поля и потенциала от расстояния до центра сферы.

7. Для условий задачи № 6 найдите энергию электрического поля сферы во всем пространстве, а также энергию электрического поля, заключенную в сферической области, ограниченной внешним радиусом $r = 15$ см.

8. Потенциал некоторого поля имеет вид $\varphi = ay(y^2/3 - x^2)$, где a – константа. Найдите вектор напряженности поля \mathbf{E} и его модуль E , плотность электрического заряда.

Вариант 2Э

1. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $q_1 = 32$ нКл и $q_2 = -18$ нКл, находящимися на расстоянии $d = 50$ мм друг от друга. Считая, что заряды расположены на оси x , найдите компоненты вектора напряженности поля \mathbf{E}_x , \mathbf{E}_y , его модуль E и потенциал φ поля в точке, удаленной от первого заряда на $r_1 = 40$ мм и от второго на $r_2 = 30$ мм.



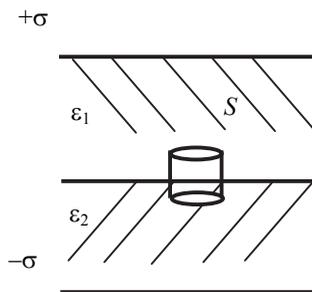
К задаче 2.2

2. Электрическое поле создано двумя одинаковыми положительными зарядами Q . Найдите работу A сил поля по перемещению заряда $q = 10$ нКл из точки 1 с потенциалом $\varphi = 300$ В в точку 2.

3. Бесконечно длинный цилиндр радиусом R равномерно заряжен по объему с плотностью ρ . Определите напряженность электрического поля \mathbf{E} внутри цилиндра и снаружи. Постройте график зависимости $E(r)$, где r – расстояние от оси цилиндра.

4. Две бесконечные проводящие параллельные пластины находятся на расстоянии $d = 0.5$ см друг от друга. На пластинах равномерно распределены свободные заряды с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 1$ нКл/м² и $\sigma_2 = 3$ нКл/м². Определите напряженность электрического поля и его потенциал вне пластин и между пластинами. Постройте графики соответствующих зависимостей $E(x)$ и $\varphi(x)$, где ось x перпендикулярна плоскостям. На обеих сторонах каждой из пластин определите результирующую плотность заряда, а также плотность индуцированного заряда.

5. Пластины плоского конденсатора заряжены с поверхностной плотностью $\sigma = 200$ нКл/м². Пространство между пластинами заполнено двумя слоями диэлектрика с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 3$ и $\varepsilon = 5$. В каждой из областей определите векторы \mathbf{P} , \mathbf{D} , \mathbf{E} и покажите их направления на рисунке. Найдите потоки векторов \mathbf{P} , \mathbf{D} и \mathbf{E} через цилиндр с площадью основания $S = 10$ см², а также найдите плотность поверхностно-связанного заряда на границе раздела двух диэлектриков.



К задаче 2.5

6. Потенциал некоторого электрического поля равен $\varphi = a / \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Найдите модуль вектора \mathbf{E} и его проекции на оси x , y , z , а также вектор $\text{rot } \mathbf{E}$.

7. Тонкое полукольцо радиусом R равномерно заряжено с линейной плотностью $+\tau$. Определите напряженность электростатического поля \mathbf{E} и его потенциал φ в центре кривизны полукольца. Укажите направление электрического поля в этой точке.

8. Найдите работу, которую необходимо совершить, чтобы перенести точечный заряд $q = 42$ нКл из точки, находящейся на расстоянии $a = 20$ см, в точку, находящуюся на расстоянии $b = 5$ см от центра проводящего шара радиусом $R = 10$ см с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 4.3 \cdot 10^{-11}$ Кл/м².

Вариант 3Э

1. Диполь с электрическим моментом $p = 0,12$ нКл · м расположен в начале координат и направлен вдоль положительного направления оси x . Пользуясь дипольной формулой (II.13), найдите компоненты вектора напряженности электрического поля \mathbf{E} и его потенциал φ в точке, с координатами $x = 80$ мм, $y = 40$ мм.

2. Определите работу A , которую нужно затратить, чтобы увеличить на $\Delta x = 0.2$ мм расстояние x между пластинами плоского конденсатора с зарядами величиной $q = 0.2$ мкКл. Площадь каждой пластины $S = 400$ см². В зазоре между пластинами – воздух. Рассмотрите два случая: а) конденсатор отсоединен от источника питания; б) конденсатор подключен к источнику питания.

3. Две концентрические металлические сферы радиусами $R_1 = 6.0$ см и $R_2 = 15$ см несут соответственно заряды $q_1 = +8.85 \cdot 10^{-12}$ и $q_2 = -8.85 \cdot 10^{-12}$ Кл. Найдите напряженность электрического поля и его потенциал в точках, отстоящих от центра сферы на расстояниях: 1) $r_1 = 5.0$ см; 2) $r_2 = 10$ см; 3) $r_3 = 25$ см. Качественно изобразить изменение поля потенциала внутри сфер и за их пределами. Как изменится результат, если внешнюю сферу заземлить?

4. Электрическое поле создано тремя проводящими бесконечными параллельными пластинами. Крайние пластины несут равномерно распределенный по площади заряд с поверхностными плотностями $\sigma_1 = -2$ нКл/м² и $\sigma_2 = +5$ нКл/м². Средняя пластина не заряжена. Расстояние между соседними пластинами одинаково и равно $d = 0.8$ см. Определите напряженность E электрического поля вне пластин и между ними, а также разность потенциалов $\Delta\varphi$ между пластинами. Постройте график изменения E вдоль линии, перпендикулярной пластинам. Как изменится результат, если одну из сторон средней пластины заземлить?

5. Между пластинами плоского конденсатора находится плотно прилегающая стеклянная пластина ($\epsilon = 7$). Конденсатор заряжен до разности потенциалов $U = 100$ В. Какова будет разность потенциалов U_1 , если вытащить стеклянную пластину из конденсатора? Какая при этом будет затрачена работа? Рассмотрите два случая: а) конденсатор отсоединен от источника питания; б) конденсатор подключен к источнику питания.

6. В вершинах равностороннего треугольника со стороной a закреплены три одинаковые частицы массой m и зарядом q каждая. Ка-

кую максимальную скорость приобретет каждый из шариков, если им предоставить возможность двигаться свободно? Расчет проведите для электрона, если $a = 10^{-8}$ м.

7. Потенциал поля на оси кольца радиусом R , равномерно заряженного с линейной плотностью τ , имеет вид $\varphi = \frac{\tau R}{2\varepsilon_0 \sqrt{R^2 + x^2}}$, где x –

расстояние от плоскости кольца до заданной точки на его оси. Найдите величину и направление вектора напряженности \mathbf{E} . В какой точке на оси кольца электрическое поле будет максимальным? Чему равно это максимальное значение поля?

8. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектриков: стекла ($\varepsilon = 7$) толщиной 5 мм и парафина ($\varepsilon = 2$) толщиной 2 мм. Разность потенциалов между обкладками конденсатора 4 кВ. В каждом слое определите векторы \mathbf{P} , \mathbf{D} , \mathbf{E} и покажите их направления на рисунке (см. рисунок к варианту 2Э). Определите разность потенциалов в каждом слое, плотность заряда на пластинах, а также плотность связанного заряда на границе раздела диэлектриков.

Вариант 4Э

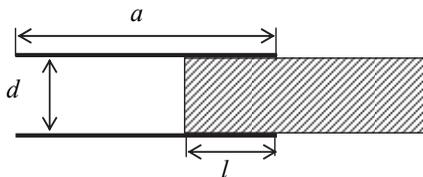
1. Тонкий стержень длиной $l_0 = 10$ см равномерно заряжен с линейной плотностью $\tau = 17$ мкКл/м. На продолжении стержня на расстоянии $l = 20$ см от ближайшего его конца находится точечный заряд $q = 80$ нКл. Найдите силу F взаимодействия точечного заряда и стержня.

2. На какое расстояние могут сблизиться два электрона, если они движутся навстречу друг другу с относительной скоростью: а) 10^5 м/с; б) $2 \cdot 10^8$ м/с ?

3. Две длинные тонкостенные коаксиальные трубки радиусами $R_1 = 2$ см и $R_2 = 4$ см соответственно несут заряды, равномерно распределенные по длине, с линейными плотностями $\tau_1 = 10^{-3}$ мкКл/м и $\tau_2 = -5 \cdot 10^{-3}$ мкКл/м. В пространстве между трубками – воздух. Определите разность потенциалов между трубками и напряженность поля в точках, находящихся на расстоянии $r_1 = 1$ см, $r_2 = 3$ см, $r_3 = 5$ см от оси трубок. Постройте график зависимости напряженности от расстояния до оси трубок $E_r(r)$.

4. Три проводящие плоскопараллельных пластины, расположенные на малом расстоянии друг от друга, равномерно заряжены. Поверхностные плотности зарядов пластин соответственно равны $\sigma_1 = +3 \cdot 10^{-8}$ Кл/м²,

$\sigma_2 = -5 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}^2$ и $\sigma_3 = +8 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}^2$. Найдите напряженность поля в точках, лежащих между пластинами и с внешней стороны. Постройте график зависимости напряженности поля от расстояния, выбрав за начало отсчета положение первой пластины. Определите плотность электрического заряда на обеих сторонах каждой из пластин.



К задаче 4.5

5. Определите емкость плоского конденсатора с прямоугольными пластинами длиной a и шириной b , расстояние между пластинами d , вдоль стороны a которого на глубину l вставлена диэлектрическая пластина с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ .

6. Тонкое полукольцо радиусом $R = 10 \text{ см}$ несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью $\tau = 10^3 \text{ нКл/м}$. В центре кривизны полукольца находится заряд $Q = 20 \text{ нКл}$. Определите силу взаимодействия точечного заряда и полукольца.

7. Напряженность электрического поля внутри и на поверхности шара, заряженного с постоянной объемной плотностью ρ , выражается

формулой $E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$, где r – расстояние от центра шара. Найдите выра-

жение $\phi(r)$ для потенциала точек внутри шара и вычислите разность потенциалов между центром шара и его поверхностью, если $R = 10 \text{ см}$, $\rho = 50 \text{ нКл/м}^3$.

8. Первоначально пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено воздухом, напряженность поля в зазоре E_0 . Затем половину зазора (см. рисунок) заполнили однородным изотропным диэлектриком с проницаемостью ϵ . Найдите модули векторов \mathbf{E} и \mathbf{D} в обеих частях зазора, а также плотность свободных зарядов на пластине σ и плотность связанных зарядов σ' , если при введении диэлектрика напряжение между обкладками не изменялось.

Вариант 5Э

1. Заряды $q_1 = 10 \text{ мкКл}$ и $q_2 = -10 \text{ мкКл}$ находятся на оси x в точках $x = 0$ и $x = 10 \text{ см}$. Определите компоненты вектора напряженности электрического поля \mathbf{E} , его модуль и потенциал ϕ в точке $x = 0$, $y = 10 \text{ см}$.

2. Предположим, что два протона в ядре гелия расположены на расстоянии $d = 1.5 \cdot 10^{-15}$ м друг от друга. Вычислите: а) электростатическую силу, действующую между ними; б) работу, которую нужно совершить, чтобы сблизить протоны на указанное расстояние; в) скорость, которую приобретут протоны, если их предоставить самим себе. Заряд протона $q = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

3. Расстояние между двумя длинными тонкими проволоками, расположенными параллельно друг другу, равно $d = 16$ см. Проволоки равномерно заряжены одноименными зарядами с линейной плотностью $\tau = 150$ мкКл/м. Какова напряженность поля E в точке, удаленной на одинаковое расстояние a как от первой, так и от второй проволоки, если известно, что в этой точке напряженность поля максимальна? Чему при этом равно a ?

4. Три плоскопараллельные пластины, расположенные на малом расстоянии друг от друга, равномерно заряжены с поверхностной плотностью $\sigma = 5 \cdot 10^{-8}$ Кл/м² каждая. Найдите напряженность поля в точках, лежащих между пластинами и с внешней стороны. Определите плотность электрического заряда и плотность индуцированного заряда на обеих сторонах каждой из пластин. Постройте график зависимости напряженности поля от расстояния, выбрав за начало отсчета положение первой пластины.

5. Два металлических шарика радиусами $R_1 = 5$ см и $R_2 = 10$ см имеют заряды $q_1 = 40$ нКл и $q_2 = -20$ нКл соответственно. Расстояние между шариками много больше их размеров. Какие заряды будут на шариках после того, как их соединили проводником? Найдите энергию W , пошедшую на нагревание проводника.

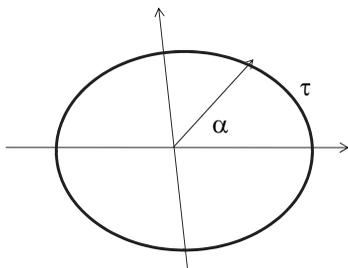
6. Объемный заряд с плотностью $\rho = 2$ нКл/м³ равномерно распределен между двумя концентрическими сферическими поверхностями, причем радиус внутренней поверхности $R_1 = 10$ см, наружной $R_2 = 50$ см. Найдите напряженность поля E в точках, отстоящих от центра сфер на расстояниях $r_1 = 3$ см, $r_2 = 12$ см, $r_3 = 55$ см.

7. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком, диэлектрическая проницаемость которого линейно изменяется от значения ϵ_1 у одной пластины до значения $\epsilon_2 < \epsilon_1$ у другой. Расстояние между пластинами d , площадь каждой из них равна S . Найдите емкость конденсатора.

8. Тонкий стержень длиной $l = 30$ см несет равномерно распределенный по длине заряд с линейной плотностью $\tau = 1$ мкКл/м. На расстоянии $r_0 = 20$ см от стержня находится заряд $Q_1 = 10$ нКл, равноуда-

ленный от концов стержня. Определите силу F взаимодействия точечного заряда с заряженным стержнем.

Вариант 6Э



К задаче 6.1

1. Найдите напряженность E электростатического поля и его потенциал в центре окружности радиусом r , по которой распределен заряд с линейной плотностью $\tau = \tau_0 \sin \alpha$, где τ_0 – положительная константа (см. рисунок). Укажите направление поля на рисунке.

2. В вершинах квадрата со стороной $a = 10$ см находятся четыре заряда, три из которых положительны $q = 10$ мкКл, а один отрицательный $q = -10$ мкКл.

Найдите: а) электрическое поле и потенциал в центре квадрата; б) потенциальную энергию этой системы зарядов.

3. Электрическое поле создано бесконечными параллельными пластинами, несущими равномерно распределенный по площади заряд с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 10$ нКл/м² и $\sigma_2 = 3$ нКл/м². Расстояние между пластинами $d = 6$ мм. Определите: а) напряженность электрического поля вне и между пластинами; б) разность потенциалов между пластинами; в) плотность поверхностного заряда и плотность индуцированного заряда на обеих сторонах каждой пластины. Постройте графики изменения E и ϕ вдоль линии, перпендикулярной пластинам. Как изменятся графики, если расстояние между пластинами увеличить в два раза?

4. Емкость плоского конденсатора равна $C = 100$ пФ. Диэлектрик – фарфор ($\epsilon = 5$). Какую работу A нужно совершить, чтобы вынуть диэлектрик из конденсатора? Рассмотрите два случая: а) конденсатор заряжен до напряжения $U = 600$ В и отключен от источника питания; б) в процессе вытаскивания диэлектрика конденсатор остается подключенным к источнику питания напряжением $U = 600$ В. Трением между диэлектриком и пластинами конденсатора пренебречь.

5. Вычислите электростатическую энергию диэлектрического шара ($\epsilon = 3$), заряженного по объему с плотностью $\rho = 50$ нКл/м³. Радиус шара $R = 10$ см.

6. По тонкой нити длиной l_0 равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau(x) = \tau_1 + (\tau_2 - \tau_1) \frac{x}{l_0}$. Найдите напряженность поля \mathbf{E} и потенциал в точке, расположенной против одного из ее концов на расстоянии r_0 от нее.

7. Частица с электрическим дипольным моментом $p = 5.1 \cdot 10^{-29}$ Кл·м находится на расстоянии $r = 10$ см от длинного провода, равномерно заряженного с линейной плотностью зарядов $\tau = 72$ нКл/м. Найдите модуль силы F , действующей на частицу, если вектор \mathbf{p} направлен нормально к проводу.

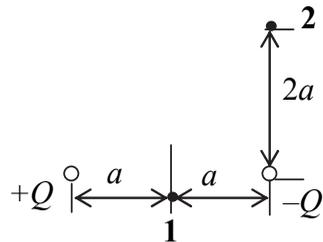
8. Система состоит из двух concentрических металлических оболочек радиусами R_1 и R_2 ($R_2 > R_1$) с соответствующими зарядами q_1 и q_2 . Найдите: а) собственную энергию W_1 , W_2 каждой оболочки; б) энергию взаимодействия оболочек $W_{вз}$; в) полную электрическую энергию W данной системы.

Вариант 7Э

1. Тонкое кольцо радиусом $R = 16$ см несет заряд, равномерно распределенный с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. Найдите точки на оси кольца, в которой напряженность электрического поля: а) максимальна; б) минимальна. Нарисуйте качественный график зависимости электрического поля на оси кольца в зависимости от расстояния до центра кольца.

2. Две concentрические металлические сферы радиусами $R_1 = 6.0$ см и $R_2 = 15$ см несут соответственно заряды $q_1 = +8 \cdot 10^{-12}$ и $q_2 = -5 \cdot 10^{-12}$ Кл. Найдите напряженность и потенциал поля в точках, отстоящих от центра сферы на расстояниях: 1) $r_1 = 5.0$ см; 2) $r_2 = 10$ см; 3) $r_3 = 25$ см. Как изменится результат, если обе сферы соединить тонким проводником?

3. Электрическое поле создано двумя разноименными зарядами $|Q| = 10$ мкКл, $a = 10$ см. Определите: а) работу A_{12} по перемещению электрона из точки 1 в точку 2; б) электрическое поле и его направление в точках 1 и 2.



К задаче 7.3

4. Равномерно заряженную с поверхностной плотностью $\sigma = 10 \text{ нКл/м}^2$ плоскость пересекает сфера, центр которой лежит на плоскости. Поток вектора \mathbf{E} через сферу равен $3.2 \text{ В} \cdot \text{м}$. Определите радиус сферы.

5. Электроды двухэлектродной лампы (диода) имеют форму нити радиусом $R_1 = 0.1 \text{ мм}$ (катод) и коаксиального с ней цилиндра радиусом $R_2 = 2 \text{ мм}$ (анод). На электроды подано напряжение $U = 100 \text{ В}$. Найдите силу F , которую будет испытывать электрон, находясь в точке, отстоящей от оси катода на расстоянии 1 мм .

6. Система состоит из двух концентрических металлических сферических оболочек радиусами R_1 и R_2 ($R_2 > R_1$). Внутренняя оболочка имеет заряд q_1 , внешняя не заряжена. Найдите: а) электрическое поле и потенциал в точках $r < R_1$, $R_1 < r < R_2$, $r > R_2$; б) потенциал каждой сферы. Как изменится результат, если внешнюю сферу заземлить?

7. Потенциал поля внутри заряженного шара радиусом R зависит только от расстояния до его центра r по закону $\varphi = ar + b$, где a и b – константы. Найдите: а) электрическое поле E внутри шара; б) объемную плотность заряда ρ ; заряд шара Q .

8. Тонкая бесконечная нить равномерно заряжена с линейной плотностью τ . Пользуясь принципом суперпозиции, найдите напряженность поля E в точке, находящейся на расстоянии r от нити.

Вариант 8Э

1. Система состоит из двух концентрических металлических сферических оболочек радиусами R_1 и R_2 ($R_2 > R_1$). Внутренняя оболочка имеет заряд q_1 , внешняя не заряжена. Найдите: а) электрическое поле и потенциал в точках $r < R_1$, $R_1 < r < R_2$, $r > R_2$; б) потенциал каждой сферы. Как изменится результат, если внутреннюю сферу соединить с внешней тонким проводником?

2. Плоскость с круглым отверстием радиусом R равномерно заряжена с поверхностной плотностью σ . Найдите напряженность E электрического поля на оси отверстия как функцию расстояния h до его центра. Указание: воспользоваться принципом суперпозиции.

3. Три одинаковых одноименных заряда q расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд Q противоположного знака нужно поместить в центре этого треугольника, чтобы результирующая сила, действующая на каждый заряд, была равна нулю?

4. Внутри длинного металлического полого толстостенного цилиндра с внутренним радиусом $R_1 = 2$ см и внешним $R_2 = 5$ см вдоль оси расположена тонкая проволока, несущая заряд с линейной плотностью $\tau = 6 \cdot 10^{-4}$ мкКл/м. Найдите распределение напряженности $E(r)$ вдоль оси r , перпендикулярной оси цилиндра с началом отсчета на этой оси. Как изменится результат, если проволоку сместить до соприкосновения с внутренней поверхностью цилиндра?

5. Шар радиусом R имеет положительный заряд, объемная плотность которого зависит только от расстояния r до его центра как $\rho = \rho_0(1 - r/R)$, где ρ_0 – постоянная. Пренебрегая влиянием вещества шара, найдите: а) компоненты вектора напряженности электрического поля; б) модуль напряженности электрического поля внутри и вне шара как функцию r ; в) заряд шара.

6. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком (фарфор, $\epsilon = 5$), объем V которого равен 100 см^3 . Поверхностная плотность заряда $\sigma = 8,85 \text{ нКл/м}^2$. Вычислите работу A , которую необходимо совершить, чтобы удалить диэлектрическую пластину из конденсатора. Трением пренебречь. Рассмотрите два случая: а) конденсатор отсоединен от источника напряжения; б) конденсатор подключен к источнику питания напряжением $U = 20 \text{ В}$.

7. По четверти кольца радиусом $r = 6$ см равномерно распределен положительный заряд с линейной плотностью $\tau = 64 \text{ нКл/м}$. Найдите силу F , действующую на заряд $q = 12 \text{ нКл}$, расположенный в центре и на оси кольца на расстоянии $h = 10$ см от его центра.

8. Положительный точечный заряд 50 мкКл находится на плоскости xu в точке с радиусом-вектором $\mathbf{r}_0 = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$, где \mathbf{i} и \mathbf{j} – орты осей x и y . Найдите напряженность электрического поля и ее модуль в точке с радиусом-вектором $\mathbf{r} = 8\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$. В этой же точке найдите потенциал электрического поля. Здесь \mathbf{r}_0 и \mathbf{r} даны в метрах.

Вариант 9Э

1. Два положительных заряда q и $q/2$ находятся в плоскости на расстоянии a друг от друга. Найдите отрицательный заряд Q и точку, в которую его надо поместить, чтобы сила, действующая на каждый из трех зарядов, равнялась нулю.

2. Тонкий стержень AB длиной $l = 100$ см имеет заряд $q = 37 \text{ нКл}$, распределенный так, что его линейная плотность пропорциональна квадрату расстояния от конца A . Найдите напряженность электрического поля в точке A .

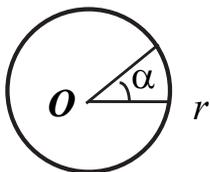
3. Металлический шар радиусом $R_1 = 3$ см, несущий заряд $q_1 = -20$ нКл, окружен concentрической проводящей сферой радиусом $R_2 = 5$ см, равномерно по поверхности заряженной зарядом $q_2 = 40$ нКл. Найдите напряженность поля E на расстояниях $r_1 = 2$ см, $r_2 = 4$ см, $r_3 = 6$ см от центра шара. Постройте зависимость напряженности $E(r)$ и потенциала $\varphi(r)$. Как изменится результат, если шар и сферу соединить тонким проводником?

4. Электрическое поле создано двумя металлическими параллельными пластинами, которые подключены к источнику ЭДС $\varepsilon = 100$ В. Положительная пластина заземлена. Расстояние между пластинами 10 мм. Чему равна плотность электрического заряда на поверхности пластин? Постройте: графики зависимостей напряженности $E(x)$ и потенциала $\varphi(x)$, если ось x перпендикулярна плоскости пластин. Как изменится результат, если расстояние между пластинами увеличено вдвое?

5. На плоский воздушный конденсатор с толщиной слоя $d = 2.5$ см подается напряжение $U = 50$ кВ. Будет ли пробит конденсатор, если электрическая прочность воздуха $E_v = 30$ кВ/см? Будет ли пробит конденсатор, если между его обкладками (параллельно им) ввести стеклянную пластину ($\varepsilon = 7$) толщиной $d_1 = 2$ см? Электрическая прочность стекла $E_c = 100$ кВ/см.

6. Потенциал поля, создаваемого некоторой системой зарядов имеет вид $\varphi = \varphi_0 \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right)$, где $\varphi_0 = 100$ В; $a = 2$ м; $b = 1$ м. Определите напряженность электрического поля E и плотность заряда в точке C с координатами $x_C = 1$ м, $y_C = 2$ м.

7. Внутри бесконечно длинного цилиндра, заряженного равномерно с объемной плотностью ρ , имеется цилиндрическая полость. Расстояние между осями цилиндра и полости равно a . Найдите напряженность электрического поля E внутри полости. Диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 1$. Покажите направление силовых линий электрического поля в полости. Указание: воспользуйтесь принципом суперпозиции.



К задаче 9.8

8. Найдите напряженность E электростатического поля в центре окружности радиусом r , по которой распределен заряд с линейной плотностью $\tau = \tau_0 \sin \alpha$, где τ_0 – константа (см. рисунок).

Вариант 10Э

1. В двух вершинах равностороннего треугольника со стороной a находятся два положительных заряда, равные по абсолютной величине q . В третьей вершине находится отрицательный заряд $-q$. Найдите напряженность электрического поля E и его потенциал в точке, расположенной на середине стороны треугольника, соединяющей разноименные заряды.

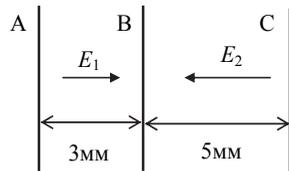
2. Какая совершается работа при перенесении точечного заряда $q = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл из бесконечности в точку, находящуюся: а) на расстоянии $r = 1$ см от поверхности диэлектрической сферы радиуса $R = 2$ см, равномерно заряженной с объемной плотностью заряда $\rho = 10^{-5}$ Кл/м³; б) на расстоянии $r = 1$ см от центра этой сферы? Диэлектрик – стекло, $\varepsilon = 7$.

3. Шар радиусом $R = 1$ м равномерно заряжен по объему. Потенциал электростатического поля на поверхности шара $\varphi_0 = 1000$ В. Зависимость потенциала φ от расстояния до центра шара r имеет вид

$$\varphi(r) = \begin{cases} \frac{3}{2}\varphi_0 - \frac{1}{2}\varphi_0 \frac{r^2}{R^2}, & \text{если } r < R, \\ \varphi_0 \frac{R}{r}, & \text{если } r \geq R. \end{cases}$$

Найдите плотность объемного заряда шара, а также зависимость напряженности поля $E(r)$, изобразите ее на графике и вычислите значения E при $r_1 = 0.5$ м и $r_2 = 1.5$ м.

4. Пусть имеются три заряженные пластины, которые расположены так, как показано на рисунке. Потенциал пластины A равен нулю. Слева от A и справа от C $E = 0$, $E_1 = 300$ В/м, $E_2 = 200$ В/м. Найдите: а) потенциал φ_B ; б) потенциал φ_C ; в) плотности поверхностного заряда на каждой из пластин, считая их бесконечно большими.

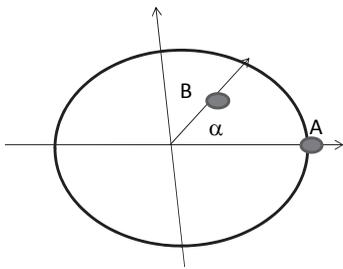


К задаче 10.4

5. Плоский конденсатор заполнен двумя слоями диэлектрика: первый слой толщиной $d = 1$ см – слюда ($\varepsilon_1 = 6$), второй такой же толщины – стекло ($\varepsilon_2 = 10$). При каком напряжении произойдет пробой конденсатора? Электрическая прочность слюды $E_1 = 800$ кВ/см, стекла – $E_2 = 300$ кВ/см.

6. Зазор между пластинами плоского конденсатора заполнен неоднородной слабо проводящей средой, удельная проводимость которой изменяется в направлении, перпендикулярном пластинам, по линейному закону от $\sigma_1 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$ до $\sigma_2 = 2 \cdot 10^{-12} \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$. Площадь каждой пластины $S = 230 \text{ см}^2$, ширина зазора $d = 2 \text{ мм}$. Найдите ток I , проходящий через конденсатор при напряжении $U = 300 \text{ В}$.

7. В одной из ранних моделей атома (модель Томпсона) электрически нейтральный атом водорода представлялся в виде шара радиусом $a = 10^{-8} \text{ см}$, равномерно заряженного по объему положительным зарядом $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, на расстоянии a от центра которого помещался такой же по величине отрицательный точечный заряд (электрон). На рисунке электрон находится в точке A . Найдите напряженность электрического поля и его потенциал внутри шара в точке B на расстоянии $r = 0.5 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ от его центра. Угол $\alpha = 60^\circ$.



К задаче 10.7

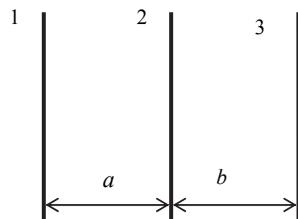
8. Потенциалы катода U_k , сетки U_c , анода U_a цилиндрического триода равны соответственно $0, -2, 90 \text{ В}$. Энергия электрона, вылетающего из катода, $W = 3 \text{ эВ}$. Найдите кинетическую энергию электрона, когда он достигнет сетки (W_1), анода (W_2). Какое напряжение U нужно приложить к сетке, чтобы электрон с энергией $W = 3 \text{ эВ}$ не достиг анода?

Вариант 11Э

1. Положительный точечный заряд $q = 100 \text{ мкКл}$ находится на плоскости xy в точке $\vec{r}_0 = 3\vec{i} + 10\vec{j} \text{ (м)}$. Найдите величину и вектор напряженности электрического поля в точке $\vec{r} = 9\vec{i} + 2\vec{j} \text{ (м)}$; \vec{i}, \vec{j} – орты осей x, y .

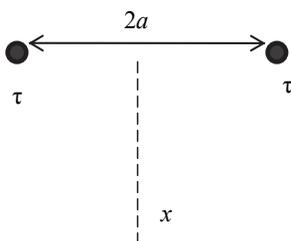
2. Электрическое поле создано тремя бесконечными проводящими параллельными пластинами, несущими равномерно распределенный по площади заряд с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 10 \text{ нКл/м}^2$, $\sigma_2 = 7 \text{ нКл/м}^2$ и $\sigma_3 = 3 \text{ нКл/м}^2$. Расстояние между пластинами $a = 6 \text{ мм}$, $b = 8 \text{ см}$. Определите: а) напряженность электрического поля вне пластин и между ними; б) разность потенциалов между пластинами;

в) плотность поверхностного и индуцированного зарядов на обеих сторонах каждой пластины. Постройте графики изменения E и ϕ вдоль линии, перпендикулярной пластинам.



К задаче 11.2

3. Две длинные параллельные нити, положительно заряженные равномерно с линейной плотностью заряда τ , расположены на расстоянии $2a$ друг от друга. Определите расстояние x от центра симметрии системы до точки, лежащей на оси симметрии, в которой напряженность поля будет максимальной. Найдите напряженность поля в этой точке.

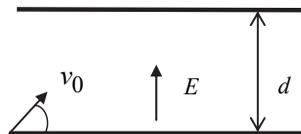


К задаче 11.3

4. В процессе «заземления» – контакта заряженного тела с Землей – происходит перераспределение электрического заряда. Пусть заземляется металлическая сфера радиусом $r = 10$ см, заряженная до потенциала $\phi = -430$ В. Определите количество электронов, оставшихся на сфере после заземления. Считать Землю нейтральным проводящим телом. Радиус Земли принять равным 6400 км.

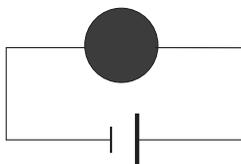
5. Электрон влетает со скоростью $v_0 = 5,83 \cdot 10^6$ м/с под углом $\theta = 39^\circ$ в плоский конденсатор. Напряженность поля внутри конденсатора $E = 1870$ В/м. Расстояние между пластинами $d = 1,97$ см. Длина пластин $l = 6$ см. Нарисуйте траекторию электрона в конденсаторе.

6. Три тонкие металлические сферы радиусом R , $2R$, $3R$ заряжены соответственно зарядами q , $2q$, $-3q$. Центры сфер совпадают. Определите потенциал каждой из сфер и потенциал в центре системы.



К задаче 11.5

7. Цилиндрический конденсатор имеет радиус внутренней оболочки a и внешней b . Длина оболочек конденсатора l . На каком расстоянии $a \leq r \leq b$ энергия поля внутри цилиндра радиусом r равна половине всей энергии поля заряженного конденсатора?



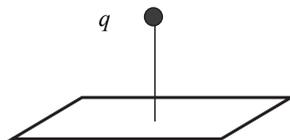
К задаче 11.8

8. К нейтральной проводящей сфере радиусом $R = 13$ см присоединены два проводника. Если систему присоединить к источнику тока, то по одному проводнику протекает ток $I_1 = 1,000002$ А, по второму $I_2 = 1$ А. Через какое время сфера зарядится до потенциала $\varphi = 980$ В?

Вариант 12Э

1. Из экспериментальных данных известно, что электрическое поле Земли направлено вертикально вниз. На высоте $H_1 = 300$ м напряженность поля $E_1 = 58 \frac{\text{В}}{\text{м}}$, на высоте $H_2 = 200$ м $E_2 = 110 \frac{\text{В}}{\text{м}}$. Найдите электрический заряд, содержащийся в кубе с ребром 100 м, локализованный на высоте $200 \leq H \leq 300$ м. Кривизной поверхности Земли пренебречь.

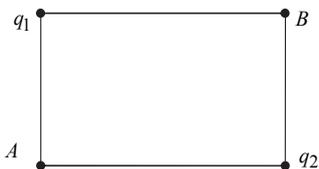
2. Точечный заряд $+q$ расположен на расстоянии $\frac{d}{2}$ от центра квадрата со стороной d .



К задаче 12.2

Найдите поток напряженности электрического поля Φ_E через квадрат.

3. Стороны прямоугольника 5 и 15 см. Заряды $q_1 = -5$ мкКл и $q_2 = -15$ мкКл. Какую работу надо совершить, чтобы переместить



К задаче 12.3

электрон из точки A в точку B ? На площади, ограниченной прямоугольником, найдите точку, в которой электрическое поле равно нулю. Чему равен потенциал поля в этой точке?

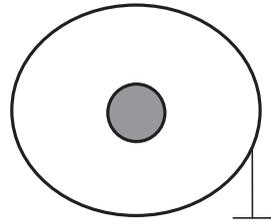
4. Металлический шар радиусом R_1 , заряженный до потенциала φ , окружен концентрической металлической оболочкой радиусом R_2 . Чему равно электрическое поле между шаром и оболочкой, вне оболочки? Чему станет равен потенциал шара, если заземлить оболочку? Как при этом изменится электрическое поле?

5. Электрон в атоме водорода вращается по круговой орбите радиусом $r_1 = 0.53 \cdot 10^{-10}$ м. Определите потенциальную энергию взаимодействия электрона с ядром, кинетическую энергию движения электрона и полную энергию электрона на орбите.

6. Миллион сферических капель воды сливаются в одну каплю. Радиус маленькой капли $r = 5 \cdot 10^{-6}$ м, заряд $q = 1.6 \cdot 10^{-14}$ Кл. Какая энергия расходуется на преодоление электрических сил отталкивания при слиянии капель?

7. Плоскопараллельный конденсатор объемом $V = 5.46$ см³ и расстоянием между пластинами $d = 1.3$ мм заряжен до напряжения $U = 625$ В. Пространство между пластинами заполнено диэлектриком с $\epsilon = 5$. Найдите емкость конденсатора, величину заряда на каждой пластине, напряженность поля внутри конденсатора, плотность связанного заряда на поверхности диэлектрика, объемную плотность энергии поля.

8. Катод и анод электровакуумного диода изготовлены в виде двух концентрических цилиндрических поверхностей с диаметрами $a = 1.62$ мм (катод) и $b = 18.3$ мм (анод). Длина обоих элементов $l = 2.38$ см. Определите емкость диода.



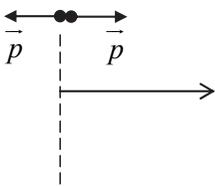
К задаче 12.4

Вариант 13Э

1. Точечный заряд q расположен в вершине куба с ребром a . Найдите поток напряженности Φ_E через каждую поверхность куба.

2. Непроводящий шар радиусом R заряжен электрическим зарядом, объемная плотность которого зависит от расстояния от центра шара как $\rho = \rho_0 \frac{r}{R}$, где R – радиус сферы, ρ_0 – const. Определите напряженность электрического поля внутри и вне сферы как функцию расстояния от центра сферы $E(r)$. Вычислите энергию электрического поля такого шара.

3. Два диполя расположены рядом и ориентированы вдоль одной прямой. При этом дипольные моменты направлены противоположно друг другу. Покажите, что напряженность поля на расстоянии x от



К задаче 13.3

центра системы при $x \gg d$ имеет вид

$$E = \frac{3qd^2}{2\pi\epsilon_0 x^4}, \quad (d - \text{плечо диполя}).$$

4. В экспериментах Э. Резерфорда по рассеянию α -частиц на атомах золота использовались α -частицы с кинетической энергией $\epsilon_k = 5$ МэВ. Ядро атома золота

Au_{79}^{197} содержит $Z = 79$ протонов. Радиус ядра атома $r_0 = 7 \cdot 10^{-15}$ м. Определите наименьшее расстояние, на которое может приблизиться к ядру α -частица с такой энергией. Чему равна сила, действующая на α -частицу в точке наименьшего сближения? Столкновение считать центральным.

5. Два металлических шарика с радиусами $r = 4$ см и $R = 8$ см расположены друг от друга на расстоянии значительно большем их радиусов. Шарика заряжены зарядами $q = 10$ мкКл и $Q = 50$ мкКл. Каковы будут их заряды, если шарика соединить тонким проводом? Какова будет электростатическая энергия этой системы до и после соединения? Объясните полученный результат.



К задаче 13.6

6. Четыре проводящих шарика радиусом $r_1 = 1$ мм, заряженных зарядом $q_1 = 10^{-7}$ Кл каждый, расположены вдоль прямой, касаясь друг друга. Какую работу нужно совершить, чтобы составить из шариков пирамидку (правильный тетраэдр)?



К задаче 13.7

7. Тонкий стержень длиной l заряжен с линейной плотностью заряда τ . Найдите потенциал поля в точке P , расположенной вдоль оси y на расстоянии a от конца стержня.

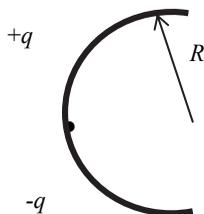
8. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено слюдой (толщиной $d_1 = 0,2$ мм; $\epsilon_1 = 5$; электрической прочностью $E_1 = 160$ кВ/мм), парафином ($d_2 = 1$ мм; $\epsilon_2 = 2$; $E_2 = 24$ кВ/мм) и воздухом ($d_3 = 10$ мм; $\epsilon_3 = 1$; $E_3 = 3$ кВ/мм). При каком напряжении на пластинах конденсатора будет пробит воздушный промежуток?

парафиновый слой? Определите максимальное напряжение, до которого может быть заряжен конденсатор.

Вариант 14Э

1. Из астрономических наблюдений известно, что кольца Сатурна состоят из мелких частиц космической пыли. Эти частицы несут на себе избыточный заряд. Определите избыточное число электронов на такой частице с радиусом $r = 1$ мкм, если потенциал ее поверхности $\varphi = -400$ В.

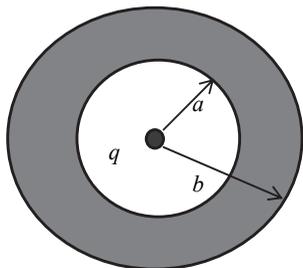
2. Тонкий стержень изогнут в виде полукольца радиусом R . Заряд $+q$ равномерно распределен по верхней половине полукольца, заряд $-q$ равномерно распределен по нижней половине. Определите напряженность электрического поля и его потенциал в центре полукольца.



К задаче 14.2

3. Две параллельные пластины площадью $S = 110$ см² каждая заряжены равными противоположными зарядами $q = \pm 890$ нКл. Пространство между пластинами заполнено диэлектриком. Напряженность поля между ними $E = 1,4 \cdot 10^6$ $\frac{\text{В}}{\text{м}}$. Определите величину диэлектрической проницаемости

диэлектрика и величину связанного заряда на его поверхностях.



К задаче 14.4

4. Сферическая оболочка с радиусами поверхностей a и b заряжена так, что объемная плотность заряда зависит от расстояния

$\rho = \frac{A}{r}$. В центре полости находится точечный заряд q . При этом напряженность поля внутри оболочки ($a \leq r \leq b$) остается постоянной. Найдите величину коэффициента A .

5. Проводящий диск радиусом R равномерно заряжен по поверхности зарядом Q . Найдите потенциал поверхности диска. На каком расстоянии от центра диска вдоль оси, проходящей через центр перпендикулярно его плоскости, потенциал поля равен половине потенциала его поверхности?

6. Электрон ускоряется разностью потенциалов $\Delta\phi = 500$ кВ. Определите скорость электрона, если вначале он покоился.

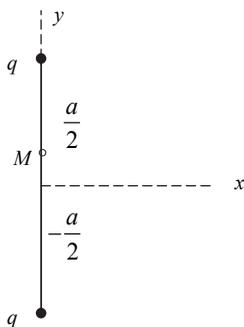
7. Расстояние между оболочками сферического конденсатора d , радиус внутренней оболочки a . При этом $d \ll a$. Предположим, что необходимо изготовить цилиндрический конденсатор такой же емкости с радиусом внутреннего цилиндра a и внешнего $a + d$. Определите высоту такого цилиндрического конденсатора.

8. Однородный пучок α -частиц с энергией 22.4 МэВ создает ток $I = 250$ нА. Сколько частиц пересекает плоскую поверхность, перпендикулярную потоку, за время $\Delta t = 2.9$ с? Сколько частиц содержится в длине участка пучка $\Delta l = 18$ см?

Вариант 15Э

1. Если поверхность Земли имеет избыточный заряд 1 электрон / м^2 , то каковы будут напряженность поля вблизи поверхности и потенциал ее поверхности? Радиус Земли принять равным $R = 6500$ км. Считать Землю проводящим шаром.

2. Электрическое поле образовано заряженным плоским диском радиусом R . Поверхностная плотность заряда на диске σ . Определите напряженность поля в точке, расположенной на оси диска на расстоянии x от его центра. Определите напряженность поля в предельном случае: а) $x \gg R$ и б) $x \ll R$.



К задаче 15.4

3. Общий заряд Q нанесен на плоское кольцо с внутренним радиусом a и внешним радиусом b . Поверхностная плотность заряда меняется на кольце с расстоянием по закону

$$\sigma = \frac{A}{r^3} (A = \text{const}).$$

Покажите, что потенциал поля в центре кольца равен $\phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$.

4. Два одинаковых положительных заряда расположены вдоль оси y в точках с координатами

$y = \frac{a}{2}$ и $y = -\frac{a}{2}$. Определите изменение

напряженности поля $\frac{dE_y}{dy}$ при $y \ll \frac{a}{2}$. Покажите, что сила, действующая

шая на диполь p_e , помещенный в точку $M(0, y)$ и ориентированный вдоль положительного направления оси y , равна по величине

$$F = p_e \frac{dE_y}{dy}. \text{ Укажите направление этой силы.}$$

5. Тонкий стержень длиной l равномерно заряжен зарядом q . Определите потенциал и напряженность электрического поля в точке, расположенной на оси стержня на расстоянии a от его конца.



К задаче 15.5

6. Четыре одинаковых заряда $+q$ расположены в вершинах квадрата со стороной a . Определите электрическое поле и его потенциал в центре квадрата, а также полную электростатическую энергию этой системы зарядов.

7. Коаксиальный кабель, используемый для передачи сигналов, имеет внутренний диаметр $d_1 = 0.2$ мм и внешний диаметр $d_2 = 1.2$ мм. Промежуток заполнен полистиролом ($\epsilon = 2.6$). Определите емкость кабельной линии длиной 1 км.

8. Внутренний радиус проводящей сферической оболочки a , внешний радиус b , удельное сопротивление материала ρ . Определите электрическое сопротивление оболочки между внутренней и внешней поверхностью.

Вариант 16Э

1. Предположим, что у человека удалили все электроны, содержащиеся в 1 мкм^3 воды, находящейся в его теле. Если два таких человека поместить рядом на расстоянии 2 м друг от друга, то чему будет равна сила их кулоновского отталкивания? Сравните эту силу с силой гравитационного притяжения между ними. Массу человека принять равной 70 кг.

2. Электрическое поле образовано тонким заряженным кольцом радиусом R . Заряд кольца Q . На каком расстоянии от центра кольца в точке, расположенной на оси кольца, напряженность поля достигает максимума? Определите напряженность и потенциал поля в этой точке.

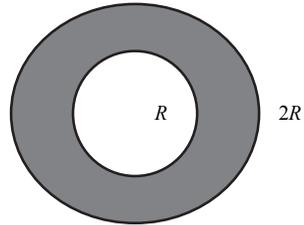
3. Прямой стержень длиной l заряжен так, что линейная плотность заряда меняется по закону $\tau = kx$, где k – постоянная величина. Найдите



К задаче 16.3

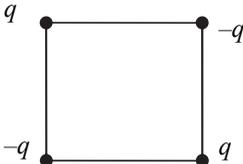
напряженность поля и его потенциал в точке, расположенной на оси стержня на расстоянии a от его конца.

4. Цилиндрическая оболочка с внутренним радиусом R и внешним радиусом $2R$ заряжена положительным зарядом, равномерно распределенным по оболочке с объемной плотностью заряда ρ . На каком расстоянии от центра оболочки напряженность поля равна половине напряженности поля на внешней стороне оболочки?



К задаче 16.4

5. Система зарядов состоит из трех параллельных проводящих пластин. Расстояние между левой пластиной и средней пластиной $a = 10$ мм, между средней пластиной и крайней правой $b = 5$ мм. Средняя пластина заземлена. Потенциал левой пластины $\varphi = +100$ В, правой $\varphi = -10$ В. Считая электрическое поле между пластинами однородным, найти напряженность поля в промежутках между средней пластиной и крайними пластинами. Чему равна плотность электрического заряда на обеих поверхностях средней пластины?

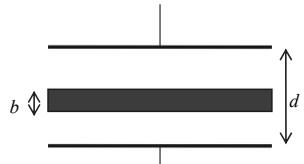


К задаче 16.6

6. Заряды расположены в вершинах квадрата со стороной a . Определите электрическое поле и его потенциал в центре квадрата, а также полную электростатическую энергию этой системы зарядов.

7. В плоский воздушный конденсатор (расстояние между пластинами d , площадь пластин S) вносится медная пластина толщиной b .

При этом расстояния между обкладками и поверхностями пластины остаются одинаковыми; напряжение U отключается от батареи. Определите емкость конденсатора после внесения пластины и работу, совершаемую при внесении пластины в конденсатор. Рассмотрите два случая: а) в процессе внесения пластины конденсатор остается подключенным к батарее, напряжение на конденсаторе остается постоянным и равно U ; б) перед внесением пластины конденсатор заряжается до U .



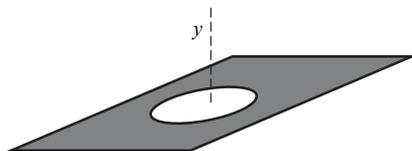
К задаче 16.7

8. Внутренний радиус проводящей сферической оболочки a , внешний b . Удельное сопротивление материала ρ . Определите электрическое сопротивление оболочки между внутренней и внешней поверхностью.

Вариант 17Э

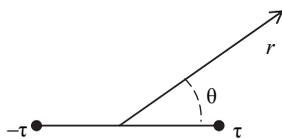
1. Напряженность электрического поля вблизи поверхности Земли $E = 100 \frac{\text{В}}{\text{м}}$. Определите потенциал поверхности Земли, считая Землю проводящим шаром радиусом $R = 6400$ км.

2. Заряженная плоскость с поверхностной плотностью заряда σ имеет круглый вырез радиусом R . Используя принцип суперпозиции, найдите напряженность поля в точке с координатой y на оси выреза.



К задаче 17.2

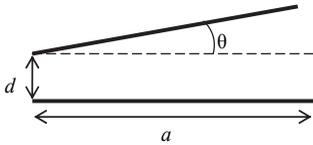
3. Английский физик Э. Резерфорд сформулировал в 1911 г. планетарную модель атома, в соответствии с которой положительный заряд Ze сосредоточен в атомном ядре радиусом $r_0 = 5 \cdot 10^{-15}$ м, расположенном в центре атома, а Z электронов равномерно распределены по сфере радиусом $R = 10^{-8}$ м. Определите напряженность электрического поля и его потенциал внутри атома на расстоянии $r = 10^{-10}$ м от центра ядра. Расчет произвести для атома серебра, $Z = 47$.



К задаче 17.4

4. Две параллельные тонкие нити равномерно заряжены разноименными зарядами с линейной плотностью τ . Расстояние между нитями l . Определите потенциал и напряженность электрического поля как функцию расстояния r и угла θ . Задачу рассмотрите в приближении $r \gg l$.

5. В кварковой модели строения элементарных частиц протон состоит из трех кварков: $2u$ -кварка с зарядом $+\frac{2}{3}e$ каждый и один d -кварк с зарядом $-\frac{1}{3}e$ (конфигурация uud). Нейтрон имеет конфигурацию udd . Кварки находятся на одинаковом расстоянии друг от друга $r_* = 1.32 \cdot 10^{-15}$ м. Определите потенциальную



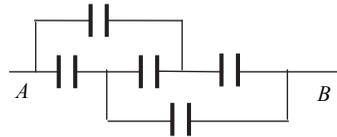
К задаче 17.7

энергию электрического взаимодействия всей системы. Расчет провести для протона и для нейтрона.

6. Конденсатор состоит из квадратных пластин со стороной a . Одна из пластин наклонена под углом θ . Полагая, что $d \ll a$, определите емкость такого конденсатора.

7. Найдите емкость системы одинаковых конденсаторов емкостью C каждый между точками A и B .

8. Проволока сопротивлением $R = 6$ Ом была протянута через тонкое отверстие так, что ее длина увеличилась в три раза. Определите электрическое сопротивление деформированной проволоки.



К задаче 17.7

Вариант 18Э

1. Два маленьких проводящих шарика подвешены на нитях одинаковой длины. Точка подвеса общая. Шарика заряжены одинаковыми зарядами и находятся на расстоянии 5 см друг от друга. На каком расстоянии окажутся шарики, если один из шариков быстро разрядить?

2. Точечный заряд $-q$ находится в центре тонкого кольца радиусом R , по которому равномерно распределен заряд $+q$. Найдите напряженность поля на оси кольца в точке, расположенной на расстоянии x от центра кольца. Определите напряженность поля в предельном случае при $x \gg R$.

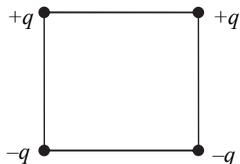
3. Непроводящая полусфера радиусом R заряжена зарядом q , равномерно распределенным по внутренней поверхности полусферы. Найдите напряженность электрического поля в центре поверхности.

4. Плоский слой диэлектрика ($\epsilon = 2$) толщиной $d = 0.5$ см заряжен равномерно с объемной плотностью заряда $\rho = 0.3 \frac{\text{нКл}}{\text{см}^3}$. Используя теорему Гаусса, определите напряженность поля в середине слоя, на расстоянии $h = 0.1$ см от поверхности внутри слоя, вне слоя.

5. Металлический шар радиусом $R_1 = 10$ см помещен внутрь сферической металлической оболочки с радиусами $R_2 = 20$ см и $R_3 = 30$ см. Центры шара и оболочки совпадают. Заряд на шаре $q_1 = 10$ мкКл, на

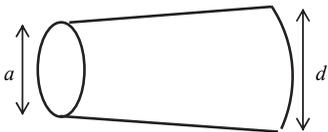
оболочке $q_2 = 80$ мкКл. Найдите напряженность электрического поля и его потенциал в точках $r_1 = 15$ см, $r_2 = 25$ см, $r_3 = 35$ см. Постройте график зависимости напряженности и потенциала поля от расстояния до центра системы. Как изменится результат, если шар и оболочку соединить тонким проводником?

6. Заряды расположены в вершинах квадрата со стороной a . Определите напряженность электрического поля и его потенциал в центре квадрата, а также полную энергию взаимодействия системы зарядов.



К задаче 18.6

7. Определите емкость системы, состоящей из двух шаров диаметром $d = 2$ см, расположенных в воздухе, центры которых находятся на расстоянии $l = 20$ см друг от друга.



К задаче 18.8

8. Резистор представляет собой длинный усеченный конус длиной L . Сужение конуса мало, так что плотность тока однородна по всему сечению. Удельное сопротивление материала ρ . Определите электрическое сопротивление резистора.

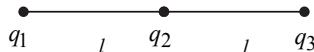
Вариант 19Э

1. Три положительных заряда q_1, q_2, q_3 связаны друг с другом двумя нитями. Длина каждой нити l . Найдите силу натяжения каждой нити.

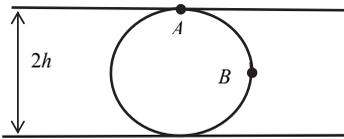
2. Молекулу воды можно рассматривать как диполь с дипольным моментом

$p_e = 6.16 \cdot 10^{-29}$ Кл·м. Считая, что диполь составлен зарядами, равными заряду

электрона, определите: а) наибольшую силу взаимодействия между молекулой воды и ионом водорода, находящимся на расстоянии 3 нм от нее; б) силу взаимодействия двух молекул воды, диполи которых направлены вдоль одной прямой в одну сторону; в) силу взаимодействия двух молекул воды, диполи которых направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны. Расстояние между молекулами 0.5 нм.



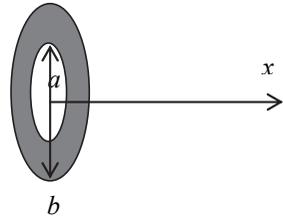
К задаче 19.1



К задаче 19.3

3. Имеется равномерно заряженная пластина с объемной плотностью заряда ρ толщиной $2h$. В пластине вырезана сферическая полость радиусом $R = h$. Используя принцип суперпозиции и теорему Гаусса, определите напряженность электрического поля в точках A и B на границе сферы. Диэлектрическая проницаемость материала пластины ϵ .

4. Тонкая пластинка имеет форму кольца с внутренним радиусом a и внешним b . По пластинке равномерно распределен заряд q . Приняв ось симметрии пластинки за x , найдите φ и E_x как функцию x . Определите поле в предельном случае $x \gg b$.

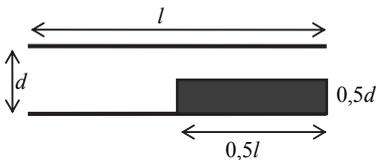


К задаче 19.4

5. Два параллельных тонких кольца радиусами R каждое имеют общую ось. Расстояние между кольцами d . На первом кольце равномерно распределен заряд q_1 , на втором кольце $-q_2$. Найдите работу перемещения заряда q из центра первого кольца в центр второго.

6. Первоначально заряд $q = 0.1$ нКл распределен равномерно по объему шара радиуса $R = 1$ см. Затем вследствие взаимного отталкивания заряды переходят на поверхность шара. Принимая диэлектрическую проницаемость шара $\epsilon = 1$, определите работу электрических сил над зарядами.

7. Точечный заряд $q = 3$ мкКл помещается в центр шарового слоя из однородного и изотропного диэлектрика с $\epsilon = 3$. Внутренний радиус шарового слоя $a = 0.25$ м, внешний $b = 0.5$ м. Найдите энергию поля в пределах диэлектрика.



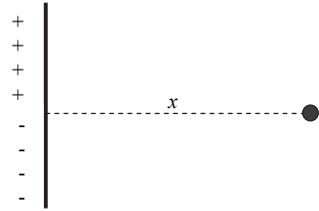
К задаче 19.8

8. В воздушный конденсатор вносится пластинка с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 4$, как показано на рисунке. Определите, во сколько раз изменится емкость конденсатора.

Вариант 20Э

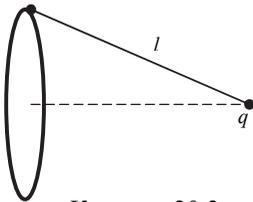
1. Два одинаковых проводящих шарика радиусом R , заряженные разноименными зарядами, расположены на расстоянии $r \gg R$ и взаимодействуют с силой $F_1 = 0.108$ Н. Шарики соединяются тонким проводником, который затем удаляется. После этого сила взаимодействия становится равной $F_2 = 0.036$ Н. Определите начальные заряды на шариках.

2. Стержень длиной L заряжен однородно с линейной плотностью заряда $|\tau|$. При этом половина стержня заряжена положительным зарядом, другая половина отрицательным. Найдите напряженность поля в точке, расположенной на оси симметрии на расстоянии x от стержня.



К задаче 20.2

3. Шарик массой m , заряженный зарядом $+q$, прикреплен к концу непроводящей нити. Другой конец нити прикреплен к верхней точке тонкого кольца радиусом R , расположенного вертикально.



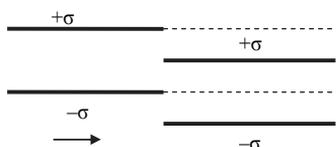
К задаче 20.3

На кольце равномерно распределен заряд $+Q$. Определите длину нити, при которой после отклонения шарик окажется на оси кольца, перпендикулярной его плоскости.

4. Диполь с электрическим моментом \mathbf{p} находится на расстоянии r от длинной нити, заряженной равномерно с линейной плотностью заряда τ . Найдите силу, действующую на диполь, если вектор дипольного момента ориентирован: а) вдоль нити; б) по радиусу-вектору \vec{r} ; в) перпендикулярно \vec{r} и нити.

5. Для газообразного аргона при нормальных условиях диэлектрическая проницаемость $\epsilon \approx 1.0006$. Пользуясь этим результатом, вычислите смещение «центра масс» электронной оболочки атома аргона относительно ядра в электрическом поле с напряженностью $E = 30 \frac{\text{кВ}}{\text{м}}$.

Атомный номер аргона $Z = 18$. Считать, что в отсутствие внешнего поля электроны распределены вокруг ядра симметрично.



К задаче 20.7

Поверхностная плотность зарядов на пластинах $\pm\sigma$, площадь каждой пластины S , расстояние между пластинами d много меньше линейных размеров пластин.

8. Заряд q равномерно распределен по объему шара с радиусом R . Определите: а) энергию электрического поля внутри шара; б) энергию поля вне шара; в) изменение полной энергии поля при делении заряженного шара на два равных заряженных шара.

6. Найдите потенциал электрического поля $\mathbf{E} = ay\mathbf{i} + (ax + bz)\mathbf{j} + by\mathbf{k}$, где $a, b = \text{const}$; $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – орты осей координат.

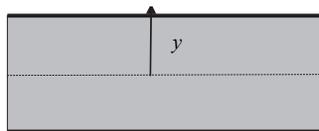
7. Какую работу нужно совершить, чтобы вставить одну систему параллельных заряженных пластин в другую?

Вариант 21Э

1. Два шара массой $m = 100$ кг каждый расположены на расстоянии 1 м друг от друга. Какой заряд $+q$ необходим, чтобы кулоновская сила отталкивания уравновесила силу гравитационного притяжения?

2. Две металлические концентрические сферы с радиусами R_1 и R_2 заряжены зарядами $q_1 > 0$ и $q_2 < 0$ соответственно. Определите зависимость напряженности и потенциала поля от расстояния $E(r), \varphi(r)$. Изобразите их графически.

3. Используя теорему Гаусса, определите напряженность электрического поля $E(y)$ внутри и вне заряженной плоскости толщиной h . Объемная плотность заряда в плоскости ρ .



К задаче 21.3

4. Положительный заряд Q распределен по поверхности диска с внутренним радиусом a и внешним b . Поверхностная плотность заряда на диске

изменяется с расстоянием как $\sigma = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3}$. Принимая потенциал $\varphi(\infty) = 0$, покажите, что в центре диска потенциал будет определяться

выражением $\varphi = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0} \frac{a+b}{ab}$.

5. Заряды $q = 10^{-9}$ Кл находятся в вершинах квадрата со стороной $a = 10$ см. Определите электростатическую энергию этой системы, а также разность потенциалов между центром квадрата и серединой одной из сторон.

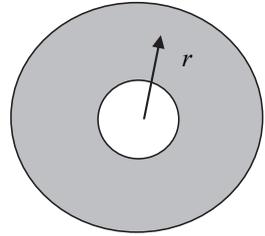
6. Имеется плоский конденсатор из двух квадратных пластин со стороной a . Расстояние между пластинами d . На пластинах конденсатора заряд $\pm Q$. Какую работу нужно совершить, чтобы: а) увеличить расстояние между пластинами на величину x ; б) сдвинуть пластины параллельно друг другу на величину x ?



К задаче 21.7

7. Определите емкость конденсатора, площадь пластин которого S , расстояние между пластинами d . Во сколько раз эта емкость будет больше емкости воздушного конденсатора, если $\epsilon_1 = 5$, $\epsilon_2 = 3$, $\epsilon_3 = 2$?

8. В плоский конденсатор, расстояние между пластинами которого d , с постоянной скоростью v вдвигается пластина диэлектрика шириной b и диэлектрической проницаемостью ϵ . На конденсатор от источника подается постоянное напряжение U . Определите силу тока в цепи, в которую включен конденсатор.

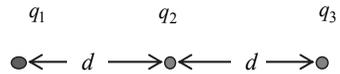


К задаче 21.4

Вариант 22Э

1. Два заряда q_1 и q_2 закреплены на расстоянии d друг от друга. Третий заряд q_3 может свободно перемещаться. В положении равновесия третий заряд установился на расстоянии d от второго заряда. Определите

отношение между зарядами $\frac{q_1}{q_2}$. Будет ли



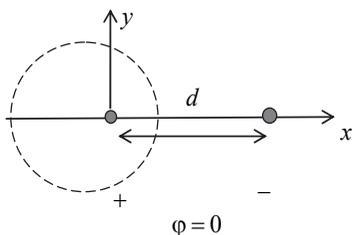
К задаче 22.1

устойчивым положение равновесия?

2. Напряженность поля заряженной плоскости $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$. Некоторая

точка P расположена на расстоянии d от плоскости. Проведем из этой точки перпендикуляр к плоскости и точку пересечения этого перпенди-

дикуляра с плоскостью возьмем за центр окружности радиусом R , целиком лежащей на плоскости. Определите радиус окружности R , при котором напряженность поля, создаваемого в точке P зарядами внутри выделенной окружности, составляет половину напряженности поля плоскости $E = 0.5E_0$.

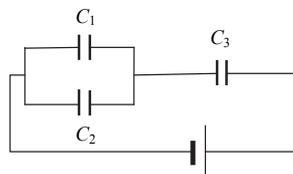


К задаче 22.4

3. Определите распределение объемной плотности заряда $\rho(r)$ в заряженном шаре радиусом R , если напряженность поля внутри шара $\mathbf{E} = E_0 \cdot \mathbf{e}_r$ ($E_0 = \text{const}$). Определите напряженность поля вне шара $E(r)$.

4. Точечный заряд $q_1 = 6e$ расположен в начале координат. Точечный заряд $q_2 = -10e$ находится в точке $x = 9,6$ нм, $y = 0$. Постройте эквипотенциальную поверхность $\phi = 0$, представляющую собой окружность. Будет ли поверхность с потенциалом $\phi = 5$ В окружностью?

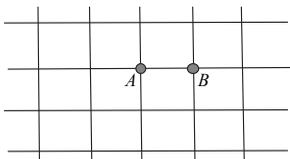
5. Молекулу воды можно рассматривать как диполь с электрическим дипольным моментом $p_e = 6.5 \cdot 10^{-30}$ Кл·м. Две молекулы воды находятся на расстоянии $r = 4 \cdot 10^{-10}$ м (размер самой молекулы). Дипольные моменты молекул воды параллельны друг другу и находятся на одной прямой. Какую работу нужно совершить для удаления этих молекул на $r \rightarrow \infty$ (испарение воды)?



К задаче 22.6

6. Как изменится напряжение на конденсаторе C_3 при пробое конденсатора C_2 ?

7. Электрическое поле создается шаром радиусом R , равномерно заряженным с объемной плотностью заряда ρ . Определите энергию электрического поля как функцию расстояния r от центра сферы $W(r)$.

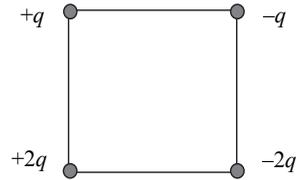


К задаче 22.8

8. Имеется безграничная сетка с квадратными ячейками. Сопротивление проволоки между соседними узлами $R_0 = 4$ Ом. Найдите сопротивление сетки между точками A и B . (Воспользоваться симметрией сетки.)

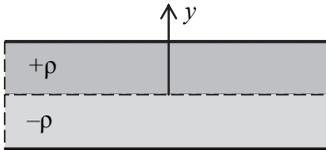
Вариант 23Э

1. Четыре заряда расположены в вершинах квадрата со стороной $a = 15$ см. Величина заряда $q = 1$ мкКл. Определите вертикальную и горизонтальную составляющие силы Кулона, действующей на заряд, расположенный в правом нижнем углу. Вычислите также электростатическую энергию этой системы зарядов.



К задаче 23.1

2. Электрический диполь состоит из двух зарядов $\mp e$ (e – элементарный заряд) с плечом $d = 0,8$ нм. Определите механический вращательный момент, действующий на диполь в электрическом поле $E = 4 \cdot 10^6$ В/м, если диполь расположен: а) перпендикулярно полю; б) параллельно полю и направлен против направления вектора \mathbf{E} .



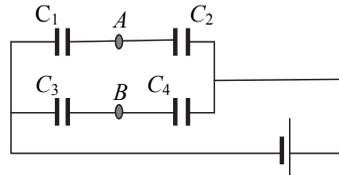
К задаче 23.3

3. Две бесконечные пластины толщиной d заряжены равномерно с объемной плотностью заряда $\pm \rho$ и сложены вместе. Определите напряженность поля $E(y)$ как функцию расстояния от оси системы.

4. В планетарной модели атома (Э. Резерфорд) положительный заряд атома Ze сосредоточен в ядре, а Z электронов распределены по сфере радиусом R . Считая, что электроны распределены в атоме равномерно, определите потенциал атома $\phi(r)$ как функцию расстояния от центра атома при $r_{\text{я}} \leq r \leq R$.

5. Диэлектрическая проницаемость кислорода при нормальных условиях $\epsilon = 1.00058$. Оцените дипольный момент атома кислорода p_e в однородном электрическом поле с напряженностью $E = 100$ В/см.

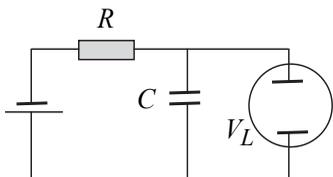
6. Емкости конденсаторов в системе $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 4$ мкФ, $C_3 = 2$ мкФ, $C_4 = 3$ мкФ. ЭДС источника $\epsilon = 25$ В. Определите напряжение между точками A и B .



К задаче 23.6

7. Энергия любой частицы связана с массой частицы соотношением Эйнштейна $W = mc^2$. Следовательно, элек-

трическое поле обладает массой. Допустим, что вся масса электрона определяется полной энергией поля, создаваемого электроном. Определите радиус электрона, соответствующий такой энергии.



К задаче 23.8

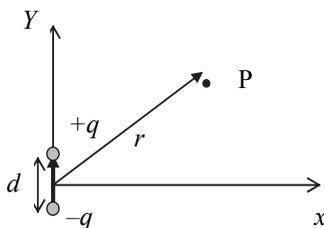
ление R нужно поставить в цепь, чтобы периодичность вспышек была два импульса в секунду?

8. На рисунке представлена схема включения люминесцентной лампы. Лампа работает в импульсном режиме: конденсатор начинает разряжаться через лампу только при пороговом значении напряжения V_L ; лампа загорается, и вспышка продолжается очень короткое время. На схеме ЭДС источника $\varepsilon = 95$ В, $V_L = 72$ В, $C = 0,15$ мкФ. Какое сопротивление

Вариант 24Э

1. Два заряда $q_1 = +1$ мкКл и $q_2 = -3$ мкКл расположены на расстоянии 60 см друг от друга. Определите положение точек в пространстве, в которых напряженность поля $E = 0$, потенциал $\varphi = 0$.

2. Определите напряженность поля диполя E_x, E_y в произвольной точке пространства P . Исследуйте полученное выражение при $r \gg d$ независимо для каждой компоненты E_x, E_y .



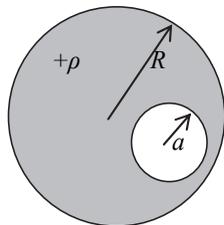
К задаче 24.2

3. Во время летней грозы при разряде молний выделяется большая энергия. Оцените эту энергию, используя следующие характеристики: электрическая

прочность влажного воздуха $E_0 \approx 10 \frac{\text{кВ}}{\text{см}}$, высота облака над поверхностью земли $h = 500$ м, диаметр облака $d \approx 2,5$ км, диэлектрическая проницаемость воздуха $\varepsilon = 1$. До какой скорости можно разогнать автомобиль массой $m = 1,2 \cdot 10^3$ кг, используя эту энергию как кинетическую?

4. Шаровая область радиусом R равномерно по объему заряжена зарядом с объемной плотностью ρ . В шаре вырезана сферическая

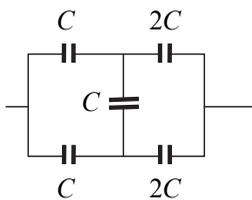
полость радиусом a , центр которой расположен на расстоянии d от центра шара. Определите напряженность электрического поля в полости. Покажите направление силовых линий поля в полости.



К задаче 24.4

5. Плоский воздушный конденсатор с площадью пластин S и расстоянием между ними d заряжен зарядом Q . Какую работу нужно совершить, чтобы увеличить расстояние между пластинами на Δx ? Какая работа будет совершаться, если на пластинах конденсатора поддерживается постоянное напряжение U ?

6. Определите емкость системы конденсаторов.



К задаче 24.6

7. Какую работу против сил электрического поля нужно совершить, чтобы уменьшить в два раза радиус заряженного шара? Начальный радиус шара R , его заряд Q .

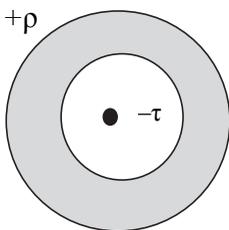
8. Три одинаковых источника тока, соединенные параллельно, подключены к внешнему сопротивлению. Как изменится ток через сопротивление, если изменить полярность одного источника?

Вариант 25Э

1. Положительный точечный заряд $q = 50$ мкКл находится на плоскости xy в точке с радиусом-вектором $\mathbf{r}_0 = 4\mathbf{i} + 6\mathbf{j}$ (м). Найдите напряженность электрического поля $\mathbf{E} = E_x\mathbf{i} + E_y\mathbf{j}$ в точке с $\mathbf{r} = 10\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ (м).

2. Точечные заряды $-q, -2q, \dots, -12q$ расположены на циферблате часов соответственно в точках 1, 2, ..., 12 часов. Через какое время (начиная с 0 часов) часовая стрелка установится в направлении вектора напряженности электрического поля? Рассмотрите также случай положительных зарядов $+q, +2q, \dots, +12q$. Определите величину напряженности поля в центре циферблата, если его радиус R .

3. Очень длинный тонкий прямой провод заряжен отрицательным зарядом с линейной плотностью $\tau = -3.6 \frac{\text{нКл}}{\text{м}}$. Провод располагается на оси однородного цилиндра с внутренним радиусом $R_1 = 1.5$ см и

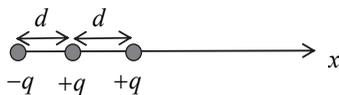


К задаче 25.3

внешним $R_2 = 5$ см. Цилиндр заряжен положительным зарядом с объемной плотностью $\rho(r)$. При этом напряженность поля вне цилиндра $E = 0$. Определите объемную плотность электрического заряда $\rho(r)$.

4. В цепной реакции деления ядер урана U^{238}_{92} ядро урана делится на два осколка. Полагая, что эти осколки равны по заряду и массе, определите энергию электрического поля, выделяющуюся при делении. Радиус начального ядра $R_0 \approx 8 \cdot 10^{-15}$ м.

5. Определите потенциал системы зарядов на оси системы $\phi(x)$. (Рассматривать систему как суперпозицию диполя и точечного заряда.)



К задаче 25.5

6. Имеется сферический воздушный конденсатор с радиусом обкладок R_1 (внутренней) и R_2 (внешней). Как изменится емкость этого конденсатора, если между обкладками разместить металлическую сферическую оболочку толщиной d ? Радиус внешней поверхности этой оболочки R .

7. В вашем распоряжении имеются четыре конденсатора с емкостями $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 3$ мкФ, $C_4 = 4$ мкФ. При помощи каких соединений данных емкостей можно получить емкость $C = 6.2$ мкФ, $C = 5.8$ мкФ, $C = 0.31$ мкФ?

8. Найдите ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока, эквивалентного двум параллельно соединенным источникам с ЭДС ϵ_1 и ϵ_2 и внутренними сопротивлениями r_1 и r_2 .

Вариант 26Э

1. Два одинаковых маленьких шарика подвешены на тонких нерастяжимых нитях длиной $l = 1$ м. Масса каждого шарика $m = 10$ г. Шарик заряжаются одинаковым зарядом q . После установления равновесия расстояние между шариками стало $x = 5$ см. Определите заряд шариков.

2. На каком расстоянии от поверхности заряженного диска радиусом R на оси, проходящей через центр диска, напряженность поля равна половине напряженности поля на поверхности диска? Полный заряд диска Q .

3. Имеются две концентрические цилиндрические оболочки с радиусами $R_1 = 3$ см и $R_2 = 6$ см. Оболочки заряжены зарядами с поверхностной плотностью $\sigma_1 = 24 \frac{\text{мкКл}}{\text{м}^2}$ и $\sigma_2 = -18 \frac{\text{мкКл}}{\text{м}^2}$ соответственно. Определите напряженность поля в точках $r_1 = 2$ см, $r_2 = 5$ см, $r_3 = 10$ см. Найдите разность потенциалов между этими точками.

4. Плоский диск радиусом R равномерно заряжен зарядом $+Q$. Определите потенциал поля на оси диска, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр $\varphi(x)$. Исследуйте полученную зависимость при $x \ll R$ и $x \gg R$.

5. Два одинаковых проводящих шара радиусом $R = 15$ см расположены на расстоянии $r = 1$ м. При этом потенциал первого шара $\varphi_1 = 1.5$ кВ, второго $\varphi_2 = -1$ кВ. Определите заряды на шарах q_1 и q_2 .

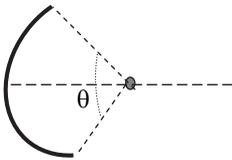
6. Цилиндрический конденсатор с радиусами обкладок R_1 (внутренней) и R_2 (внешней) заполнен диэлектриком, проницаемость которого изменяется по закону $\varepsilon = \frac{\alpha}{r}$ ($\alpha = \text{const}$). Определите емкость конденсатора на единицу длины.

7. Имеется плоский конденсатор с площадью пластин S и расстоянием между ними d . Конденсатор заряжен до напряжения U . Расстояние между пластинами увеличивают на Δx . Как изменится энергия конденсатора, если: а) конденсатор отключен от источника напряжения; б) конденсатор соединен с источником?

8. Плоский конденсатор заполнен диэлектриком с проницаемостью $\varepsilon = 3$. Если конденсатор зарядить зарядом q_0 , то через время $\Delta t = 3$ мин в результате тока утечки заряд на пластинах будет $q = \frac{q_0}{2}$. Определите удельное сопротивление диэлектрика.

Вариант 27Э

1. В цепной реакции деления урана U_{92}^{235} ядро делится на два осколка. Предположим, что в одном из вторичных ядер деления N протонов. Осколки находятся на расстоянии $d \approx 6 \cdot 10^{-15}$ м (размер атомного ядра). Определите величину и направление сил электрического взаимодействия между осколками. При какой величине N эта сила будет максимальной?



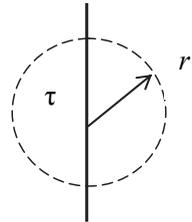
К задаче 27.2

2. Проволока изогнута в виде дуги окружности радиуса R . Угловой размер дуги $\theta = 120^\circ$. Проволока заряжена однородным зарядом с линейной плотностью τ . Определите напряженность поля и потенциал в центре дуги.

3. Не применяя теорему Гаусса, вычислите поток вектора электрического поля через сферическую поверхность радиусом r , вдоль оси z которой проходит длинная заряженная нить с линейной плотностью τ .

4. Три концентрические металлические сферы радиусом R , $2R$, $3R$ заряжены соответствующими зарядами q , $2q$, $-3q$. Пространство в области $R < r < 2R$ заполнено диэлектриком, диэлектрическая проницаемость которого ε . Определите потенциал каждой сферы.

5. На оси z тонкого заряженного кольца радиусом R находится диполь с электрическим моментом \mathbf{p} . На каком расстоянии от центра кольца сила, действующая на диполь будет равна нулю? На каком расстоянии от центра кольца эта сила будет максимальной? Заряд кольца равен Q .

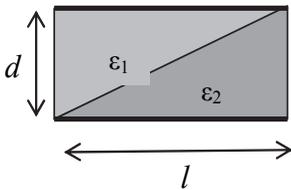


К задаче 27.3

6. Сферический конденсатор с радиусами обкладок R_1 (внутренней) R_2 (внешней) заполнен диэлектриком, проницаемость которого изменяется по закону

$$\varepsilon = \frac{\alpha}{r} \quad (\alpha = \text{const}).$$

Определите емкость конденсатора.



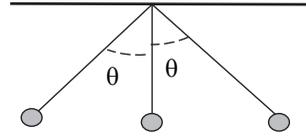
К задаче 27.7

7. Плоский конденсатор с пластинами размером $l \times b$ и зазором между ними d заполнен двумя слоями диэлектрика с проницаемостью ε_1 и ε_2 (см. рисунок). Определите емкость конденсатора.

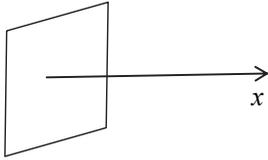
8. Конденсатор емкости $C = 4 \cdot 10^{-10}$ Ф подключают через сопротивление $R = 650$ Ом к источнику постоянного напряжения U_0 . Определите промежуток времени, через который напряжение на конденсаторе достигнет значения $U_C = 0.9U_0$.

Вариант 28Э

1. Три одинаковых шарика массой $m = 100$ г каждый подвешены на легких прочных нитях. Шарiki заряжаются зарядами q_i . Если длина нитей левого и правого шариков $L = 30$ см, шарiki находятся в равновесии так, что угол $\theta = 45^\circ$. Определите величину заряда каждого шарика.



К задаче 28.1



К задаче 28.2

2. Квадратная проволочная рамка со стороной a заряжена однородным зарядом с линейной плотностью τ . Определите напряженность поля на оси рамки, проходящей через ее центр перпендикулярно плоскости рамки $E(x)$. Исследуйте полученное значение при $x \gg a$.

3. Сферическая непроводящая оболочка радиусом R содержит заряд, объемная плот-

ность которого определяется зависимостью $\rho = \rho_0 \frac{r}{R}$ ($\rho_0 = \text{const}$).

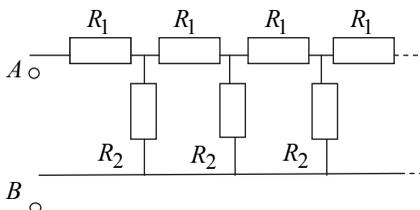
Определите напряженность электрического поля $E(r)$ внутри и вне оболочки.

4. Тонкий проводящий стержень длиной $2L$ равномерно заряжен зарядом с линейной плотностью τ . Определите потенциал электрического поля на оси, проходящей перпендикулярно стержню через его середину $\varphi(x)$. Исследуйте полученную зависимость при $x \gg L$ и $x \ll L$.

5. Внутри сферической металлической оболочки внутренним радиусом R_1 и внешним R_2 помещен заряд $+q$. Заряд находится в центре оболочки. Определите плотность индуцированного электрического заряда на внутренней и внешней поверхностях оболочки.

6. Цилиндрический конденсатор с радиусами оболочек R_1 (внутренней) и R_2 (внешней) заполнен двумя слоями диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 и ϵ_2 . Радиус границы между слоями R . Определите емкость единицы длины конденсатора.

7. Радиусы сферических поверхностей конденсатора R_1 и R_2 ($R_2 > R_1$). Конденсатор заряжен зарядом $\pm Q$. Определите энергию электрического поля конденсатора $W(r)$ как функцию расстояния от центра сфер.



К задаче 28.8

8. Бесконечная цепь образована с помощью одинакового звена сопротивлений $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$. Определите сопротивление всей цепи R_{AB} .

Вариант 29Э

1. Американский физик Ричард Фейнман однажды сказал, что если два человека, стоящих на расстоянии 1 м друг от друга, одновременно лишатся 0,1 % всех электронов в атомах своих тел, то сила электрического взаимодействия между ними будет неизмеримо больше веса каждого человека. Оцените эту силу. (Средняя масса человека $m = 80 \text{ кг}$, тело человека на 90 % состоит из воды.)

2. Круглая пластина радиусом R заряжена однородным зарядом с поверхностной плотностью σ . Определите напряженность электрического поля на оси пластины, проходящей перпендикулярно ее поверхности через центр как функцию расстояния $E(x)$ от ее центра. Исследуйте полученную зависимость при $x \ll R$ и $x \gg R$.

3. Шар радиусом R заряжен положительным зарядом, объемная плотность которого зависит от расстояния от центра шара как $\rho = \rho_0 r$ ($\rho_0 = \text{const}$). Диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 1$. Найдите напряженность поля $E(r)$ внутри и вне шара. Изобразите полученную зависимость графически.

4. Внутренняя поверхность сферического конденсатора с радиусами оболочек R_1 и R_2 испускает (эмитирует) поток электронов (n электронов в секунду). Эмиссия электронов происходит при нагревании металла. Через некоторое время τ после начала эмиссии заряд на конденсаторе перестает возрастать. Определите начальную скорость электронов при термоэмиссии.

5. Тонкий провод равномерно заряжен электрическим зарядом с линейной плотностью τ . Определите электрическое поле и потенциал поля в центре дуги.



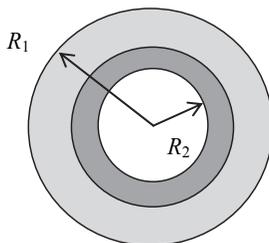
К задаче 29.5

6. Имеются два металлических заряженных шара с радиусами R_1 и R_2 и со-

ответственно зарядами q_1 и q_2 . Шары соединяют гибким проводом, и затем провод удаляется. Какая энергия выделится при соединении?

7. Сферический конденсатор с радиусами оболочек R_1 и R_2 заполнен двумя слоями диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε_1 и ε_2 . Радиус границы между слоями R . Определите емкость конденсатора.

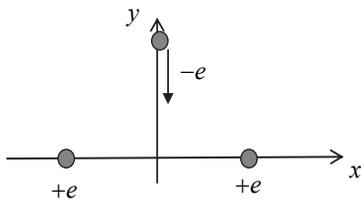
8. В конце зарядки аккумулятора током $I_1 = 4$ А присоединенный к нему вольтметр показал напряжение $U = 12,6$ В. В начале разрядки той же батареи током $I_2 = 6$ А вольтметр показывал напряжение $U_2 = 11,1$ В. Определите ток короткого замыкания батареи.



К задаче 29.7

Вариант 30Э

1. Два протона расположены на расстоянии $d = 2 \cdot 10^{-13}$ м друг от друга. Вдоль оси y по оси системы движется электрон. В какой точке на оси y сила взаимодействия электрона и протонов максимальна? Чему она равна?



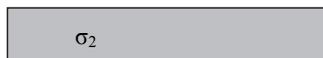
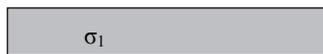
К задаче 30.1

2. Непроводящая сфера радиусом R заряжена по поверхности электрическим зарядом с поверхностной плотностью $\sigma = \sigma_0 \cos \theta$ ($\sigma_0 = \text{const}$, θ – угол между вектором \vec{r} и осью x). Определите напряженность поля и его потенциал в центре сферы. Каким будет поле вне сферы при $r \gg R$?

3. Шар радиусом R заряжен положительным зарядом, объемная плотность которого зависит от расстояния до центра шара как $\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right)$ ($\rho_0 = \text{const}$). Диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon = 1$. Определите напряженность поля $E(r)$ при $r \leq R$ и при $r \geq R$.

4. Система состоит из трех концентрических металлических сфер радиусами R_1, R_2, R_3 . Средней сфере сообщается заряд $+q$, а крайние

сферы заземляют. Определите напряженность и потенциал поля во всех точках пространства.



К задаче 30.5

5. Две параллельные проводящие пластины заряжены так, что поверхностная плотность заряда обеих сторон первой пластины σ_1 , второй σ_2 . Определите поверхностную плотность заряда на каждой стороне пластин после того, как их сблизили на расстояние много меньшее их линейных размеров.

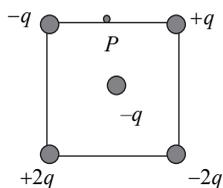
6. В воздушный конденсатор вводится диэлектрическая пластина с диэлектрической проницаемостью ϵ . Расстояние между пластинами d , толщина пластины h . Во сколько раз изменится емкость конденсатора?

7. Заряды на обкладках двух конденсаторов емкостью C_1 и C_2 равны q_1 и q_2 . Как изменится энергия электрического поля при параллельном соединении конденсаторов? Если она уменьшается, то куда расходуется энергия?

8. Аккумулятор подключен один раз к внешней цепи с сопротивлением R_1 , другой раз с R_2 . При этом мощность, выделяющаяся на сопротивлении нагрузки одинакова. Определите внутреннее сопротивление аккумулятора.

Вариант 31Э

1. Четыре заряда расположены в вершинах квадрата со стороной $a = 10$ см. Величина заряда $q = 10$ нКл. С какой силой будет действовать система этих зарядов на заряд $-q$, помещенный в центр квадрата; в точку P , расположенную на середине стороны?

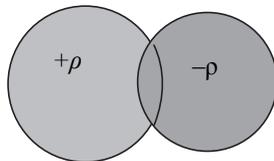


К задаче 31.1

2. Шар радиусом R заряжен равномерно с объемной плотностью ρ . Найдите поток вектора напряженности Φ_E через сечение шара, образованное плоскостью, отстоящей на расстояние $r_0 < R$ от центра шара.

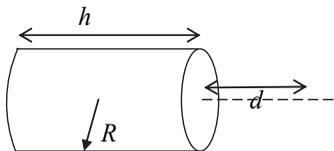
3. Найдите напряженность электрического поля в полости, образованной пересечением двух сфер. Внутри каждой сферы равномерно распределены заряды с объемной плотностью $\pm\rho$. Расстояние между центрами сфер a .

4. Металлический шар радиуса R_1 заряжен до потенциала ϕ_0 . Шар окружают концентрической сферической оболочкой радиуса R_2 , и оболочку заземляют. Как изменится потенциал шара?



К задаче 31.3

5. Однородный цилиндр высотой h , радиусом R заряжен зарядом Q , равномерно распределенным по объему. Определите потенциал поля в точке, расположенной на расстоянии d от торца на оси цилиндра.



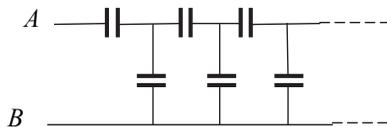
К задаче 31.5

6. Бесконечная цепь из одинаковых конденсаторов емкостью C образована повторением одного и того же звена. Определите емкость цепи C_{AB} между точками A и B .

7. Шаровое облако из ионизированных частиц расширяется, сохраняя равномерное распределение заряда по объему.

Как изменяется при этом отношение энергии поля внутри шара W_1 к энергии поля вне шара W_2 ? Диэлектрическая проницаемость среды $\epsilon = 1$.

8. Два электрических обогревателя, соединенные параллельно, потребляют мощность $N = 800$ Вт. Один из обогревателей потребляет мощность $N_1 = 600$ Вт. Какую мощность будут потреблять эти обогреватели, включенные последовательно?

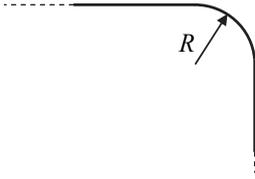


К задаче 31.6

Вариант 32Э

1. Молекулу воды можно рассматривать как диполь длиной $l = 0.4 \text{ \AA} = 0.4 \cdot 10^{-10}$ м с зарядами, равными заряду электрона. Определите силу взаимодействия двух молекул воды, дипольные моменты которых коллинеарны и расположены на расстоянии $a = 1 \text{ \AA}$. Как зависит сила взаимодействия от направления дипольных моментов?

2. Длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью τ . Стержень изогнут под прямым углом. Радиус закругления R . Определите напряженность поля в центре кривизны дуги.



К задаче 32.2

3. Длинный цилиндр радиусом R заряжен зарядом с объемной плотностью, зависящей от расстояния от оси цилиндра как

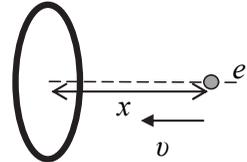
$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) (\rho_0 = \text{const}).$$

Определите напряженность поля $E(r)$ при $r \leq R$ и $r \geq R$.

Изобразите полученную зависимость графически.

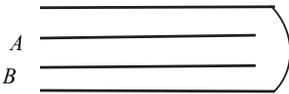
4. Металлический шар радиусом R_1 , заряженный до потенциала ϕ_0 , окружают сферической, концентрической проводящей оболочкой радиусом R_2 . После этого оболочку и шар замыкают тонким проводом и провод убирают. Как изменится потенциал шара?

5. На оси заряженного тонкого кольца радиусом R на расстоянии x в начальный момент времени находится электрон. Общий заряд кольца $+Q$. Определите скорость электрона при прохождении им центра кольца. При $x \ll R$ электрон будет совершать гармонические колебания вдоль оси кольца вблизи его центра. Определите частоту этих колебаний.



К задаче 32.5

6. Четыре одинаковые металлические пластины расположены в воздухе на расстоянии d параллельно друг другу. Внешние пластины замкнуты. Площадь пластин S . Определите емкость системы между точками A и B .



К задаче 32.6

7. Сферический конденсатор заполнен двумя слоями диэлектриков с проницаемостью ϵ_1 и ϵ_2 . Диэлектрики разграничены сферой радиусом R . Радиусы обкладок конденсатора R_1 и R_2 ($R_2 > R_1$). Определите

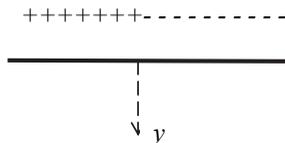
энергию электрического поля каждого слоя, если конденсатор заряжен зарядом $\pm Q$. В каком случае энергия слоев $W_1 = W_2$, если $R_2 = 3R_1$, $R = 2R_1$?

8. Два металлических шара диаметром $d = 30$ см расположены на расстоянии $l = 10$ м друг от друга в море на достаточно большой глу-

бине. Удельное сопротивление морской воды $\rho = 0.25 \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Определите полное электрическое сопротивление между шарами.

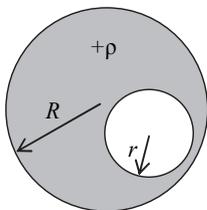
Вариант 33Э

1. Два одинаковых заряженных шарика, подвешенные на нитях, опускают в жидкость с диэлектрической проницаемостью ϵ . Определите отношение плотности материала шариков к плотности жидкости, при котором угол между нитями в воздухе и жидкости одинаковый.



К задаче 33.2

2. Тонкий непроводящий стержень длиной L заряжен с линейной плотностью $+\tau$ (левая половина) и $-\tau$ (правая половина). Определите напряженность поля на оси стержня $E(y)$. Исследуйте полученное выражение при $x \gg L$.



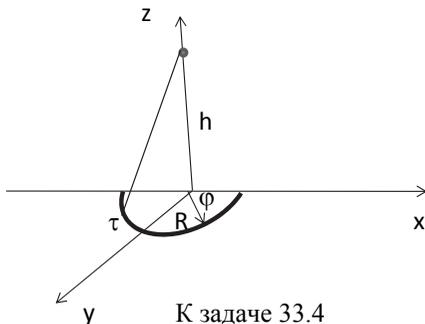
К задаче 33.3

3. Внутри длинного цилиндра, заряженного равномерно с объемной плотностью заряда ρ , имеется цилиндрическая полость. Расстояние между осью цилиндра и осью полости d , диэлектрическая проницаемость среды $\epsilon = 1$. Определите напряженность электрического поля в полости. Покажите направление силовых линий поля в полости.

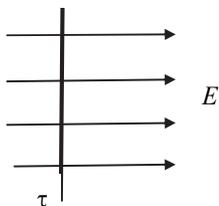
4. Тонкое проволочное полукольцо радиусом R заряжено зарядом с линейной плотностью $+\tau$. Определите напряженность и потенциал поля на

расстоянии h от центра полукольца вдоль оси z системы. Исследуйте полученные выражения при $h \gg R$.

5. Тонкий заряженный стержень с линейной положительной плотностью заряда τ расположен в электрическом поле перпендикулярно силовым линиям поля. Линейная плотность стержня (масса на единицу длины) μ . Под действием поля стержень начинает двигаться и проходит расстояние l . Определите скорость стержня в конце пути.



К задаче 33.4

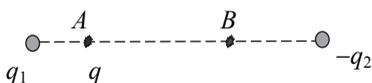


К задаче 33.5



К задаче 33.6

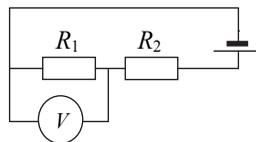
6. Четыре одинаковые металлические пластины расположены в воздухе на расстоянии d параллельно друг другу. Площадь пластин S . Первая и третья пластины соединены. Определите емкость системы C_{AB} между точками A и B .



К задаче 33.7

7. Между двумя закрепленными зарядами $+q_1$ и $-q_2$ в точке A отпускают частицу. Заряд частицы $+q$, масса m . Расстояние AB эта частица проходит за время t_1 . За какое время пройдет это же расстояние частица с зарядом $+3q$ и той же массы?

8. В электрической цепи сопротивление $R_1 = 4$ кОм, $R_2 = 6$ кОм, ЭДС источника $\varepsilon = 100$ В. Вольтметр показывает напряжение $U = 36$ В. Определите отношение $\frac{I_V}{I}$ (I_V – ток через вольтметр, I – полный ток в цепи).



К задаче 33.8

Вариант 34Э

1. В вершинах куба находятся одинаковые точечные заряды q . Определите: а) силу электрического взаимодействия, действующую на каждый заряд; б) электростатическую энергию системы. Ребро куба равно a .

2. Полубесконечный диэлектрический стержень заряжен электрическим зарядом с линейной плотностью τ . Определите напряженность электрического поля в точке, расположенной на расстоянии h на прямой, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец.

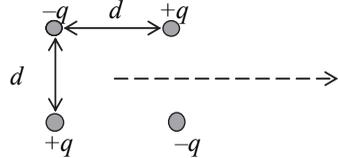
3. Однородно заряженный шар радиусом R находится в заряженной среде, объемный заряд которой зависит от расстояния от центра шара

как $\rho = \frac{\alpha}{r}$ ($\alpha = \text{const}$). Определите заряд шара, при котором напряженность электрического поля вне шара постоянна и не зависит от r . Определите величину напряженности поля. Диэлектрическая проницаемость шара и среды $\epsilon = 1$.

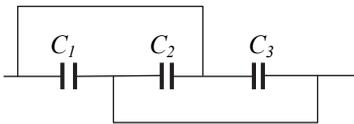
4. Определите величину и направление электрического поля квадруполья на оси системы $E(x)$. Исследуйте полученную зависимость при $x \gg d$.

5. Точечный сторонний заряд находится в центре диэлектрического шара радиусом R . Диэлектрическая проницаемость шара ϵ_1 . Шар расположен в диэлектрической среде с проницаемостью ϵ_2 .

Определите поверхностную плотность связанных зарядов на границе этих диэлектриков.



К задаче 34.4



К задаче 34.6

6. Определите емкость системы конденсаторов.

7. Две сферы радиусом R заряжены одинаковым зарядом $+q$, равномерно распределенным по поверхности. Сферы расположены в воздухе на расстоянии L друг от друга. Какую энергию нужно

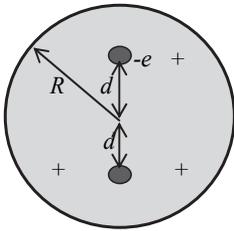
сообщить электрону на поверхности одной сферы, чтобы он достиг второй сферы? В каком случае эта энергия будет минимальной?

8. Радиусы обкладок сферического конденсатора a (внутренней) и b (внешней). Заряды на обкладках $\pm q$. Конденсатор заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ϵ и удельным электрическим сопротивлением ρ . Определите полное электрическое сопротивление R конденсатора и ток утечки в этом конденсаторе.

Вариант 35Э

1. Определите, до какого потенциала зарядится медный шар радиусом $R = 10$ см, если от каждого атома меди удалить по одному электрону. Плотность меди $\rho = 8.9$ г/см³.

2. В модели атома Томсона (1895 г.) атом гелия представляет собой сферу радиусом R , внутри которой равномерно по объему распределен положительный заряд $+2e$. Электроны находятся внутри сферы на рав-



К задаче 35.2

ных расстояниях d от центра сферы. Определите это расстояние, при котором электроны находятся в состоянии равновесия.

3. Пространство заполнено зарядом с объемной плотностью $\rho = \rho_0 e^{-\alpha r^3}$ ($\rho_0, \alpha - \text{const}$), r – расстояние от центра системы. Определите напряженность электрического поля $E(r)$. Исследуйте полученное выражение при $\alpha r^3 \ll 1$ и $\alpha r^3 \gg 1$.

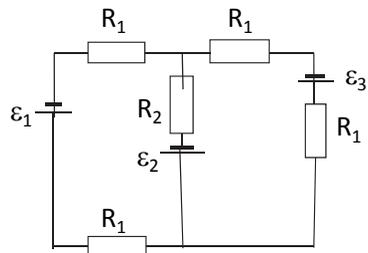
4. Система состоит из двух концентрических сфер радиусами R_1 и R_2 . На внутренней сфере находится заряд q_1 . Каким зарядом нужно зарядить внешнюю сферу, чтобы потенциал внутренней сферы $\varphi(R_1) = 0$. Определите зависимость потенциала системы как функцию расстояния $\varphi(r)$.

5. Определите поляризованность \mathbf{P} стеклянной пластинки, диэлектрическая проницаемость которой $\epsilon = 6$. Напряженность внешнего электрического поля, нормального к внешней поверхности пластинки, $E = 1 \text{ МВ/м}$.

6. Металлический шарик радиусом a расположен в диэлектрической среде с диэлектрической проницаемостью ϵ на расстоянии l от проводящей плоскости. Определите взаимную емкость этой системы. Считать $l \gg a$.

7. Поток электронов с начальной скоростью $v = 10^5 \text{ м/с}$ налетает на металлический изолированный шар радиусом $R = 1 \text{ см}$. До какого потенциала зарядится шар? Сколько электронов окажется на поверхности шара? На сколько градусов повысится температура поверхности шара? (Шар медный с удельной теплоемкостью $C_{\text{уд}} = 0.4 \text{ кДж/К кг}$).

8. Определите ток через каждый источник тока в схеме на рисунке, если $R_1 = 1.2 \text{ Ом}$, $R_2 = 2.3 \text{ Ом}$, $\epsilon_1 = 2 \text{ В}$, $\epsilon_2 = 3.8 \text{ В}$, $\epsilon_3 = 5 \text{ В}$. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

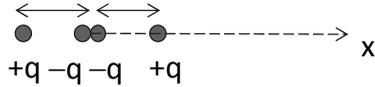


К задаче 35.8

Вариант 36Э

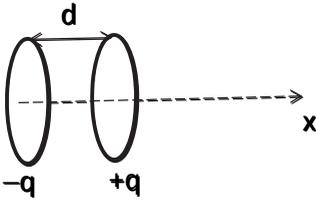
1. На двух одинаковых каплях воды находится по одному лишнему электрону. При этом сила электрического отталкивания уравновешивается силой гравитационного притяжения. Определите диаметр капель воды.

2. Система четырех зарядов представляет собой линейный квадруполь. Определите напряженность электрического поля как функцию расстояния $E(x)$ от центра квадруполь. Исследуйте полученную зависимость при $x \gg d$.



К задаче 36.2

3. Два одинаковых тонких кольца радиусом R , заряженные разноименными зарядами $-q$ и $+q$, расположены параллельно друг другу на расстоянии d . Определите напряженность электрического поля на оси системы $E(x)$. Исследуйте полученную зависимость при $x \gg R$, $x \gg d$.



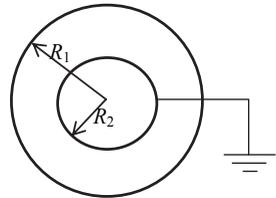
К задаче 36.3

4. Длинный цилиндр радиусом R заряжен однородно положительным зарядом

с объемной плотностью $\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$

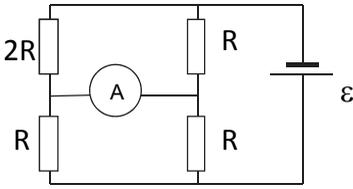
($\rho_0 = \text{const}$). Определите потенциал электрического поля $\varphi(r)$ при $r \leq R$ и $r \geq R$. Изобразите полученную зависимость графически.

5. Имеются две концентрические металлические сферы: внутренняя радиусом R_1 и внешняя радиусом R_2 . Внешняя сфера заряжена зарядом q , внутренняя заземлена. Определите потенциал поля $\varphi(r)$ при $r \leq R_1$, $R_1 \leq r \leq R_2$, $r \geq R_2$.



К задаче 36.5

6. Два одинаковых металлических шарика радиусом a расположены на расстоянии d друг от друга в диэлектрической среде с проницаемостью ϵ . Определите взаимную емкость этой системы. Считать $d \gg a$.



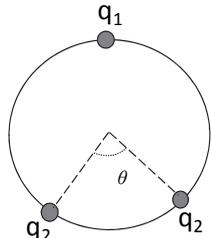
К задаче 36.8

7. Чему будет равна скорость двух электронов на расстоянии $r_1 = kl$ друг от друга, если они начали разлетаться с расстояния $r = l$?

8. Определите величину силы тока через амперметр, предполагая, что $R_A = 0$.

Вариант 37Э

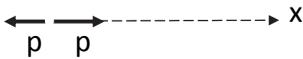
1. По кольцу могут свободно перемещаться три одинаковых шарика, заряженные одноименными зарядами. На одном шарике заряд q_1 , на двух других q_2 . При установлении равновесия дуга между зарядами q_2 составляет угол θ . Определите отношение зарядов q_1 / q_2 .



К задаче 37.1

2. Тонкое непроводящее кольцо радиусом R заряжено с линейной плотностью заряда, зависящей от угла: $\tau = \tau_0 \sin \theta$ ($\tau_0 = \text{const}$, θ – азимутальный угол). Определите напряженность электрического поля $E(x)$ на оси кольца, перпендикулярном к его плоскости. Исследовать полученную зависимость при $x \gg R$.

3. Длинный металлический цилиндр радиусом R_1 , длиной L , заряженный общим зарядом $+q$, помещен внутрь тонкой металлической оболочки радиусом R_2 , длиной L , заряженной общим зарядом $-2q$. Оси цилиндра и оболочки совпадают. Определите напряженность электрического поля $E(r)$.



К задаче 37.4

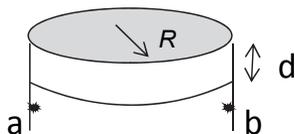
4. Два одинаковых диполя расположены рядом и ориентированы вдоль оси x . Дипольные моменты направлены противоположно друг другу. Определите потенциал электрического поля вдоль оси системы $\phi(x)$. Исследуйте полученное выражение при $x \gg d$. Здесь d – размер диполей.

5. Система состоит из двух проводящих концентрических сфер: внутренней радиусом R_1 и внешней радиусом R_2 . Внутренняя сфера заряжена зарядом $+q$, внешняя заземлена. Определите напряженность и потенциал поля во всех точках пространства при $r \leq R_1$, $R_1 \leq r \leq R_2$, $r \geq R_2$.

6. Длинный прямой провод расположен параллельно проводящей плоскости. Радиус сечения провода a , расстояние между осью провода и плоскостью b . Определите взаимную емкость этой системы на единицу длины провода. Считать $a \ll b$.

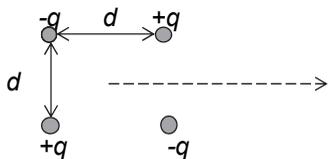
7. В углах правильного квадрата со стороной a находятся четыре электрона. Под действием сил электрического поля электроны начали разлетаться. Определите максимальную скорость электронов.

8. Круглый диск радиусом R и толщиной d изготовлен из материала, имеющего удельное электрическое сопротивление ρ . Покажите, что полное электрическое сопротивление диска между точками a и b , расположенными на концах диаметра, $R = \pi\rho / 2d$.



К задаче 37.8

Вариант 38Э



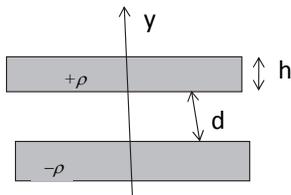
К задаче 38.2

1. Два одинаковых металлических шарика радиусом $R = 0.2$ см имеют заряды $+q_1$ и $-q_2$. Центры шариков расположены на расстоянии $d = 15$ см. Шарики взаимодействуют с силой $F_1 = 24$ мкН. Заряды соединяют гибким проводом, а затем провод убирают. Сила взаимодействия изменилась и стала равной

$F_2 = 40$ мкН. Определите величины зарядов.

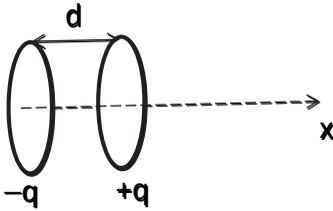
2. Определите напряженность электрического поля на оси x для четырех зарядов (квадруполь), установленных в вершинах квадрата со стороной d . Исследуйте полученное выражение при $x \gg d$.

3. Две диэлектрические пластины толщиной h расположены на расстоянии d параллельно друг другу. Пластины заряжены однородно разноименными зарядами с объемной плотностью $\pm\rho$. Определите напряженность электрического поля $E(y)$.



К задаче 38.3

4. Два одинаковых тонких кольца из проволоки радиусом R расположены на расстоянии d параллельно друг другу. Кольца заряжены разноименными зарядами $\pm q$. Найдите электриче-



К задаче 38.4

ское поле $E(x)$ и его потенциал $\varphi(x)$ системы на ее оси. Исследуйте полученное выражение при $x \gg R$, $x \gg d$.

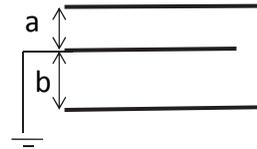
5. Три металлические пластины параллельны друг другу. Расстояние между центральной пластиной и внешними a и b . Средняя пластина заземлена, внешние заряжены до потенциала φ . Определите напряженность поля между пластинами.

6. Два длинных прямых провода с радиусом сечения a расположены в воздухе на расстоянии d параллельно друг другу. Определите взаимную емкость системы на единицу длины проводов. Считать $d \gg a$.

7. Из бесконечности навстречу друг другу с одинаковой скоростью $v = 2.4 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 0.8 c$

движутся два электрона. Определите минимальное расстояние, на которое они сблизятся.

8. Энергия электронов, полученная на ускорителе, $W = 10$ МэВ. Радиус электронного пучка $R = 1$ мм, электрический ток, соответствующий эксперименту, $I = 10$ мкА. Определите концентрацию электронов в пучке, сравните с концентрацией электронов в меди. Энергия покоя электрона $W_0 = 0,51$ МэВ.



К задаче 38.5

Вариант 39Э

1. Два положительных заряда q_1 и q_2 находятся в точках пространства с радиусами-векторами \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 . Отрицательный заряд $-q_3$ устанавливается в точке пространства \mathbf{r}_3 такой, что сила, действующая на каждый из трех зарядов, равна нулю. Определите величину заряда q_3 и радиус-вектор \mathbf{r}_3 .

2. Точечный заряд $+q$ находится в центре тонкого кольца радиусом R , по которому равномерно распределен заряд $-q$. Определите напряженность поля на оси кольца, перпендикулярной его плоскости, как функцию расстояния от его центра $E(z)$. Исследуйте полученную зависимость при $z \gg R$. Изобразите графически зависимость $E(z)$.

3. Две металлические концентрические сферы с радиусами $R_1 = 20$ см и $R_2 = 40$ см заряжены некоторыми зарядами. При этом напря-

женность поля в точке $r_1 = 30$ см равна $E_1 = 1000$ В/м, а в точке $r_2 = 50$ см $E_2 = 180$ В/м. Определите заряды на поверхности каждой сферы.

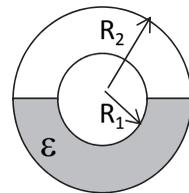
4. Две concentric сфeры с радиусами R_1 и R_2 заряжены зарядами q_1 и $-q_2$ соответственно. Определите потенциал электрического поля системы $\varphi(r)$ при $r \leq R_1$, $R_1 \leq r \leq R_2$, $r \geq R_2$.

5. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком с проницаемостью $\epsilon = 6$. Расстояние между пластинами $d = 5$ мм. На пластины подано напряжение $U = 6$ кВ. Определите поверхностную плотность заряда на пластинах σ и поверхностную плотность связанных зарядов на диэлектрике σ' .

6. Половина пространства сферического конденсатора заполнена однородным диэлектриком с проницаемостью ϵ . Радиус внутренней оболочки R_1 , внешней R_2 . Определите емкость конденсатора.

7. С большого расстояния навстречу друг другу со скоростями v_1 и v_2 ($v_1, v_2 \ll c$) движутся два электрона. Определите минимальное расстояние, на которое они сблизятся. Чему равна сила взаимодействия электронов в этой точке?

8. Медный провод, используемый в предохранителях, имеет диаметр $d = 2$ мм. Такой провод может пропустить ток (не расплавившись) $I_0 = 0.1$ А. Определите дрейфовую скорость электронов, соответствующую этому току.



К задаче 39.6

Вариант 40Э

1. Внутри гладкой сферы находится маленький заряженный шарик. Заряд шарика q , его масса m . Какой заряд Q нужно поместить в нижнюю точку сферы, чтобы шарик удерживался в равновесии в верхней точке сферы?

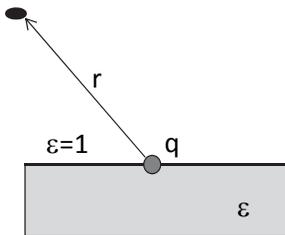
2. Кольцо из тонкой проволоки радиусом R заряжено зарядом Q , равномерно распределенным по периметру кольца. Определите напряженность электрического поля на оси кольца, перпендикулярной его плоскости, как функцию расстояния от его центра $E(x)$. В какой точке значение напряженности будет максимальным? Исследуйте полученное выражение при $x \gg R$.

3. Два соосных длинных металлических цилиндра с радиусами $R_1 = 4$ см и $R_2 = 8$ см заряжены некоторыми зарядами. Электрическое

поле, образованное зарядами, в точке $r_1 = 5$ см и $E = 90$ В/м, а в точке $r_2 = 10$ см и $E = 22,5$ В/м. Определите линейную плотность заряда на каждом цилиндре.

4. Покажите, что потенциал электрического поля диполя с дипольным электрическим моментом \mathbf{p} определяется как $\varphi = \frac{(\mathbf{p}\mathbf{r})}{4\pi\epsilon_0 r^3}$. Определите напряженность поля диполя $E(r, \theta)$, где θ – угол от оси диполя.

5. Поверхностная плотность связанных электрических зарядов на поверхности фарфоровой пластины ($\epsilon = 6$), служащей диэлектриком в плоском конденсаторе, равна $\sigma' = 3 \cdot 10^{-5}$ Кл/м². Толщина пластины $d = 4$ мм. Определите напряжение на конденсаторе.



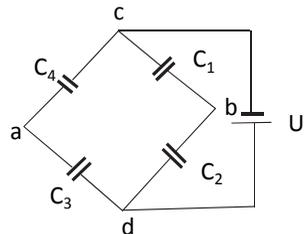
К задаче 40.6

6. Точечный заряд q находится на границе диэлектрик–вакуум. Диэлектрическая проницаемость диэлектрика ϵ . Для вакуума $\epsilon = 1$. Определите значение напряженности $\mathbf{E}(r)$ и электрической индукции $\mathbf{D}(r)$ электрического поля в произвольной точке пространства. Определите потенциал поля.

7. В мостовой схеме из четырех конденсаторов $C_1 = 4$ мкФ, $C_3 = 9$ мкФ, $C_4 = 12$ мкФ. Внешнее напряжение U подается к точкам cd . Какой должна быть емкость C_2 , чтобы мост

был в равновесии ($U_{ab} = 0$) ?

8. В модели атома водорода (Н. Бор, 1913 г.) электрон, находящийся на нижнем энергетическом уровне, обладает полной энергией $W = -13.6$ эВ. Радиус первой орбиты $R_1 = 0.53 \cdot 10^{-10}$ м. Определите эквивалентный ток, соответствующий вращательному движению электрона.



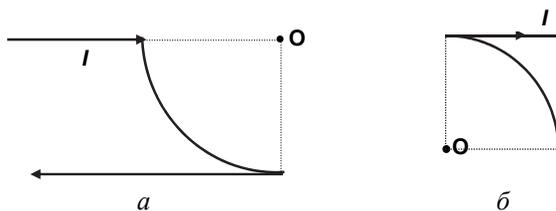
К задаче 40.7

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Вариант 1М

1. Расстояние между двумя длинными параллельными проводами $d = 50$ мм. По проводам в одном направлении текут токи силой $I = 30$ А каждый. Найдите индукцию магнитного поля \mathbf{B} в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = 50$ мм от одного и $r_2 = 30$ мм от другого провода. Покажите качественно направление магнитного поля на графике.

2. Проводник с током $I = 20$ А лежит в плоскости и изогнут так, как показано на рисунке. Радиус изогнутой части проводника $R = 40$ см. Определите величину и изобразите направление вектора магнитной индукции \mathbf{B} в точке O .



К задаче 1.2

3. Проволочный виток радиусом $R = 5$ см находится в однородном магнитном поле индукцией $B = 0,1$ Тл. Плоскость витка образует угол 60° с направлением поля. По витку течет ток силой $I = 4$ А. Найдите и изобразите на чертеже магнитный момент витка \mathbf{p}_m и вращающий момент \mathbf{M} , действующий на виток.

4. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $U = 600$ В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,3$ Тл и начал двигаться по окружности. Вычислите радиус окружности R , магнитный момент возникшего кругового тока \mathbf{p}_m и момент импульса протона L .

5. Рамка площадью $S = 200$ см² вращается, делая $n = 10$ оборотов в секунду относительно оси, лежащей в плоскости рамки перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля с индукцией $B = 0,2$ Тл. Постройте на одном графике зависимости магнитного потока, пронизывающего рамку Φ , и ЭДС индукции ε_i от времени. Найдите максимальное значение ЭДС индукции $\varepsilon_{i \max}$.

6. Сопротивление тороидальной катушки $R = 20$ Ом. Найдите его индуктивность L , если за время $t = 10$ мс в его обмотке выделяется тепло, равное энергии магнитного поля внутри тороида. Магнитное поле считать однородным.

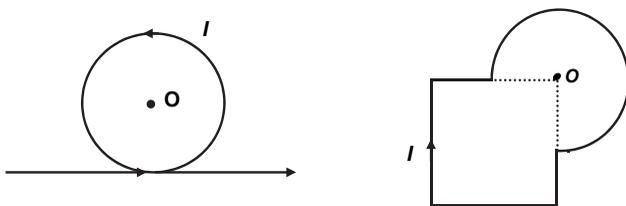
7. Квадратная рамка со стороной $a = 10$ см находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 2$ Тл. В рамке течет ток силой $I = 2$ А. Плоскость рамки расположена перпендикулярно линиям индукции магнитного поля. Найдите работу A , которую надо совершить, чтобы повернуть рамку относительно оси, совпадающей с одной из сторон рамки, на угол: а) 90° ; б) 180° .

8. В сеть переменного тока напряжением $U = 220$ В и частотой $f = 50$ Гц включены последовательно емкость $C = 18$ мкФ, индуктивность $L = 0,75$ Гн и активное сопротивление $R = 60$ Ом. Найдите силу тока I в цепи и напряжения на емкости U_C , на индуктивности U_L и на активном сопротивлении U_R .

Вариант 2М

1. Расстояние между двумя длинными параллельными проводами $d = 50$ мм. По проводам в противоположном направлении текут токи силой $I = 50$ А каждый. Найдите индукцию магнитного поля \mathbf{B} в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = 50$ мм от одного и $r_2 = 30$ мм от другого провода. Покажите качественно направление магнитного поля на графике.

2. Проводник с током $I = 20$ А лежит в плоскости и изогнут так, как показано на рисунке. Радиус изогнутой части проводника $R = 20$ см, сторона квадрата $a = 20$ см. Определите величину и изобразите направление вектора магнитной индукции в точке O .



К задаче 2.2

3. Квадратная рамка со стороной $a = 10$ см находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0.2$ Тл. Плоскость рамки составляет

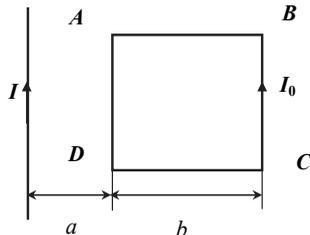
угол 30° с направлением поля. По рамке течет ток силой $I = 8$ А. Найдите и изобразите на чертеже магнитный момент витка \vec{p}_m и вращающий момент \vec{M} сил, действующих на рамку.

4. Электрон движется в однородном магнитном поле напряженностью $H = 4000$ А/м со скоростью $v = 10\,000$ км/с, направленной перпендикулярно вектору магнитной индукции. Определите силу F , с которой поле действует на электрон, радиус окружности R , по которой движется электрон, и период его обращения T .

5. Индукция магнитного поля между полюсами двухполюсного генератора $B = 0.8$ Тл. Ротор имеет $N = 100$ витков площадью $S = 400$ см². Сколько оборотов в минуту делает якорь, если максимальное значение ЭДС индукции $\varepsilon_{i\max} = 200$ В.

6. Индуктивность соленоида длиной $l = 1$ м и площадью поперечного сечения $S = 20$ см² равна $L = 0,4$ мГн. Определите силу тока в соленоиде I , при которой объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида равна $w = 0,1$ Дж/м³.

7. В одной плоскости с бесконечным прямым проводником, по которому течет ток $I = 1$ А, расположена квадратная рамка. Расстояние $a = 2$ см, $b = 5$ см. Найдите магнитный поток, пронизывающий рамку. Найдите силу взаимодействия между рамкой и проводником, если по рамке течет ток $I_0 = 5$ А. Диаметр провода рамки $D = 2$ мм.



К задаче 2.7

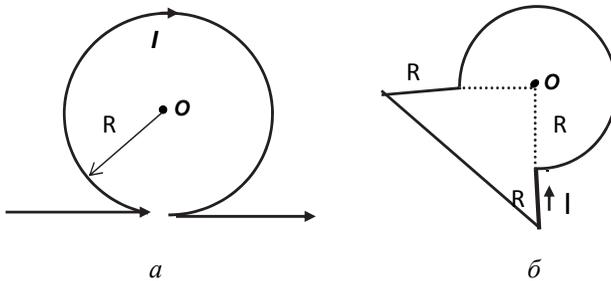
8. Вдоль проводника длиной 4 см, шириной 1.2 см и толщиной 9.5 мкм течет ток величиной 3.2 А. При наложении перпендикулярного магнитного поля в 1.4 Тл возникает поперечное (вдоль ширины) холловское напряжение, равное 40 мкВ. Из этих данных найти: а) дрейфовую скорость носителей заряда; б) плотность носителей заряда. Пользуясь табличными данными, определите, какой это проводник; в) на рисунке покажите полярность холловского напряжения при заданных направлениях магнитного поля и тока. Носителями заряда считать электроны.

Вариант 3М

1. Расстояние между двумя длинными параллельными проводниками $d = 10$ см. По проводникам в одном направлении текут токи силой $I_1 = 5$ А и $I_2 = 10$ А. Найдите индукцию магнитного поля в точ-

ках A , B и C , расположенных на линии, соединяющей эти проводники. Точка C находится посередине между проводниками, точка A расположена слева от первого проводника на расстоянии $r = 30$ см от него, точка B находится справа от второго проводника на расстоянии $r = 30$ см от него. Покажите на рисунке направление магнитного поля в этих точках.

2. Проводник с током $I = 20$ А лежит в плоскости и изогнут так, как показано на рисунке. Радиус изогнутой части проводника $R = 60$ см. Определите величину и изобразите направление вектора магнитной индукции в точке O .



К задаче 3.2

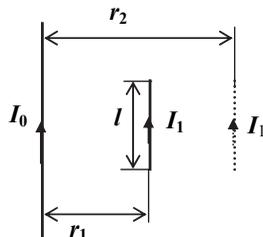
3. Рамка гальванометра длиной $a = 4$ см и шириной $b = 1.5$ см, содержащая $N = 200$ витков тонкой проволоки, находится в магнитном поле с индукцией $B = 0.1$ Тл. Плоскость рамки параллельна линиям индукции. По виткам течет ток силой $I = 2$ мА. Найдите и изобразите на чертеже магнитный момент рамки \vec{p}_m и вращающий момент \vec{M} , действующий на рамку.

4. Два иона, имеющие одинаковый заряд, но различные массы, влетели в однородное магнитное поле. Первый ион начал двигаться по окружности радиусом $R_1 = 5$ см, второй ион – по окружности радиусом $R_2 = 2.5$ см. Определите отношение масс ионов, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов U .

5. Катушка из $N = 1000$ витков с площадью поперечного сечений $S = 100$ см², расположенная перпендикулярно магнитному полю Земли, поворачивается за $t = 1$ с на угол 90° . В катушке наводится ЭДС со средним значением $\varepsilon_{i\text{cp}} = 0.6$ мВ. Найдите величину магнитного поля Земли.

6. В тороиде сечением $S = 8 \text{ см}^2$, содержащем $N = 1000$ витков, создан магнитный поток $\Phi = 20 \text{ мкВб}$. Определите объемную плотность энергии внутри тороида w . Магнитное поле тороида считать однородным.

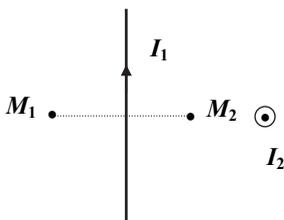
7. Прямой проводник длиной $l = 10 \text{ см}$, по которому течет ток $I_1 = 5 \text{ А}$, находится вблизи бесконечно длинного провода с током $I_0 = 2 \text{ А}$ и параллелен ему. Какую работу надо совершить, чтобы: а) переместить проводник параллельно самому себе с расстояния $r_1 = 3 \text{ мм}$ от бесконечного проводника на расстояние $r_2 = 15 \text{ мм}$; б) переместить проводник вдоль провода параллельно ему на расстояние l ? в) повернуть проводник так, чтобы он стал перпендикулярен проводу?



К задаче 3.7

8. В сеть переменного тока напряжением $U = 220 \text{ В}$ и частотой $\nu = 50 \text{ Гц}$ включены последовательно емкость $C = 18 \text{ мкФ}$, индуктивность $L = 0,75 \text{ Гн}$ и активное сопротивление $R = 60 \text{ Ом}$. Найдите силу тока I в цепи и напряжения на емкости U_C , на индуктивности U_L и на активном сопротивлении U_R .

Вариант 4М



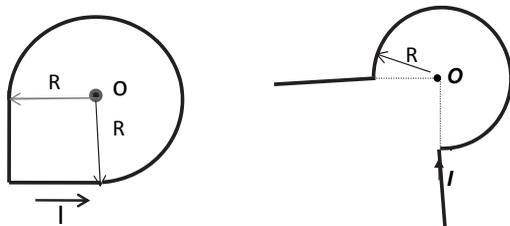
К задаче 4.1

1. По двум бесконечно длинным проводникам текут одинаковые токи $I_1 = I_2 = 20 \text{ А}$. Расстояние между проводниками $d = 10 \text{ см}$. Найдите индукцию магнитного поля в точках M_1 и M_2 , если расстояние от первого проводника до точек M_1 и M_2 $r = 4 \text{ см}$. Укажите на рисунке направление вектора магнитного поля в этих точках.

2. Проводник с током $I = 20 \text{ А}$ лежит в плоскости и изогнут так, как показано на рисунках. Радиус изогнутой части проводника $R = 60 \text{ см}$. Определите величину и изобразите направление вектора магнитной индукции в точке O .

3. Примем, что электрон в невозбужденном атоме водорода движется по окружности радиусом $r = 0,58 \cdot 10^{-8} \text{ см}$. Определите магнитный момент эквивалентного кругового тока μ_m и механический мо-

мент \mathbf{M} , действующий на круговой ток, если атом помещен в магнитное поле с индукцией $B = 0.2$ Тл, направленное параллельно плоскости орбиты. Изобразите на чертеже векторы механического и магнитного моментов.



К задаче 4.2

4. Для условия задачи 1 найдите силу и момент силы, испытываемый со стороны тока I_2 отрезком тока I_1 длиной $l = 10$ см. Отрезок провода с током I_1 расположен симметрично относительно тока I_2 .

5. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0.4$ Тл вращается стержень длиной $l = 10$ см. Ось вращения параллельна линиям индукции и проходит через один из концов стержня перпендикулярно его длине. Определите ЭДС индукции ε_i , возникающую на концах стержня, если он делает $n = 16$ об/с.

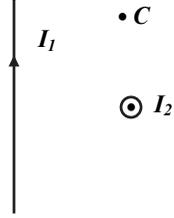
6. Обмотка электромагнита, находясь под постоянным напряжением, имеет сопротивление $R = 10$ Ом и индуктивность $L = 0.3$ Гн. Определите время t , за которое в обмотке выделится тепло, равное энергии магнитного поля в сердечнике.

7. Квадратная рамка с током $I = 2$ А находится в неоднородном магнитном поле, изменяющемся вдоль оси x по закону $B = B_0(1 + \alpha x)$, где $B_0 = 1$ мТл, $\alpha = 10^{-3}$ м $^{-1}$. Магнитное поле перпендикулярно плоскости рамки. Длина стороны рамки $a = 10$ см. Найдите магнитный поток, пронизывающий рамку Φ , если одна из ее сторон параллельна оси x и имеет координаты $x_1 = 0$, $x_2 = 10$ см.

8. Магнитная индукция поля в вакууме вблизи плоской поверхности однородного изотропного магнетика равна B , причем вектор B составляет угол α с нормалью к поверхности. Определите модуль вектора магнитной индукции B поля в магнетике вблизи его поверхности. Магнитная проницаемость магнетика известна и равна μ .

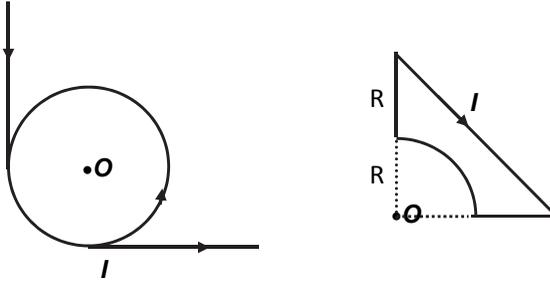
Вариант 5М

1. По двум бесконечно длинным проводникам, скрещенным под прямым углом, текут токи $I_1 = 30$ А и $I_2 = 40$ А. Расстояние между проводниками $d = 20$ см. Найдите индукцию магнитного поля в точке C , одинаково удаленной от обоих проводников на расстояние $r = 20$ см. Указать на рисунке направление вектора магнитного поля в этой точке.



К задаче 5.1

2. Проводник с током $I = 20$ А лежит в плоскости и изогнут так, как показано на рисунке. Радиус изогнутой части проводника $R = 0.4$ м. Определите величину и изобразите направление вектора магнитной индукции в точке O .



К задаче 5.2

3. Примем, что электрон в атоме водорода движется по круговой орбите некоторого радиуса. Чему равно отношение магнитного момента \mathbf{p}_m эквивалентного кругового тока к величине момента импульса (углового момента) \mathbf{L} орбитального движения электрона? Изобразите на рисунке направления обоих векторов, а также скорости электрона и его эквивалентного кругового тока.

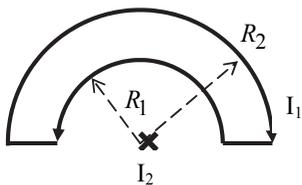
4. Заряженная частица, прошедшая ускоряющую разность потенциалов $U = 2000$ В, движется в однородном магнитном поле напряженностью $H = 12\,000$ А/м по окружности радиусом $R = 1$ см. Определите удельный заряд частицы q/m и ее скорость v .

5. Рамка площадью $S = 200$ см² равномерно вращается с частотой $n = 10$ об/с относительно оси, лежащей в плоскости рамки, и перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля. Величина магнитной индукции $B = 0.2$ Тл. Каково среднее значение ЭДС индук-

ции $\epsilon_{\text{ср}}$ за время, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменится от нуля до максимального значения? Каково максимальное значение ЭДС индукции?

6. Сила тока в соленоиде, содержащем $N = 1000$ витков, $I = 8$ А. Магнитный поток через поперечное сечение соленоида $\Phi = 200$ мкВб. Определите энергию магнитного поля в соленоиде W .

7. Проводник с током $I_1 = 10$ А лежит в плоскости, как показано на рисунке. Радиусы изогнутых частей $R_1 = 10$ см, $R_2 = 20$ см и



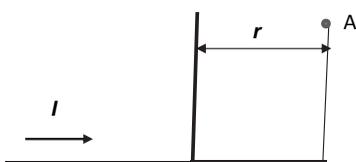
К задаче 5.7

$R_3 = 15$ см. В центре кривизны проводника имеется длинный проводник с током $I_2 = 5$ А, направленным перпендикулярно плоскости рисунка от нас. Найдите силу и момент силы, испытываемые первым проводником со стороны тока I_2 .

8. Круговой контур с током лежит на плоской границе раздела вакуума и магнетика, проницаемость которого равна μ .

Определите индукцию B магнитного поля в произвольной точке на оси контура, если магнитная индукция поля в центре в этой же точке при отсутствии магнетика равна B_0 .

Вариант 6М



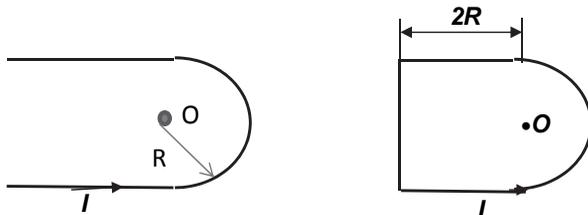
К задаче 6.1

1. По отрезку токовой петли, согнутому под прямым углом, течет ток $I = 20$ А. Длина горизонтальной и вертикальной частей отрезка одинакова и равна 5 см. Какова индукция магнитного поля в точке A , если $r = 5$ см. Укажите направление вектора индукции магнитного поля в этой точке.

2. Проводник с током $I = 20$ А лежит в плоскости и изогнут так, как показано на рисунке. Радиус изогнутой части проводника $R = 0,4$ м. Определите величину и покажите направление вектора магнитной индукции в точке O .

3. Виток, по которому течет ток силой $I = 20$ А, свободно установился в однородном магнитном поле напряженностью $H = 12\,800$ А/м. Диаметр витка $d = 10$ см. Найдите магнитный момент витка \mathbf{p}_m и изобразите его на чертеже. Сделайте рисунок для случая, когда на виток в

рассматриваемом магнитном поле действует максимальный вращающий момент. Найдите его и изобразите на рисунке. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть виток на 90° вокруг своей оси.



К задаче 6.2

4. В сеть переменного тока напряжением $U = 220$ В и частотой $f = 50$ Гц включены последовательно емкость $C = 18$ мкФ, индуктивность $L = 0,75$ Гн и активное сопротивление $R = 60$ Ом. Найдите силу тока I в цепи и напряжения на емкости U_C , на индуктивности U_L и на активном сопротивлении U_R .

5. В однородном переменном магнитном поле с индукцией $B = 0.35 \cos \omega t$ (Тл), где $\omega = 1000$ рад/с, равномерно с частотой $n = 480$ об/мин вращается рамка, содержащая $N = 1500$ витков, площадь $S = 50$ см². Ось вращения лежит в плоскости рамки и составляет угол 60° с линиям индукции. Определите максимальную ЭДС индукции \mathcal{E}_{\max} , возникающую в рамке.

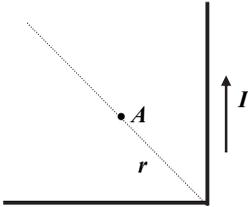
6. Длинный соленоид содержит $n = 10$ витков на 1 см длины. Радиус соленоида $R = 10$ см. По его обмотке течет ток, линейно растущий со временем $I = 5t$ (А). Определите величину электрического поля на расстоянии $r_1 = 5$ см и $r_2 = 15$ см от оси соленоида.

7. В однородном магнитное поле с индукцией $B = 1$ Тл находится квадратный проводящий контур со стороной $a = 20$ см и током $I = 5$ А. Плоскость квадрата составляет с направлением вектора магнитной индукции угол 30° . Какой момент сил Ампера действует на контур со стороны магнитного поля?

8. Постоянный магнит имеет форму достаточно тонкого диска, намагниченного вдоль его оси. Радиус диска $R = 1$ см. Найдите значение молекулярного тока I' , проходящего по ободу диска, если магнитная индукция поля на оси диска в точке, отстоящей на $r = 10$ см от его центра, составляет $B = 30$ мкТл.

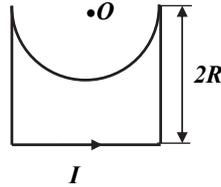
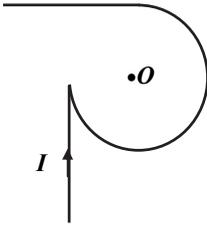
Вариант 7М

1. По бесконечно длинному прямому проводу, согнутому под прямым углом, течет ток $I = 100$ А. Какова магнитная индукция B в точке A , лежащей на биссектрисе на расстоянии $r = 5$ см от вершины угла?



К задаче 7.1

2. Проводник с током $I = 20$ А лежит в плоскости и изогнут так, как показано на рисунке. Радиус изогнутой части проводника $R = 0.4$ м. Определите величину и изобразите направление вектора магнитной индукции в точке O .

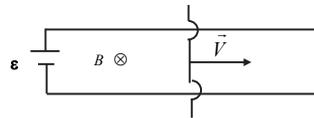


К задаче 7.2

3. Катушка гальванометра, состоящая из $N = 400$ витков тонкой проволоки, намотанной на прямоугольный каркас длиной $a = 3$ см и шириной $b = 2$ см, подвешена на нити в магнитном поле, индукция которого $B = 0.01$ Тл. По катушке течет ток силой $I = 10^{-7}$ А. Найдите вращающий момент сил M , действующий на рамку гальванометра, если: а) плоскость катушки параллельна направлению магнитного поля; б) плоскость катушки расположена под углом 60° к направлению магнитного поля. Найдите магнитный момент контура p_m , сделайте чертеж с изображением магнитного и вращающего моментов.

4. Электрон движется в однородном магнитном поле напряженностью $H = 7200$ А/м по винтовой линии, радиус которой $R = 1,1$ см и шаг $h = 7,8$ см. Определите период обращения T и его скорость v .

5. К источнику с ЭДС $\varepsilon = 5$ В и ничтожно малым внутренним сопротивлением присоединены два стержня, как показано на рисунке. Расстояние между стержнями $l = 20$ см, они находятся в однородном

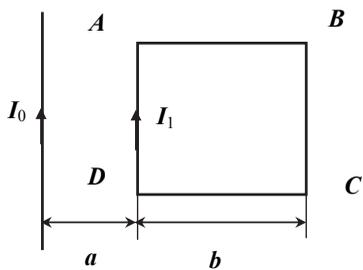


К задаче 7.5

магнитном поле с индукцией $B = 1.5$ Тл. По стержням скользит под действием сил поля проводник, сопротивление которого $R = 0.02$ Ом. В некоторый момент времени скорость проводника $v = 1$ м/с. Определите для этого момента времени: а) ЭДС индукции; б) силу, действующую на проводник со стороны поля; в) силу тока в цепи; г) мощность, расходуемую на движение проводника; д) мощность, отдаваемую в цепь источником тока.

6. Определите объемную плотность энергии магнитного поля w тонкого кольца радиусом $R = 10$ мм в точке, расположенной на оси кольца, на высоте $h = 2$ см от его центра. По кольцу течет ток $I = 5$ А.

7. В одной плоскости с бесконечным прямым проводником, по которому течет ток $I_0 = 1$ А, расположена квадратная рамка (см. рисунок). Расстояние $a = 2$ см, $b = 5$ см. Найдите работу, затрачиваемую на поворот рамки: а) вокруг стороны BC на 180° ; б) вокруг стороны AB на 180° , если в рамке течет ток $I_1 = 2$ А.

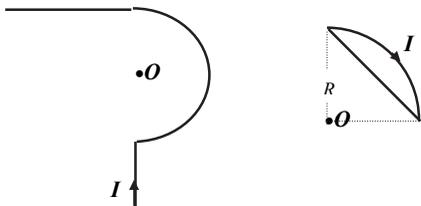


К задаче 7.7

8. В стальном стержне при напряженности магнитного поля $H = 1.6$ кА/м магнитная индукция $B = 1.26$ Тл. Найдите намагниченность J и магнитную восприимчивость χ материала стержня.

Вариант 8М

1. По проводнику, изогнутому в виде прямоугольника со сторонами $a = 2$ см и $b = 4$ см, течет ток $I = 5$ А. Найдите магнитную индукцию в точке пересечения диагоналей прямоугольника.



К задаче 8.2

2. Проводник с током $I = 20$ А лежит в плоскости и изогнут так, как показано на рисунке. Радиус изогнутой части проводника $R = 0.4$ м. Определите величину и изобразите направление вектора магнитной индукции в точке O .

3. Из проволоки длиной $l = 20$ см сделаны контуры: а) квадратный; б) круговой. Найдите вращающий момент сил \mathbf{M} , действующих на каждый контур, помещенный в одно-

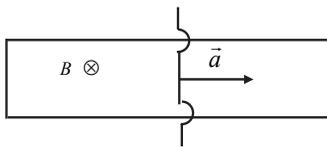
родное магнитное поле с индукцией $B = 0.01$ Тл. По контурам течет ток силой $I = 2$ А. Плоскость контура составляет угол 45° с направлением индукции магнитного поля. Найдите магнитный момент контуров \mathbf{p}_m . Сделайте чертеж с изображением магнитного и вращающего моментов.

4. Заряженная частица прошла разность потенциалов $U = 100$ В и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое и магнитное поля. Напряженность электрического поля $E = 10$ кВ/м, магнитная индукция $B = 0.1$ Тл. Найдите удельный заряд частицы q/m , если она, двигаясь перпендикулярно обоим полям, не испытывает отклонения от прямолинейной траектории. Укажите в трехмерных декартовых координатах направления векторов магнитного и электрического полей и скорости частицы.

5. Рамка площадью $S = 100$ см² содержит $N = 10^3$ витков провода сопротивлением $R = 12$ Ом. К концам обмотки подключено внешнее сопротивление $R_1 = 20$ Ом. Рамка равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0.1$ Тл, делая $n = 8$ об/с. Чему равно максимальное значение мощности переменного тока в цепи?

6. Соленоид длиной $l = 50$ мм и площадью поперечного сечения $S = 60$ см² выполнен из проволоки диаметром $d = 0.4$ мм. За какое время при напряжении $U = 10$ В и силе тока $I = 2$ А в нем выделится количество тепла Q , равное энергии поля внутри соленоида W ? Поле внутри соленоида считать однородным.

7. Подвижная перемычка длиной $l = 50$ см перемещается с ускорением $a = 2$ см/с² по двум параллельным проводникам П-образного контура. В контуре течет ток $I = 2$ А. Контур помещен в однородное магнитное поле с индукцией $B = 3$ Тл, перпендикулярное плоскости контура. Пренебрегая индукционным током в контуре, найти работу A , затраченную на перемещение перемычки в течение $t = 10$ с от начала движения. Укажите направление тока в контуре.



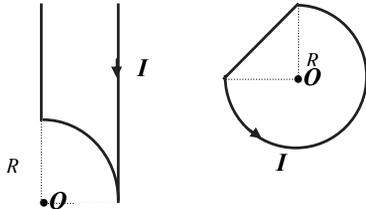
К задаче 8.7

8. В соленоид длиной $l = 40$ см, имеющий $N = 200$ витков, ввели ферромагнитный сердечник. При прохождении по виткам тока $I = 1,2$ А магнитная индукция в сердечнике оказалась равной $B = 1,4$ Тл. Найдите магнитную проницаемость ферромагнетика.

Вариант 9М

1. Найдите магнитную индукцию в центре кругового витка с током и на оси витка на расстоянии $h = 10$ см от его центра. Радиус витка $R = 100$ мм, ток $I = 50$ мА.

2. Проводник с током $I = 20$ А лежит в плоскости и изогнут так, как показано на рисунке. Радиус изогнутой части проводника $R = 0.4$ м. Определите величину и изобразите направление вектора магнитной индукции в точке O .



К задаче 9.2

3. Коаксиальный кабель состоит из внутреннего и внешнего цилиндров радиусами соответственно R_1 и R_2 . Вдоль поверхностей этих цилиндров в противоположных направлениях течет ток I . Найдите напряженность магнитного поля на расстоянии r от центра кабеля в случаях, когда: а) $R_1 < r < R_2$; б) $r > R_2$.

4. Электрон и протон, удаленные друг от друга на значительное расстояние, находятся в однородном магнитном поле. Зная, что каждый из них движется по окружности, найдите отношение их угловых скоростей. Масса протона в 1836 раз больше массы электрона. Никакие силы, кроме сил Лоренца, на протон и электрон не действуют.

5. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0.84$ Тл вращается квадратная рамка со стороной $a = 5$ см, состоящая из небольшого числа витков медной проволоки сечением $S = 0.5$ мм². Концы рамки соединены накоротко. Максимальное значение силы тока, индуцируемого в рамке $I_{\max} = 1,9$ А. Определите число оборотов n рамки в секунду. Как нужно изменить скорость вращения рамки, чтобы при замене медной проволоки железной сила тока в цепи осталась неизменной ($\rho_{\text{меди}} = 16$ нОм · м, $\rho_{\text{железа}} = 90$ нОм · м)?

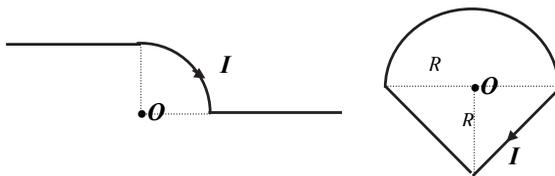
6. Соленоид длиной $l = 20$ см состоит из $N = 100$ витков. Сила тока в соленоиде $I = 1$ А. Определите объемную плотность энергии w внутри соленоида. Поле считать однородным.

7. В магнитном поле с индукцией $B = 0,2$ Тл находится круглый виток с током $I = 0.2$ А. Радиус витка $R = 20$ см. Плоскость витка составляет угол 30° с вектором магнитной индукции. Найдите работу, которую надо затратить, чтобы повернуть виток в положение, когда его плоскость перпендикулярна магнитному полю.

8. Стальной тороид, площадь поперечного сечения которого $S = 4.0 \text{ см}^2$, имеет 10 витков на каждый сантиметр длины. По виткам проходит ток $I = 2.0 \text{ А}$. В этих условиях магнитная проницаемость стали $\mu = 520$. Найдите магнитный поток Φ через сечение тороида. Магнитное поле в поперечном сечении тороида считать однородным.

Вариант 10М

1. Коаксиальный кабель состоит из внутреннего и внешнего цилиндров радиусами соответственно $R_1 = 0,4 \text{ см}$ и $R_2 = 3 \text{ см}$. Вдоль поверхности внутреннего цилиндра течет ток силой $I_1 = 3 \text{ А}$, а вдоль поверхности внешнего цилиндра в противоположном направлении – ток $I_2 = 2 \text{ А}$. Найдите напряженность магнитного поля на расстоянии $r_1 = 0.5 \text{ см}$ и $r_2 = 5 \text{ см}$ от оси кабеля.



К задаче 10.2

2. Проводник с током $I = 20 \text{ А}$ лежит в плоскости и изогнут так, как показано на рисунке. Радиус изогнутой части проводника $R = 0.4 \text{ м}$. Определите величину и изобразите направление вектора магнитной индукции в точке O .

3. Однородное электрическое и магнитное поля направлены взаимно перпендикулярно. Напряженность электрического поля $E = 3 \text{ В/см}$. Индукция магнитного поля $B = 10^{-4} \text{ Тл}$. Каковы должны быть направление и модуль скорости электрона, чтобы его траектория была прямолинейна? Укажите в трехмерных декартовых координатах направление электрического и магнитного полей, а также скорости электрона.

4. Найдите магнитный момент \mathbf{p}_m тонкого круглого витка с током, если радиус витка $R = 100 \text{ мм}$, а индукция магнитного поля в его центре $B = 6 \text{ мкТл}$.

5. Медный диск радиусом $R = 10 \text{ см}$ вращается в однородном магнитном поле, делая $n = 100 \text{ об/с}$. Магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости диска и имеет напряженность $H = 10^4 \text{ А/м}$. Две щетки – одна на оси диска, другая на периметре – соединяют диск

с внешней цепью, в которую включен реостат с сопротивлением $r = 10$ Ом и амперметр, сопротивлением которого можно пренебречь. Что показывает амперметр?

6. По проводнику, изогнутому в виде кольца радиусом $R = 10$ см, содержащему $N = 200$ витков, течет ток силой $I = 5$ А. Определите плотность энергии w магнитного поля в центре кольца.

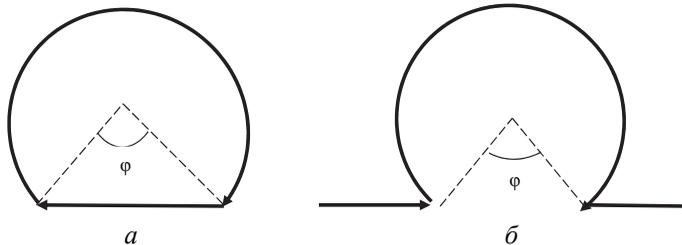
7. Прямоугольная магнитная рамка с током $I = 2$ А находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0.8$ Тл. Магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости рамки. Стороны рамки $a = 2$ см и $b = 5$ см. Найдите работу, затраченную на перемещение рамки параллельно самой себе вдоль длинной стороны на расстояние $l = 20$ см. Чему будет равна работа, если удалить рамку за пределы поля?

8. На ферромагнитном тороидальном сердечнике со средним радиусом R имеется обмотка провода с числом витков N . В сердечнике сделана поперечная щель шириной b ($b \ll 2\pi R$). При силе тока I в обмотке индукция магнитного поля в щели B . Пренебрегая рассеиванием магнитного потока, определите магнитную проницаемость сердечника.

Вариант 11М

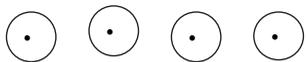
1. Горизонтальный длинный провод, по которому течет ток $I = 5.12$ кА, ориентирован вдоль земного меридиана. Направление тока с юга на север. Магнитная индукция поля Земли $B = 58$ мкТл, вектор магнитной индукции направлен под углом 70° к горизонтали. Найдите величину и направление магнитного поля на расстоянии 100 м от проводника.

2. Проводник с током $I = 10$ А лежит в плоскости, форма проводника представлена на рисунке. Радиус изогнутой части проводника $R = 10$ см. Угол $\varphi = 90^\circ$. Определите величину магнитной индукции в центре проводника.



К задаче 11.2

3. На синхрофазотроне – ускорителе частиц – удается сообщить протонам кинетическую энергию $W_k = 950$ ГэВ. Определите скорость движения протонов и индукцию магнитного поля, необходимую для удержания протонов на орбите радиусом $R = 750$ м. Энергия покоя протона $W_0 = 938$ МэВ.



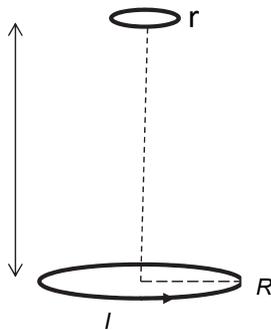
К задаче 11.4

4. Пять параллельных проводников лежат в одной плоскости. Расстояние между проводниками $a = 8$ см. По проводникам текут одинаковые токи одного направления силой $I = 3$ А. Найдите силу, действующую на метр длины каждого проводника.

5. Магнитный момент Земли $P_m = 8 \cdot 10^{22}$ А · м². Предполагая, что этот магнитный момент определяется намагниченностью железного ядра в центре Земли, определите его радиус. Плотность жидкого железа в глубинных слоях Земли $\rho = 14 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, магнитный момент атома железа $p_m = 2,1 \cdot 10^{-23}$ А · м².

6. Тонкий пластмассовый диск радиусом R равномерно заряжен по поверхности зарядом q . Диск вращается с угловой скоростью ω относительно оси, проходящей через центр диска. Найдите магнитную индукцию в центре диска.

7. Плоскости круговых контуров с радиусами r и R параллельны. Расстояние между контурами увеличивается с постоянной скоростью $\frac{dx}{dt} = v$. Предполагая магнитное поле в плоскости малого контура приблизительно однородным, определите: а) магнитный поток через контур r ; б) ЭДС индукции; в) направление индукционного тока.



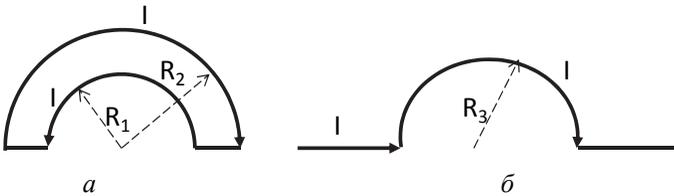
К задаче 11.7

8. Полный магнитный поток через катушку индуктивности $\Psi = 26.2$ мВб, когда ток в катушке $I = 5.48$ А. Электрическое сопротивление катушки $R = 0.745$ Ом. Определите индуктивность катушки и время, через которое включение источника тока с ЭДС $\varepsilon = 6$ В создает ток $I = 2.53$ А.

Вариант 12М

1. По двум длинным параллельным проводникам проходят противоположно направленные токи $I_1 = 50$ А и $I_2 = 100$ А. Расстояние между проводниками $a = 20$ см. Найдите индукцию магнитного поля в точке, удаленной на расстояние $r_1 = 30$ см от первого проводника и на $r_2 = 40$ см от второго.

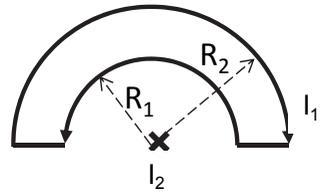
2. Проводник с током $I = 10$ А лежит в плоскости. Радиусы изогнутых частей $R_1 = 10$ см, $R_2 = 20$ см и $R_3 = 15$ см. Найдите индукцию магнитного поля в центре кривизны проводника.



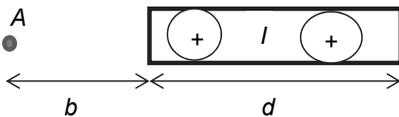
К задаче 12.2

3. По проводнику в виде квадрата со стороной $a = 10$ см течет ток $I = 5$ А. Найдите индукцию магнитного поля в центре квадрата.

4. Проводник с током $I_1 = 10$ А лежит в плоскости, как показано на рисунке. Радиусы изогнутых частей $R_1 = 10$ см, $R_2 = 20$ см. В центре кривизны проводника имеется длинный проводник с током $I_2 = 5$ А, направленным перпендикулярно плоскости рисунка от нас. Найдите силу и момент силы, испытываемые первым проводником со стороны тока I_2 .



К задаче 12.4



К задаче 12.5

5. По тонкой плоской пластине течет однородный ток. Сила тока I . Ширина пластины d . Определите индукцию магнитного поля в точке A , расположенной на продолжении пластины на расстоянии b .

6. Круговой контур, изготовленный из эластичного провода, может изменять свою площадь. Провод находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0.785$ Тл. Начальный радиус контура $R_0 = 1.3$ м.

Радиус уменьшается с постоянной скоростью $\frac{dR}{dt} = 7.5 \frac{\text{см}}{\text{с}}$. Плоскость контура наклонена под углом $\alpha = 30^\circ$ к направлению поля. Определите ЭДС индукции в контуре через 2 и 4 с после начала сжатия.

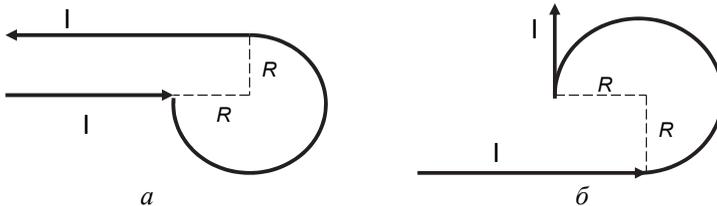
7. По длинному прямому соленоиду течет ток $I = 2$ А. Плотность намотки витков соленоида $n = 35 \frac{\text{ВИТК}}{\text{см}}$. Найдите индукцию магнитного поля в центре одного из оснований соленоида.

8. По двум длинным параллельным стержням радиуса a и длиной d , расстояние между центрами которых d , проходят одинаковые токи в противоположных направлениях. Определите индуктивность такой системы.

Вариант 13М

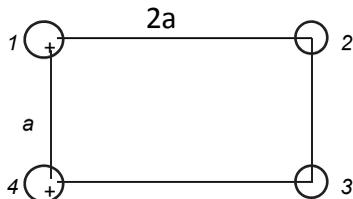
1. Вблизи экватора магнитное поле Земли направлено горизонтально и равно по величине $B = 43$ мкТл. При сложении магнитного поля Земли и некоторого прямолинейного проводника в точке, расположенной от проводника на расстоянии $b = 8$ см, магнитная индукция поля $B = 0$. Найдите силу тока в проводнике и его направление.

2. Проводник с током $I = 10$ А лежит в плоскости и изогнут так, как показано на рисунке. Радиус изогнутой части проводника $R = 20$ см. Определите индукцию магнитного поля в центре кривизны проводника.



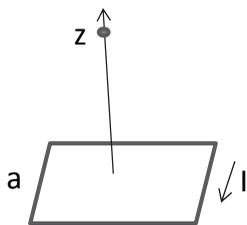
К задаче 13.2

3. В вершинах прямоугольника со сторонами a и $2a$ расположены длинные параллельные проводники. По проводникам текут одинаковые токи I . Направление токов в вершинах 1 и 4 в плоскость рисунка, в вершинах 2 и 3 – противоположное. Найдите индукцию магнитного поля в точке пересечения диагоналей.



К задаче 13.3

4. В физических экспериментах на циклотроне протоны ускоряются до скорости $v = 0.3c$. Магниты, используемые в циклотроне, создают магнитное поле с индукцией $B = 1.4$ Тл. Определите радиус циклотрона и частоту вращения протонов (c – скорость света).

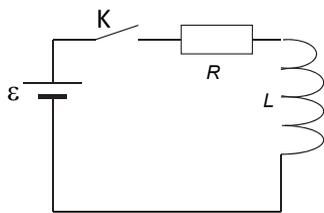


К задаче 13.5

5. По контуру в виде квадрата со стороной a течет ток I . Найдите индукцию магнитного поля на оси контура, проходящей через его центр перпендикулярно его плоскости в точке, удаленной на расстояние h от плоскости контура.

6. Длина соленоида L , диаметр D , плотность намотки витков n . По соленоиду течет ток I . Найдите индукцию магнитного поля в произвольной точке, лежащей на оси соленоида x (вне соленоида). Начало оси x – в центре основания соленоида.

7. В электрической цепи ЭДС источника тока $\varepsilon = 12.2$ В, $R = 7.34$ Ом и $L = 5.48$ Гн. Источник тока подключается в момент времени $t = 0$. Какое количество энергии выделится в цепи в течение первых двух секунд? Какая часть этой энергии будет составлять энергию магнитного поля?



К задаче 13.7

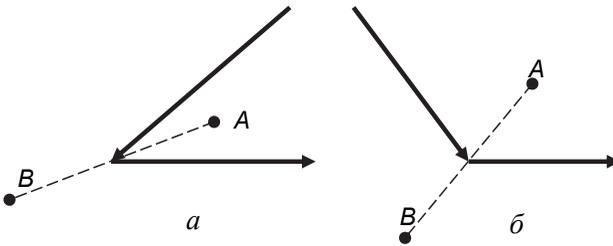
8. Однородное магнитное поле изменяется с постоянной скоростью $\frac{dB}{dt} = \text{const}$. В магнитном поле имеется

круговой медный контур радиусом r . Плоскость контура составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с направлением поля. Масса контура m . Определите силу индукционного тока в контуре. Удельное сопротивление меди ρ , плотность d .

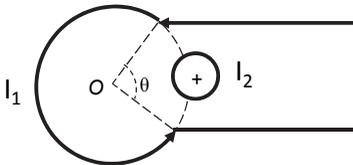
Вариант 14М

1. По двум длинным параллельным проводам проходят в одном направлении токи, причем $I_2 = 2I_1$. Расстояние между проводами равно a . Определите положение точек в пространстве, в которых индукция магнитного поля равна нулю.

2. Длинный проводник с током $I = 10$ А изогнут под углом $\alpha = 60^\circ$ и $\alpha = 120^\circ$. Определите индукцию магнитного поля в точках A и B , лежащих на биссектрисе угла на расстоянии $l = 10$ см от его вершины.



К задаче 14.2



К задаче 14.3

3. Два проводника, один из которых изогнут, как показано на рисунке, с током $I_1 = 5$ А, а другой прямолинейный, ориентированный перпендикулярно плоскости первого проводника, с током $I_2 = 10$ А, расположены в пересекающихся плоскостях. Определите индукцию магнитного поля в точке O , центре кривизны первого проводника. Угол $\theta = 90^\circ$.

4. Диаметр соленоида D , длина L . При этом $\frac{L}{D} = 4$. Плотность

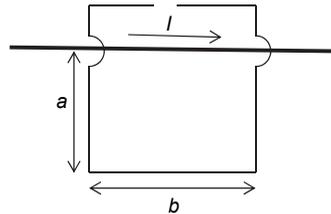
намотки витков $n = 200 \frac{\text{ВИТК.}}{\text{СМ}}$. По обмотке соленоида течет ток $I = 0,1$ А.

Найдите магнитную индукцию в центре соленоида и в центре одного из оснований.

5. Напряженность магнитного поля Земли на экваторе $H = 34 \frac{\text{А}}{\text{м}}$.

Полагая, что вектор напряженности магнитного поля направлен по меридиану, определите скорость протона, принадлежащего космическим лучам, чтобы он смог обогнуть Землю вдоль экватора.

6. Ток, текущий по прямолинейному проводнику, меняется со временем по закону $I = 4.5t^2 - 10t$ (А). Найдите ЭДС индукции в прямоугольном контуре, лежащем в плоскости проводника в момент времени $t = 3$ с. Геометрические размеры контура $b = 16$ см, $a = 12$ см.



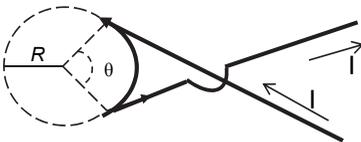
К задаче 14.6

7. Электрон в атоме водорода, находящемся в основном состоянии, вращается по стационарной орбите с радиусом $R = 0.53 \cdot 10^{-10}$ м. Определите магнитный орбитальный и механический орбитальный моменты электрона. Сравните магнитный момент электрона с его собственным магнитным моментом.

8. Две катушки с индуктивностями L_1 и L_2 соединены параллельно. Определите общую индуктивность электрической цепи. Влияет ли на результат расстояние между катушками?

Вариант 15М

1. Прямолинейные полубесконечные проводники с током ориентированы по касательной к окружности. Все проводники лежат в одной плоскости. Определите угол θ , при котором индукция магнитного поля в центре окружности $B = 0$.



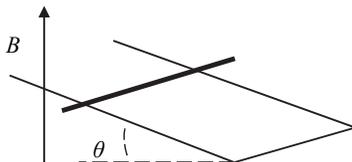
К задаче 15.1

2. По длинному цилиндрическому проводнику радиусом R течет ток силой I . Плотность тока однородна по всему сечению проводника. На каком расстоянии от оси проводника магнитная индукция поля будет равна половине индукции поля на поверхности проводника?

3. Магнитный момент Земли $P_m = 8 \cdot 10^{22} \text{ А} \cdot \text{м}^2$. Предположим, что по экватору проложен замкнутый контур. Какой ток должен протекать

по данному контуру, чтобы его магнитный момент был равен моменту Земли?

4. Легкий проводящий стержень длиной l , массой m и электрическим сопротивлением R опускается без трения по двум направляющим рельсам. Сопротивление направляющих пренебрежимо мало. Направляющие установлены под углом θ к горизонту. Магнитное поле направлено вертикально вверх. Стержень скользит вниз по направляющим с постоянной скоростью. Определите эту скорость.



К задаче 15.4

5. Тонкое равномерно заряженное кольцо радиусом $R = 10$ см вращается вокруг своей оси с постоянной частотой $n = 20$ об/с. Найдите отношение объемных плотностей энергии магнитного и электрического полей на оси кольца в точке, расположенной на расстоянии $x = 10$ см от центра кольца.

6. Космические лучи, падающие на Землю, состоят из элементарных частиц. Протоны в космических лучах имеют скорость $v = 2.8 \cdot 10^7$ м/с. Горизонтальная составляющая магнитного поля Земли $H_r = 25$ А/м. Определите отношение магнитной силы Лоренца к силе гравитации, действующей на протон.

7. Два параллельных стержня диаметром $b = 2.6$ мм и расстоянием между центрами $d = 21.8$ мм имеют длину $l = 1$ м. По стержням текут одинаковые токи противоположного направления $I = 11.3$ А. Определите полный магнитный поток между центрами стержней и в пространстве между стержнями.

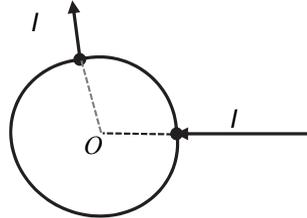
8. Тороид с железным сердечником длиной $l = 20$ см (по средней линии) имеет воздушный зазор толщиной $b = 10$ мм. Обмотка тороида содержит $N = 500$ витков. Ток в обмотке $I = 3$ А. Магнитная проницаемость сердечника в этих условиях $\mu = 600$. Найдите плотность энергии магнитного поля в сердечнике и воздушном зазоре. Рассеянием магнитного потока пренебречь.

9. Определите индуктивность длины l коаксиального кабеля с радиусом центрального проводника a и внешней оболочки b .

Вариант 16М

1. По двум длинным параллельным проводам проходят токи в противоположных направлениях, причем $I_1 = 2I_2$. Расстояние между проводами a . Определите положение точек, в которых индукция магнитного поля равна нулю.

2. К двум точкам проволочного кольца подведены идущие радиально провода, соединенные с удаленным источником тока. Радиус кольца R . По радиальным проводам течет ток силой I . Найдите индукцию магнитного поля в центре кольца.



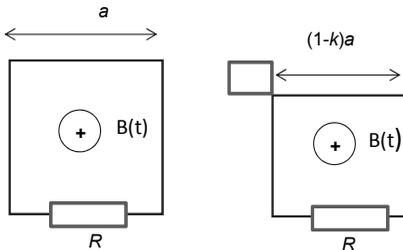
К задаче 16.2

3. Протон, скорость которого определяется вектором $\mathbf{v} = (-2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 6\mathbf{k})$ м/с, попадает в область действия магнитного поля с индукцией $\mathbf{B} = (2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 8\mathbf{k})$ мТл.

Определите силу Лоренца, действующую на протон, угол между векторами \mathbf{v} и \mathbf{B} и характеристики траектории протона (радиус кривизны и шаг винтовой линии).

4. Тонкий пластиковый диск радиусом R , заряженный зарядом q , равномерно распределенным по поверхности диска, вращается равномерно с угловой скоростью ω . Определите магнитный момент диска.

5. На железном тороидальном сердечнике с радиусом R (по средней линии) намотано N витков провода. В сердечнике сделана поперечная прорезь малой толщины b ($b \ll 2\pi R$). При силе тока I в обмотке магнитная индукция в зазоре B . Пренебрегая рассеянием магнитного потока на краях зазора, определите магнитную проницаемость железа в этих условиях.



К задаче 16.6

6. Проволочный квадрат, замкнутый на сопротивление R , помещен в магнитное поле, изменяющееся по закону $B = B_0 t$. Вектор магнитной индукции перпендикулярен плоскости квадрата. Как изменится ток, текущий через сопротивление R , если из квадрата сделать два квадрата со сторонами ka , $(1-k)a$? Провод покрыт изоля-

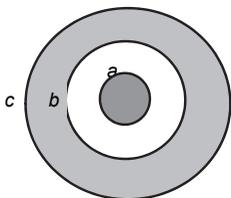
цией. Рассмотрите случаи пересечения и отсутствия пересечения квадратов.

7. Ток $I = 20$ А идет по полой тонкостенной трубе радиусом $R = 5$ см и возвращается по сплошному проводнику радиусом $r = 1$ мм, проложенному по оси трубы. Длина трубы $l = 20$ м. Определите энергию магнитного поля всей системы.

8. Две катушки с индуктивностью L_1 и L_2 соединены последовательно. Определите общую индуктивность электрической цепи. Влияет ли на результат расстояние между катушками?

Вариант 17М

1. Ток силой I проходит по тонкому проводу, имеющему вид правильного n -угольника, вписанного в окружность радиусом R . Определите магнитную индукцию в центре такого контура. Исследуйте полученное выражение при $n \rightarrow \infty$.



К задаче 17.2

2. По цилиндрическому коаксиальному кабелю с радиусами оболочек a , b , c течет ток. Направления тока по внутреннему проводу и цилиндрической оболочке противоположны. Определите индукцию магнитного поля как функцию расстояния r от оси кабеля.

3. Американский физик Гаудсмит предложил метод определения массы тяжелых ионов по периоду обращения их в магнитном поле.

Известно, что однократно ионизированный атом делает семь оборотов в течение времени $\Delta t = 1.29$ мс в магнитном поле с индукцией $B = 45$ мТл. Определите массу иона и соответствующий химический элемент.

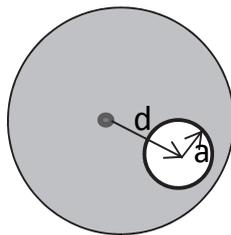
4. Два витка с магнитными моментами \mathbf{p}_1 и \mathbf{p}_2 расположены так, что оси их находятся на одной прямой. Расстояние между витками r велико по сравнению с радиусом витков. Определите силу их взаимодействия.

5. В катушке индуктивности наводится ЭДС самоиндукции $\varepsilon = 3$ мВ при скорости изменения силы тока в катушке $dl/dt = 5$ А/с. При постоянном токе в катушке $I = 8$ А магнитный поток через каждый виток $\Phi_m = 40$ мкВб. Определите число витков и индуктивность катушки.

6. Тороидальная катушка индуктивностью $L = 0.09$ Гн имеет внутренний объем $V = 0.02$ м³. Какая сила тока в обмотке тороида создает среднюю плотность энергии магнитного поля $w = 70$ Дж/м³?

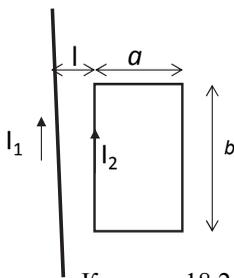
7. Обмотка электромагнита имеет сопротивление $R = 10$ Ом и индуктивность $L = 0.2$ Гн и находится под постоянным напряжением. За какое время в обмотке выделится количество теплоты, равное энергии магнитного поля в сердечнике?

8. По цилиндрическому проводнику радиусом R течет ток плотностью j . Внутри проводника имеется цилиндрическая полость радиусом a . Оси полости и проводника параллельны. Расстояние между осями d . Используя теорему о циркуляции напряженности поля и принцип суперпозиции, определите индукцию магнитного поля в полости. Укажите направление силовых линий магнитного поля в полости.



К задаче 17.8

Вариант 18М



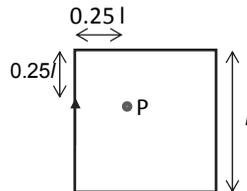
К задаче 18.2

1. Определите магнитную индукцию поля безграничной плоскости, по которой проходит однородный ток с линейной плотностью τ (τ – сила тока на единицу длины плоскости, отсчитываемую в направлении, перпендикулярном направлению тока).

2. По длинному прямолинейному проводу проходит ток $I_1 = 20$ А. В плоскости провода параллельно проводу расположена прямоугольная рамка, по которой проходит ток $I_2 = 30$ А.

Стороны рамки $a = 8$ см, $b = 30$ см. Расстояние от провода до рамки $l = 1$ см. Определите направление и величину силы, действующей на каждую сторону рамки, а также полную силу, действующую на рамку.

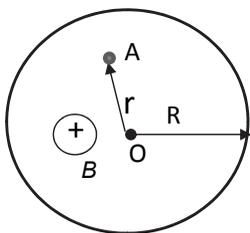
3. Найдите индукцию магнитного поля в точке P , лежащей в плоскости квадратного контура со стороной l . Сравните с величиной индукции в центре квадрата.



К задаче 18.3

4. Векторы индукции магнитного поля B и напряженности электрического поля E совпадают по направлению. В действующих совместно полях начинает двигаться со скоростью v электрон. Определите нормальное и касательное ускорение электрона, если скорость электрона: а) направлена вдоль полей; б) направлена перпендикулярно полям.

5. Медное кольцо, имеющее массу $m = 5$ кг, расположено в плоскости магнитного меридиана. Какой заряд протекает через кольцо при повороте его относительно вертикальной оси на угол $\alpha = 90^\circ$? Напряженность горизонтальной составляющей магнитного поля Земли $H = 40$ А/м.



К задаче 18.6

6. В цилиндрическом объеме радиусом $R = 10$ см сосредоточено однородное магнитное поле индукцией B . Магнитное поле убывает равномерно так, что $dB/dt = 10$ мТл/с. Найдите величину и направление ускорения, действующего на электрон в точках A , O и на поверхности цилиндра. Расстояние от точки A до оси цилиндра $r = 4.8$ см.

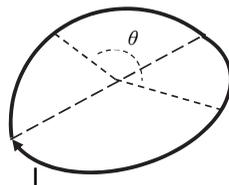
7. Определите энергию магнитного поля, приходящуюся на единицу длины длинного прямого провода диаметром d , по которому течет ток I . Дайте объяснение полученному результату.

8. Две катушки с индуктивностями $L_1 = 5$ мГн и $L_2 = 3$ мГн включены последовательно и расположены так, что их магнитные поля усиливают друг друга. Индуктивность всей системы $L = 11$ мГн. Определите взаимную индуктивность катушек.

Вариант 19М

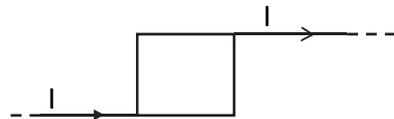
1. Во сколько раз уменьшится индукция магнитного поля в центре кольца с током, если его согнуть под углом θ ? Ток в кольце не меняется.

2. Однородный электронный пучок в вакууме проходит через область пространства, где созданы электрическое поле с напряженностью $E = 300$ В/см и магнитное поле с напряженностью $H = 2390$ А/м, перпендикулярные друг



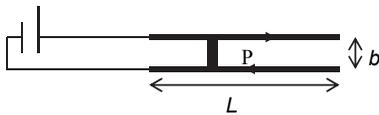
К задаче 19.1

другу и направлению движения электронов. При этой конфигурации полей электроны движутся прямолинейно, в то время как в отсутствии электрического поля радиус траектории электронов $R = 1.9$ см. По этим данным определите скорость электронов и удельный заряд электрона q/m .



К задаче 19.3

3. Сила тока в проводнике I , сторона квадрата a . Квадрат сделан из такого же провода, что и проводник. Найдите магнитную индукцию в центре квадрата.

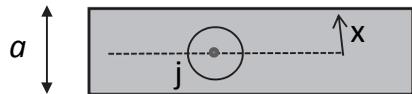


К задаче 19.4

4. На рисунке приведена схема идеального электромагнитного рельсового ускорителя. Перемычка P разгоняется магнитным полем на длине рельсов L . Рельсы цилиндрические радиусом r . До какой максимальной

скорости можно разогнать проводящую частицу массы $m = 10$ г, если $r = 6.7$ см, $b = 12$ мм, $L = 4$ м, $I = 450$ кА?

5. По длинной широкой шине с поперечным размером a течет ток, равномерно распределенный по сечению проводника. Плотность тока j . Как зависит индукция магнитного поля от расстояния x от средней плоскости шины?



К задаче 19.5

6. Металлический диск радиусом R вращается с постоянной угловой скоростью ω относительно оси, проходящей через его центр. Определите разность потенциалов между центром и ободом диска в двух случаях:

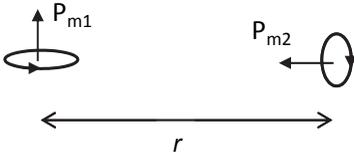
а) внешнее магнитное поле отсутствует; б) имеется перпендикулярное плоскости диска внешнее магнитное поле с индукцией B .

7. Определите взаимную индуктивность L_{12} длинного прямого провода и прямоугольной рамки со сторонами a и b . Рамка и провод лежат в одной плоскости, причем ближняя к проводу сторона рамки длиной a параллельна проводу и отстоит от него на расстояние l .

8. Однородный соленоид диаметром $D = 10$ см сделан таким образом, что при удалении от центра соленоида вдоль оси на l см напряженность магнитного поля внутри соленоида меняется менее чем на 1% . Определите минимальную длину соленоида.

Вариант 20М

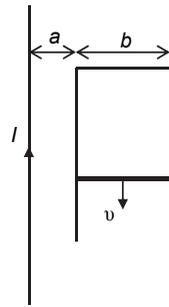
1. Имеется тороидальный сердечник с внутренним радиусом $r = 10$ см и внешним $R = 12$ см с магнитной проницаемостью $\mu = 600$. Сечение сердечника квадратное. На сердечник намотан провод диаметром $d = 0.95$ мм. Витки обмотки вплотную прилегают друг к другу. Сопротивление провода на единицу длины $R = 0.021$ Ом/м. Определите индуктивность катушки и индукционную постоянную времени $\tau = L/R$.



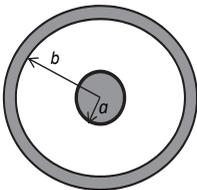
К задаче 20.2

2. Два одинаковых контура радиусом R , по которым текут соответствующие токи I_1, I_2 , расположены вдоль одной прямой так, что магнитные моменты контуров взаимно перпендикулярны. Расстояние между контурами $r \gg R$. Определите силу взаимодействия между контурами и направление действия силы.

3. По прямому длинному проводу течет ток $I = 100$ А. В плоскости провода параллельно ему расположен прямоугольный контур. Одна сторона контура длиной l и сопротивлением $R = 0.4$ Ом движется вдоль направляющих со скоростью $v = 5$ м/с. Расстояние от провода до контура $a = 10$ мм, $l = 10$ см. Найдите силу тока в контуре. Сопротивлением остальной части контура пренебречь.



К задаче 20.3



К задаче 20.4

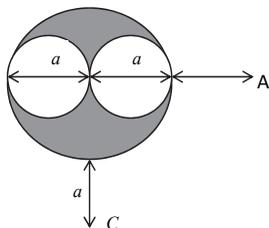
4. Длинный коаксиальный кабель состоит из двух цилиндрических проводников – внутреннего (радиусом a) и внешнего (радиусом b). По обоим проводникам в противоположных направлениях течет ток I . Определите энергию магнитного поля на длине кабеля l , сосредоточенную внутри кабеля. Толщиной внешней оболочки пренебречь.

5. Определите отношение индуктивностей для длинного соленоида и соленоида конечной длины, для которого $l/D = 5$ (l – длина, D – диаметр соленоида). Плотность намотки в обоих случаях одинакова.

6. Дроссель с индуктивностью L , сопротивлением $r = 200$ Ом и резистор сопротивлением $R = 1.4$ кОм подсоединены к источнику тока с

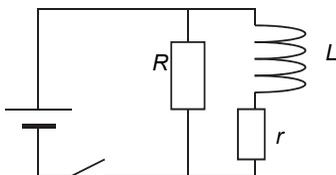
ЭДС $\varepsilon = 120$ В. Какое напряжение будет на сопротивлении R через $t = 1$ мс после отключения источника тока?

7. В длинном цилиндрическом проводнике диаметром $2a$ имеются цилиндрические полости диаметром a каждая. По проводнику течет ток I . Используя принцип суперпозиции, найдите индукцию магнитного поля в точках A и C .



К задаче 20.7

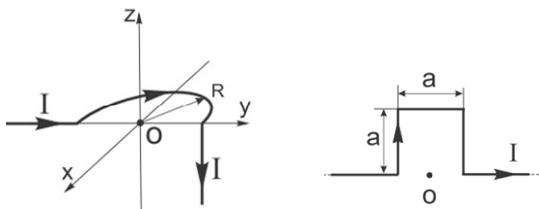
8. Концентрация атомов вещества твердого тела n , каждый из которых обладает собственным магнитным моментом \mathbf{p}_m . В соответствии с распределением Больцмана вероятность состояния атома с потенциальной энергией U пропорциональна $\exp(-U/kT)$. Предполагая, что магнитные моменты атомов выстраиваются параллельно или антипараллельно внешнему магнитному полю, определите намагниченность тела \mathbf{J} . Рассмотрите намагниченность в предельном случае $U \ll kT$.



К задаче 20.6

Вариант 21М

1. Для токовых петель, показанных на рисунке, найдите компоненты вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} и его модуль в точке O . Укажите в этой точке направление вектора магнитного поля. Размеры петель и токи указаны на рисунке. На левом рисунке петля лежит в плоскости x, y .

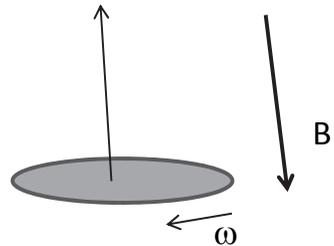


К задаче 21.1

2. Плоский виток из металлической проволоки помещен в однородное магнитное поле, индукция которого равна B , радиус витка ра-

вен R , диаметр проволоки равен d , удельное сопротивление проволоки равно ρ . Виток равномерно вращается вокруг оси с угловой скоростью ω . Ось вращения перпендикулярна индукции магнитного поля, находится в плоскости витка и проходит через центр витка. В нулевой момент времени $t = 0$ магнитный поток через проволочный виток максимален. Пренебрегая индуктивностью витка, найдите ток в витке $I(t)$ как функцию времени и амплитуду тока I_0 в витке. Какая сторонняя средняя мощность $P(\omega)$ необходима, чтобы осуществлять такое вращение витка? Постройте график зависимости функции $P(\omega)$ от частоты ω .

3. Металлический диск радиусом R равномерно вращается вокруг оси с угловой скоростью ω . Ось вращения перпендикулярна плоскости диска. Система помещена в однородное магнитное поле с индукцией B , направленное перпендикулярно плоскости диска (см. рисунок). Найдите напряжение U между краем диска и его центром и его полярность. Как (в какую сторону) и с какой угловой скоростью ω_0 должен вращаться диск, чтобы напряжение между краем диска и его центром было равно нулю? Каким станет напряжение между краем диска и его центром, если направление вращения диска при этом поменять на противоположное?



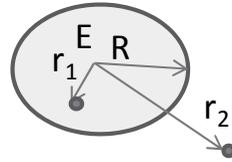
К задаче 21.3

4. Токовые петли, показанные на рисунке, помещены в однородное постоянное магнитное поле B , направленное: а) в положительном направлении оси z для левой петли; б) перпендикулярно плоскости рисунка от нас для правой петли. Найдите величину и направление силы, действующей: а) на криволинейный участок левой токовой петли; б) на прямоугольный участок правой петли.

5. К генератору с переменным напряжением $E_m = 30$ В подключили RLC-контур с параметрами $R = 80$ Ом, $C = 100$ мкФ, $L = 1.0$ Гн. Найти: а) частоту, при которой амплитуда тока в контуре будет максимальной; б) максимальное значение амплитуды тока; в) частоту, при которой амплитуда напряжения на конденсаторе будет максимальной; г) максимальное значение амплитуды напряжения. Нарисуйте качественно зависимости амплитуды тока и амплитуды напряжения на конденсаторе от частоты переменного напряжения.

6. В пространстве, ограниченном площадью круга радиусом $R = 10$ см, имеется однородное электрическое поле $E = 300$ В/м, направленное

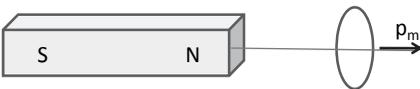
перпендикулярно плоскости рисунка от нас. Какова величина и направление магнитного поля \mathbf{B} в точках, находящихся на расстоянии $r_1 = 1$ см и $r_2 = 15$ см от центра круга, если электрическое поле увеличивается со скоростью 20 В/мс? Найдите зависимость $B(r)$ магнитного поля от расстояния до центра круга. Нарисуйте качественный вид этой зависимости.



К задаче 21.6

7. Электрическая цепь, состоящая из последовательно соединенных катушки индуктивности $L = 1.2 \cdot 10^{-3}$ мГн, емкости $C = 100$ мкФ и сопротивления R , представляющего собой платиновую проволоку диаметром 2.5 мм, подсоединена к источнику постоянного напряжения. В некоторый момент времени источник напряжения отсоединяется от сети. При этом ток в цепи меняется во времени. Чему равна максимальная длина проволоки l_{\max} , выше которой колебания тока в цепи будут отсутствовать? Чему равны декремент затухания и частота колебаний тока, если длина проволоки меньше l_{\max} на 10% ? Удельное сопротивление платины равно $11 \cdot 10^{-8}$ Ом \cdot м.

8. Парамагнитное вещество можно представить набором токовых петель, магнитные моменты которых \mathbf{p}_m хаотически ориентированы в пространстве. Рассмотрите одну такую петлю с произвольной ориентацией ее магнитного момента. Как будет ориентирован ее магнитный момент при наложении внешнего однородного магнитного поля? Рассмотрите токовую петлю, расположенную у северного полюса магнита так, что ее магнитный момент параллелен оси магнита SN. Нарисуйте качественную картину силовых линий магнитного поля магнита. Укажите направление тока в петле.



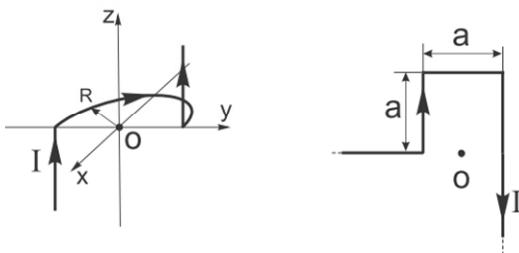
К задаче 21.8

С помощью закона Ампера покажите, что петля будет притягиваться к северному полюсу магнита. Что изменится, если магнит повернуть на 180° ?

Вариант 22М

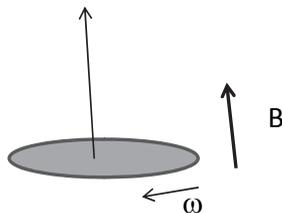
1. Для токовых петель, показанных на рисунке, найдите компоненты вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} и его модуль в точке O . Укажите в этой точке направление вектора магнитного поля. Размеры пе-

тель и токи указаны на рисунке. На левом рисунке петля лежит в плоскости x, y .



К задаче 22.1

2. Плоский виток из металлической проволоки помещен в однородное магнитное поле, индукция которого B , радиус витка R , диаметр проволоки d , удельное сопротивление проволоки ρ . Виток равномерно вращается вокруг оси с угловой скоростью ω . Ось вращения перпендикулярна индукции магнитного поля, находится в плоскости витка и проходит через центр витка. В нулевой момент времени $t = 0$ магнитный поток через проволочный виток максимален. Индуктивность витка равна L . Найдите ток в витке $I(t)$ как функцию времени и амплитуду тока I_0 в витке. Какая сторонняя средняя мощность $P(\omega)$ необходима, чтобы осуществлять такое вращение витка? Постройте график зависимости функции $P(\omega)$ от частоты ω .



К задаче 22.3

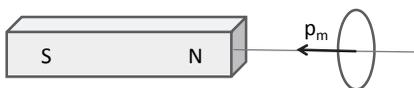
3. Металлический диск радиусом R равномерно вращается вокруг оси с угловой скоростью ω . Ось вращения диска перпендикулярна плоскости диска. Система помещена в однородное магнитное поле с индукцией B , направленное перпендикулярно плоскости диска (см. рисунок). Найдите напряжение U между краем диска и его центром и его полярность. Как (в какую сторону) и с какой угловой скоростью ω_0 должен вращаться диск, чтобы напряжение между краем диска и его центром было равно нулю? Каким станет напряжение между краем диска и его центром, если направление вращения диска при этом поменять на противоположное?

4. Левая токовая петля (см. рисунок) помещена в однородное постоянное магнитное поле B , направленное вдоль положительного

направления оси y . Найдите момент силы, действующей на криволинейный участок петли.

5. Электрическая цепь, состоящая из последовательно соединенных катушки индуктивности L и сопротивления $R = 5$ Ом, подключена к источнику ЭДС $\varepsilon = 10$ В. В начальный момент времени цепь разомкнута. Через 3 мс после замыкания ключа ток достигает 98 % своего максимального значения. Чему равна индуктивность L ? Чему равен ток в цепи через 0.5 мс после замыкания ключа? Вычислите отношение разности потенциалов на резисторе к соответствующей величине на индуктивности при токе $I = 1.5$ А. Чему равна разность потенциалов на резисторе при токе $I = 2$ А?

6. Диамагнитное вещество можно представить набором токовых петель, магнитные моменты которых \mathbf{p}_m хаотически ориентированы в пространстве. Как будет ориентирован ее магнитный момент при наложении внешнего однородного магнитного поля?



К задаче 22.6

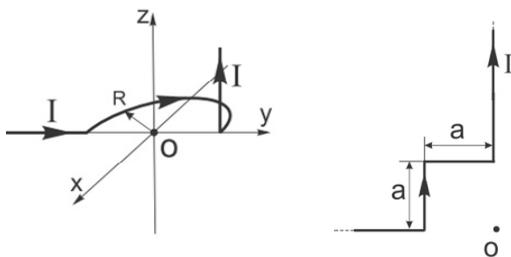
Рассмотрите диамагнитную токовую петлю, расположенную у северного полюса магнита так, что ее магнитный момент антипараллелен оси магнита SN. Нарисуйте качественную картину силовых линий магнитного поля магнита. Укажите направление тока в петле. С помощью закона Ампера покажите, что петля будет отталкиваться от северного полюса магнита. Что изменится, если магнит повернуть на 180° ?

7. Однослойная катушка (соленоид) имеет длину L и радиус сечения R . Число витков на единицу длины равно n . Найдите индукцию магнитного поля в центре катушки, если через нее протекает ток I .

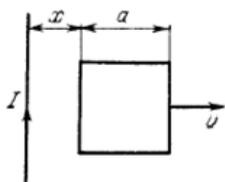
8. На длинный прямой соленоид, имеющий диаметр сечения $d = 5$ см и содержащий $n = 20$ витков на сантиметр, плотно надет круговой виток из медного провода сечением $S = 1$ мм². Найдите ток в витке, если ток в обмотке соленоида увеличивают с постоянной скоростью $dI/dt = 100$ А/с.

Вариант 23М

1. Для токовых петель, показанных на рисунке, найдите компоненты вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} и его модуль в точке O . Укажите в этой точке направление вектора магнитного поля. Размеры петель и токи указаны на рисунке. На левом рисунке петля лежит в плоскости x, y .



К задаче 23.1

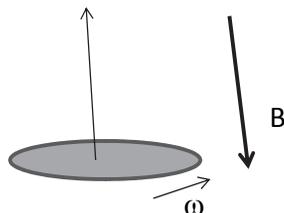


К задаче 23.2

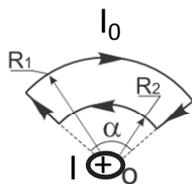
2. Квадратная рамка со стороной a и длинный прямой провод с током I находятся в одной плоскости (см. рисунок). Рамку поступательно перемещают вправо с постоянной скоростью v . Найдите ЭДС индукции в рамке как функцию расстояния x .

3. Металлический диск радиусом R равномерно вращается вокруг оси с угловой скоростью ω .

Ось вращения диска перпендикулярна плоскости диска. Система помещена в однородное магнитное поле с индукцией B , направленное перпендикулярно плоскости диска (см. рисунок). Найдите напряжение U между краем диска и его центром и его полярность. Как (в какую сторону) и с какой угловой скоростью ω_0 должен вращаться диск, чтобы напряжение между краем диска и его центром было равно нулю? Каким станет напряжение между краем диска и его центром, если направление вращения диска при этом поменять на противоположное?



К задаче 23.3



К задаче 23.4

4. Токовая петля (см. рисунок), по которой течет ток I_0 , находится в поле длинного прямого тока I , проходящего через точку O , перпендикулярно плоскости рисунка и направленного от нас. Найдите момент сил Ампера, действующего на токовую петлю.

5. Электрическая цепь, состоящая из последовательно соединенных катушки индуктивности $L = 400$ мГн, емкости $C = 5$ мкФ и сопротивления

$R = 500 \text{ Ом}$, подключена к генератору переменного напряжения частотой $f = 50 \text{ Гц}$. Максимальный ток в цепи равен 250 мА . Чему при этом равны: а) падение напряжения на каждом из элементов цепи; б) выходное напряжение генератора; в) фазовый сдвиг между током в цепи и выходным напряжением генератора? Опережает ли ток по фазе от напряжения генератора или отстает от него?

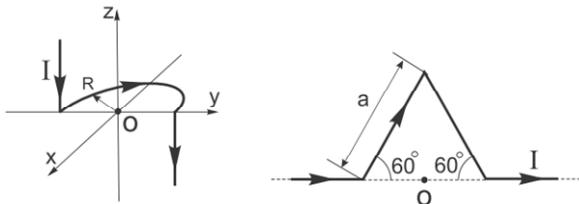
6. Система состоит из двух параллельных друг другу плоскостей с токами, которые создают между плоскостями однородное магнитное поле с индукцией B . Вне этой области магнитное поле отсутствует. Найдите магнитную силу, действующую на единицу поверхности каждой плоскости.

7. Пространство между двумя концентрическими металлическими сферами заполнено однородной слабо проводящей средой с удельным сопротивлением ρ и диэлектрической проницаемостью ϵ . В момент $t = 0$ внутренней сфере сообщили некоторый заряд. Найдите: а) связь между векторами плотностей тока смещения и тока проводимости в произвольной точке среды в один и тот же момент; б) ток смещения через произвольную замкнутую поверхность, расположенную целиком в среде и охватывающую внутреннюю сферу, если заряд этой сферы в данный момент равен q .

8. Магнитный поток через неподвижный контур с сопротивлением R изменяется в течение времени по закону $\Phi = at(\tau - t)$. Нарисуйте на интервале $0 \dots \tau$ графики зависимости потока через контур $\Phi(t)$ и тока в контуре $I(t)$. Найдите количество тепла, выделенное в контуре за время τ . Индуктивностью контура пренебречь.

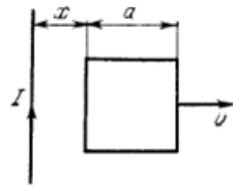
Вариант 24М

1. Для токовых петель, показанных на рисунке, найти компоненты вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} и его модуль в точке O . Укажите в этой точке направление вектора магнитного поля. Размеры петель и токи указаны на рисунке. На левом рисунке петля лежит в плоскости x, y .



К задаче 24.1

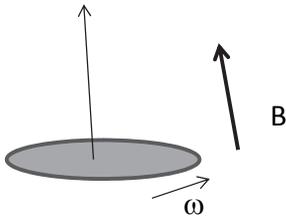
2. Квадратная рамка со стороной a и длинный прямой провод с током I находятся в одной плоскости (см. рисунок). Чему равна внешняя сила как функция расстояния x , которую надо приложить к рамке, чтобы она двигалась вправо с постоянной скоростью v ?



К задаче 24.2

3. Металлический диск радиусом R равномерно вращается вокруг оси с угловой скоростью ω .

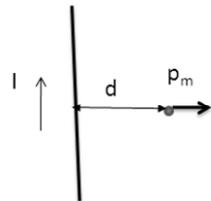
Ось вращения диска перпендикулярна плоскости диска. Система помещена в однородное магнитное поле с индукцией B , направленное перпендикулярно плоскости диска (см. рисунок). Найдите напряжение U между краем диска и его центром и его полярность. Как (в какую сторону) и с какой угловой скоростью ω_0 должен вращаться диск, чтобы напряжение между краем диска и его центром было равно нулю? Каким станет напряжение между краем диска и его центром, если направление вращения диска при этом поменять на противоположное?



К задаче 24.3

4. Правая токовая петля из задачи 1 (см. рисунок) помещена в однородное постоянное магнитное поле B , направленное вдоль подводящих проводов. Найдите момент силы, действующей на треугольный участок петли.

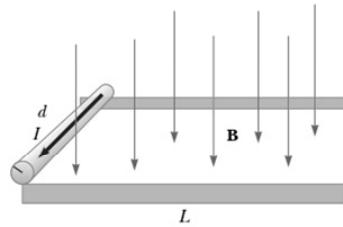
5. Сверхпроводящее плоское кольцо радиусом a , имеющее индуктивность L , находится в однородном магнитном поле с индукцией B . Кольцо расположено в плоскости x - y . Вектор индукции магнитного поля направлен параллельно положительному направлению оси x , и ток в кольце равен нулю. Затем плоскость кольца поворачивают вокруг оси y по часовой стрелке на 90° . Найдите: а) ток в кольце после поворота; б) магнитное поле в центре кольца; в) работу, совершенную при повороте кольца. Нарисуйте схему этого эксперимента и укажите направление тока в кольце после поворота.



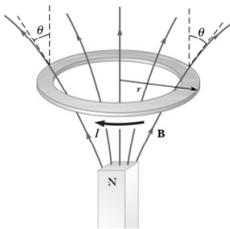
К задаче 24.6

6. Магнитный диполь p_m расположен на расстоянии d от длинного прямого тока I . Взаимное расположение тока и магнитного диполя показано на рисунке. Найдите величину и направление силы, действующей на магнитный диполь.

7. Стержень с массой 0.720 кг и радиусом 6 см покоится на двух параллельных рельсах длиной $L = 45$ см, расстояние между которыми $d = 12$ см. По стержню течет ток $I = 45$ А в направлении, указанном на рисунке. Магнитное поле $B = 0.24$ Тл направлено перпендикулярно стержню и рельсам. Стержень катится по рельсам без проскальзывания. Если стержень начинает катиться из состояния покоя, то какова будет его скорость в момент отрыва от рельс?



К задаче 24.7

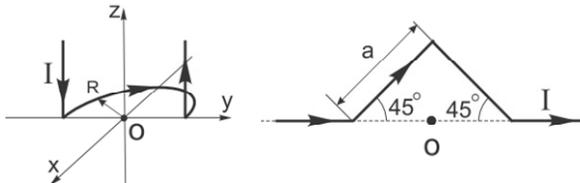


К задаче 24.8

8. Сильный магнит помещен под горизонтальное кольцо радиусом r , по которому течет ток I в направлении, указанном на рисунке. Магнитное поле B составляет угол θ с вертикалью в месте расположения кольца. Определите величину и направление силы, действующей на кольцо.

Вариант 25M

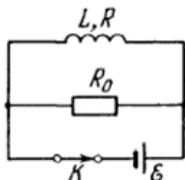
1. Для токовых петель, показанных на рисунке, найдите компоненты вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} и его модуль в точке O . Укажите в этой точке направление вектора магнитного поля. Размеры петель и токи указаны на рисунке. На левом рисунке петля лежит в плоскости x, y .



К задаче 25.1

2. По длинному прямому проводу течет переменный ток I , имеющий амплитуду $I_0 = 5$ мА и частоту $f_0 = 100$ Гц. Вблизи провода распо-

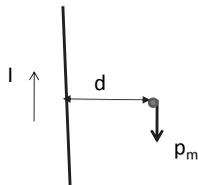
ложена квадратная рамка из тонкого провода с сопротивлением $R = 0.02$ Ом. Провод лежит в плоскости рамки и параллелен двум ее сторонам, расстояния до которых от провода равны соответственно $a_1 = 10$ см, $a_2 = 20$ см. Найдите амплитуду и частоту тока, возбуждаемого в рамке. Индуктивностью рамки пренебречь.



К задаче 25.3

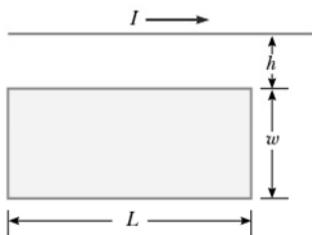
3. Катушка индуктивностью $L = 2.0$ мкГн и сопротивлением $R = 1.0$ Ом подключена к источнику постоянной ЭДС $\mathcal{E} = 3.0$ В (см. рисунок). Параллельно катушке включено сопротивление $R_0 = 2.0$ Ом. Найдите токи через сопротивления R и R_0 . В момент $t = 0$ ключ K размыкают. Найдите количество теплоты, которое при этом выделится в катушке. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

4. Магнитный диполь p_m расположен на расстоянии d от длинного прямого тока I . Взаимное расположение тока и магнитного диполя показано на рисунке. Найдите величину и направление силы, действующей на магнитный диполь.



К задаче 25.4

5. Конденсатор с круглыми плоскими пластинами радиусом $R = 10$ см заряжается током $I = 200$ А. Расстояние между пластинами $d = 4$ мм. Найдите: а) скорость изменения электрического поля между пластинами; б) магнитное поле между пластинами на расстоянии: 1) 4 см от центра; 2) 6 см от центра.



К задаче 25.6

6. Проводник имеет форму прямоугольника шириной w и длиной L . В одной плоскости с ним на расстоянии h от него находится длинный прямой провод, по которому течет ток I . Найдите: а) магнитный поток тока I через прямоугольную петлю; б) электродвижущую силу в петле, если $I = a + bt$, где $b = 10$ А/с, $h = 1$ см, $w = 10$ см и $L = 100$ см. В каком направлении течет ток в прямоугольной петле?

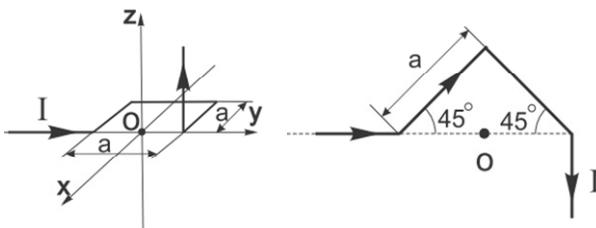
7. Две токовые петли, показанные на рисунке задачи 1, помещены во внешнее магнитное поле \mathbf{B} . На левом рисунке магнитное поле направлено вдоль отрицательной оси z , на правом рисунке – вдоль по-

ложительной оси x . Найдите силу, действующую на криволинейные участки этих петель.

8. Электрическая цепь состоит из последовательно соединенных емкости C , индуктивности L и сопротивления R . а) В случае слабого затухания ($R \ll \sqrt{4L/C}$) через сколько времени после возбуждения колебаний в цепи амплитуда токовых колебаний упадет в два раза? б) Через какое время энергия колебаний упадет в два раза? Расчеты провести для $C = 4$ мкФ, $L = 400$ мГн, $R = 500$ Ом.

Вариант 26М

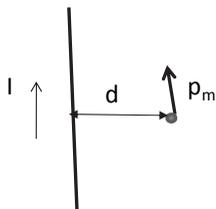
1. Для токовых петель, показанных на рисунке, найти компоненты вектора напряженности индукции магнитного поля \mathbf{B} и его модуль в точке O . Укажите в этой точке направление магнитного поля. Размеры петель и токи указаны на рисунке. На левом рисунке петля лежит в плоскости x, y .



К задаче 26.1

2. Плоская квадратная рамка со стороной $a = 20$ см лежит в одной плоскости с бесконечно длинным прямым проводом, по которому течет переменный ток амплитудой $I = 100$ мА и частотой $f = 50$ Гц. Рамка расположена так, что ближайшая к проводу сторона рамки параллельна ему и находится на расстоянии $l = 10$ см от провода. Определите магнитный поток через рамку, а также амплитуду и частоту тока, текущего в рамке. Сопротивление рамки $R = 0.5$ Ом. Индуктивность рамки $L = 2$ мГн.

3. В длинном соленоиде с радиусом сечения a и числом витков n на единицу длины изменяют ток с постоянной скоростью dl/dt А/с. Найдите напряженность вихревого электрического поля как функцию расстояния r от оси соленоида. Изобразите примерный график этой зависимости.



К задаче 26.4

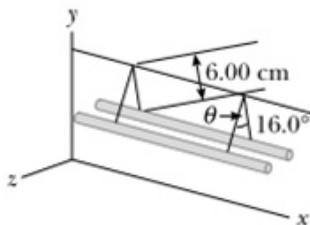
4. Магнитный момент p_m расположен на расстоянии d от длинного прямого тока I . Взаимное расположение тока и магнитного момента показано на рисунке. Найдите величину и направление силы, действующей на магнитный момент.

5. Два длинных горизонтальных проводника с линейной плотностью 40 г/м каждый удерживаются в горизонтальной плоскости на струнах длиной 6 см . При пропускании по проводникам одинакового тока I они отталкиваются друг от друга, так что угол θ между струнами становится равным 16° . Чему равен ток I ? В одинаковом или в противоположном направлениях текут токи в проводниках?

6. По проводнику в виде квадратной петли со стороной 2 см течет по часовой стрелке ток 0.2 А . Петля находится внутри соленоида, так что ее плоскость перпендикулярна магнитному полю соленоида. По обмотке соленоида, плотность намотки которой составляет 30 витков/см , течет по часовой стрелке ток 15 А . Найдите силу, действующую на каждую сторону петли, и момент сил, действующих на петлю.

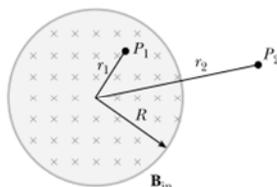
7. С целью определения магнитного поля Земли проводится следующий эксперимент. Проводник в виде окружности радиусом 30 см , содержащий 5 витков намотки, ориентирован в вертикальной плоскости так, что его ось, проходящая через центр проводника перпендикулярно его плоскости, перпендикулярна горизонтальной компоненте магнитного поля Земли. В центр проводника помещают компас, ориентированный в горизонтальной плоскости. При пропускании по проводнику тока 0.6 А стрелка компаса отклоняется на 45° от своего северного направления. Затем ток в проводнике выключают, а компас ориентируют в вертикальной плоскости. При этом стрелка компаса отклоняется на 13° от вертикали. Вычислите по данным этих измерений горизонтальную компоненту магнитного поля Земли, а также полную величину магнитного поля Земли в центре петли.

8. В области, показанной на рисунке, имеется магнитное поле, меняющееся по закону $B = (2t^3 - 4t^2 + 0.8) \text{ Тл}$ и $r_2 = 2R = 5 \text{ см}$. Вычислите величину и направление силы, действующей на электрон, расположен-



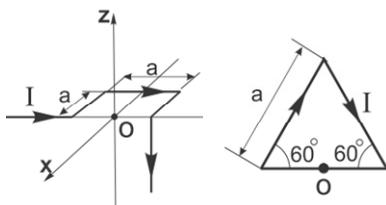
К задаче 26.5

ный в точке P_2 в момент $t = 2$ с. В какой момент времени эта сила будет равна нулю?



К задаче 26.8

Вариант 27М

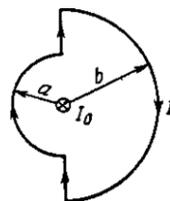


К задаче 27.1

1. Для токовых петель, показанных на рисунке, найдите компоненты вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} и его модуль в точке O . Укажите в этой точке направление магнитного поля. Размеры петель и токи указаны на рисунке. На левом рисунке петля лежит в плоскости x, y .

2. Имеется рамка из провода сопротивлением $R = 0.01$ Ом и площадью $S = 100$ см². Рамка расположена перпендикулярно линиям индукции магнитного поля $B_0 = 10$ мТл. В момент времени $t_0 = 0$ магнитное поле B_0 выключается по закону: $B(t) = B_0 \exp(-\lambda t)$, где $\lambda = 10$ с⁻¹. Определите, по какому закону будет изменяться ток в рамке, а также количество электричества, которое протечет по рамке.

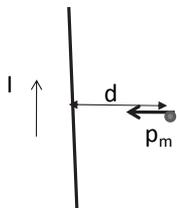
3. Замкнутый контур с током I находится в поле длинного прямого проводника с током I_0 . Плоскость контура перпендикулярна прямому проводнику. Найдите момент сил Ампера, действующих на замкнутый контур, если он имеет вид, показанный на рисунке. Необходимые размеры системы указаны на рисунке.



К задаче 27.3

4. Правая токовая петля из задачи 1 (см. рисунок) помещена в однородное постоянное магнитное поле B , направленное перпендикулярно плоскости рисунка от нас. Найдите результирующую силы, действующую на токовую петлю.

5. Магнитный момент p_m расположен на расстоянии d от длинного прямого тока I . Взаимное расположение тока и магнитного момента



К задаче 27.5

показано на рисунке. Найдите величину и направление силы, действующей на магнитный момент.

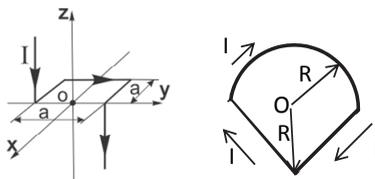
6. В области, показанной на рисунке к задаче 26.8, имеется магнитное поле, меняющееся по закону $B = (0.03t^2 + 1.4)$ Тл. Параметр R равен 2.5 см. Вычислите величину и направление электрического поля в точке P_1 на расстоянии $r_1 = 2$ см от центра в момент $t = 2$ с.

7. Электрическая цепь, подключенная к генератору с частотой 50 Гц и максимальной амплитудой тока 250 мА, состоит из последовательно соединенных емкости $C = 4$ мкФ, индуктивности $L = 400$ мГн и сопротивления $R = 500$ Ом. а) Чему равно максимальное напряжение на генераторе ΔV_{\max} ? б) Вычислите амплитуду напряжения на индуктивности, емкости и сопротивлении. с) На какой угол ток в цепи отстает от (или опережает) приложенного напряжения?

8. Конденсатор с пластинами в виде дисков радиусом 10 см заряжается током 0.2 А. Расстояние между пластинами 4 мм. а) С какой скоростью увеличивается электрическое поле между пластинами? б) Чему равно магнитное поле на расстоянии 5 см и 15 см от осевой линии? в) Чему равен ток смещения между пластинами?

Вариант 28М

1. Для токовых петель, показанных на рисунке, найдите компоненты вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} и его модуль в точке O . Укажите в этой точке направление магнитного поля. Размеры петель и токи указаны на рисунке. На левом рисунке петля лежит в плоскости x, y .



К задаче 28.1

2. Правая токовая петля из задачи 1 (см. рисунок) помещена в однородное постоянное магнитное поле B , направленное перпендикулярно плоскости рисунка от нас. Найдите величину и направление силы, действующей на каждый участок петли, а также результирующую силу, действующую на токовую петлю.

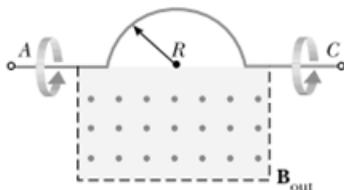
3. В одной плоскости находятся прямолинейный проводник, по которому течет переменный ток $I(t) = I_0 \sin(2\pi ft)$ ($I_0 = 1$ А, $f = 50$ Гц), и прямоугольный контур со сторонами $a = 20$ см и $b = 10$ см, причем

сторона a параллельна проводнику с током и находится от него на расстоянии $c = 5$ см. Найдите ток в прямоугольном контуре, если он выполнен из медного провода сечением $S = 1$ мм². Удельное сопротивление меди $\rho = 1.75 \cdot 10^{-6}$ Ом см. Индуктивностью рамки пренебречь.

4. Плоскости двух проводящих петель радиусом R каждая параллельны друг другу и находятся на общей оси, перпендикулярной к плоскостям обеих петель. Расстояние между плоскостями петель равно R . По проводникам течет в одном направлении одинаковый ток I . а) Выведите выражение зависимости магнитного поля $B(x)$ от расстояния x до центра одной из петель. б) Вычислите производные dB/dx и d^2B/dx^2 для точки, лежащей посередине между кольцами.

5. Магнитный момент p_m расположен на расстоянии d от длинного прямого тока I . Найдите величину и направление силы, действующей на магнитный момент, если вектор p_m совпадает по направлению с магнитным полем тока I в месте расположения магнитного момента.

6. Проводник в виде полукруга радиусом $R = 25$ см вращается вокруг оси AC с постоянной скоростью 120 об/мин. Однородное магнитное поле величиной 1.3 Тл ограничено нижней полуплоскостью и направлено на нас перпендикулярно плоскости рисунка. а) Вычислите величину максимальной ЭДС в проводнике. б) Чему равно среднее значение ЭДС за один полный оборот? в) Как изменятся ответы на пп. (а) и (б), если магнитное поле B распространить на расстояние R выше оси вращения? Нарисуйте качественный график зависимости ЭДС от времени для случаев: г) магнитное поле существует в области, показанной на рисунке; д) магнитное поле занимает расширенную область, как описано в п. (в).



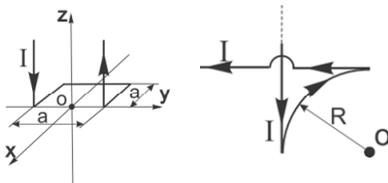
К задаче 28.6

7. Электрическая цепь, подключенная к генератору с переменной частотой и выходным напряжением 50 В, состоит из последовательно соединенных емкости $C = 100$ мкФ, индуктивности $L = 10$ мГн и сопротивления $R = 10$ Ом. Чему равна энергия, поглощаемая в цепи за один период колебаний, если частота генератора вдвое выше резонансной частоты?

8. По проводнику в виде длинного цилиндра радиусом R течет ток с плотностью $j(r) = j_0(1 - r^2 / R^2)$ для $r \leq R$ и $j(r) = 0$ для $r > R$, где r есть расстояние от оси цилиндрического проводника. а) Найдите маг-

нитное поле внутри ($r \leq R$) и вне ($r > R$) проводника. б) Нарисуйте график зависимости $B(r)$ магнитного поля от расстояния до оси цилиндра. в) На каком расстоянии от оси цилиндра магнитное поле максимально, и чему равно это максимальное значение?

Вариант 29М



К задаче 29.1

1. Для токовых петель, показанных на рисунке, найти компоненты вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} и его модуль в точке O . Укажите в этой точке направление магнитного поля. Размеры петель и токи указаны на рисунке. На левом рисунке петля лежит в плоскости x, y .

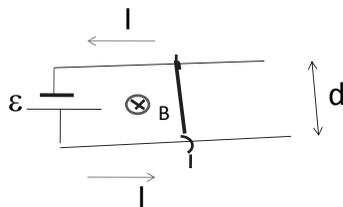
2. Магнитный поток через неподвижный контур с сопротивлением R изменяется в течение времени по закону $\Phi = a \exp(-t / \tau)$. Найдите: а) количество теплоты, выделенной в контуре за время τ ; б) количество заряда, протекшее по проводнику за время τ . Магнитным полем индукционного тока пренебречь.

3. Точечный заряд q движется с нерелятивистской скоростью $v = \text{const}$. Найдите плотность тока смещения $\mathbf{j}_{\text{см}}$ в точке, находящейся на расстоянии r от заряда на прямой, перпендикулярной траектории и проходящей через заряд.

4. Небольшая катушка с током, имеющая магнитный момент p_m , находится на оси кругового витка радиусом R , по которому течет ток I . Найдите модуль силы, действующей на катушку, если ее расстояние от центра витка равно d , а вектор \mathbf{p}_m совпадает по направлению с осью витка.

5. Найдите плотность тока как функцию расстояния r от оси аксиально-симметричного параллельного потока электронов, если индукция магнитного поля внутри потока $B = br^\alpha$, где b и α положительные постоянные.

6. Металлический проводник массой m скользит без трения по двум направляющим, по которым от гене-



К задаче 29.6

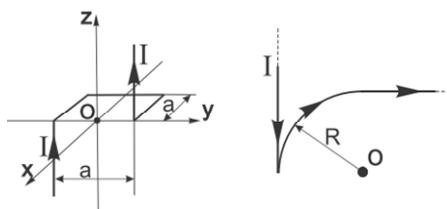
ратора постоянного напряжения ε течет ток I . Расстояние между направляющими d . Проводник находится в постоянном магнитном поле B , направленном так, как показано на рисунке. Найдите скорость проводника в зависимости от времени, считая, что в начальный момент времени проводник находился в состоянии покоя. В какую сторону будет двигаться проводник при включении ЭДС?

7. Вдоль поперечного сечения длинного полого цилиндра течет однородно распределенный ток I . Внешний радиус цилиндра равен b , внутренний радиус равен a . В области $b > r > a$ найдите магнитное поле $B(r)$.

8. Конденсатор, состоящий из двух пластин в виде дисков радиусом $R = 20$ см, подсоединен к источнику переменного напряжения $\varepsilon = \varepsilon_m \cos \omega t$, где $\varepsilon_m = 220$ В, $\omega = 128$ рад/с. Максимальное значение тока смещения i_d равно 7.65 мкА. Пренебрегая искажением электрического поля на краях пластин, найдите: а) максимальное значение тока i ; б) максимальное значение величины $d\Phi_E / dt$, где Φ_E – поток электрического поля в области между пластинами; в) расстояние между пластинами d ; г) максимальное значение магнитного поля между пластинами на расстоянии $r_1 = 10$ см и $r_2 = 25$ см от центра пластин.

Вариант 30М

1. Для токовых петель, показанных на рисунке, найдите компоненты вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} и его модуль в точке O . Укажите в этой точке направление магнитного поля. Размеры петель и токи указаны на рисунке. На левом рисунке петля лежит в плоскости x, y .



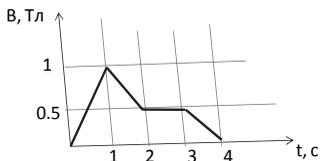
К задаче 30.1



К задаче 30.2

2. Однородное магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости проволочной петли, имеющей площадь поперечного сечения 10 см^2 и сопротивление 0.1 Ом. В начальный момент времени (когда не было магнитного поля) по кольцу течет

ток $I_0 = 5$ мА в направлении, указанном на рисунке. Затем перпендикулярно плоскости рисунка включается магнитное поле B , которое изменяется со временем так, как показано на рисунке.

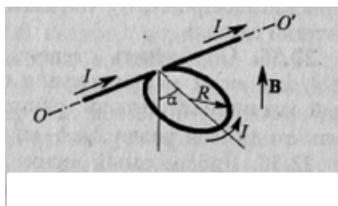


К задаче 30.2

Вычислите: а) величину протекающего в кольце тока в зависимости от времени; б) величину магнитного поля в центре кольца в зависимости от времени. Изобразите эти зависимости на графике.

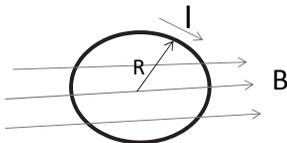
3. На железном сердечнике в виде тора со средним радиусом $R = 250$ мм имеется обмотка с числом витков $N = 1000$. В сердечнике сделана поперечная прорезь шириной $b = 1.00$ мм. При токе $I = 0.85$ А через обмотку индукция магнитного поля в зазоре $B = 0.75$ Тл. Пренебрегая рассеянием магнитного поля на краях зазора, найдите магнитную проницаемость железа в этих условиях.

4. Тонкое проводящее кольцо радиусом $R = 10$ см и массой $m = 20$ г находится в однородном магнитном поле. Когда по кольцу пропустили ток $I = 25$ А, оно повернулось вокруг горизонтальной оси OO' на угол $\alpha = 15^\circ$ (см. рисунок). Определите магнитную индукцию B поля, силовые линии которого перпендикулярны оси и направлены вертикально вверх.



К задаче 30.4

5. Найдите силу взаимодействия и ее знак (притяжение или отталкивание) двух магнитных моментов p_{m1} и p_{m2} , находящихся на расстоянии L друг от друга. Векторы p_{m1} и p_{m2} лежат на одной прямой и их направления совпадают. Расстояние между ними значительно превышает их линейные размеры.



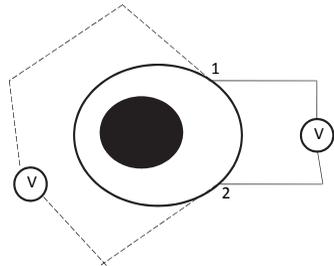
К задаче 30.6

6. По кольцу радиусом R течет ток I . Однородное магнитное поле B лежит в плоскости кольца и направлено так, как показано на рисунке. Вычислите момент силы, действующей на кольцо со стороны магнитного поля.

7. Конденсатор емкостью C заряжается от источника постоянной ЭДС ε через катушку, имеющую сопротивление R и индуктивность L ,

причем $R^2 = 4L / C$. а) Как изменяется сила зарядного тока I со временем? Постройте качественный график. б) Через какое время t от начала зарядки сила зарядного тока достигнет максимума? в) Чему равна максимальная сила I_{\max} зарядного тока? г) Чему равно напряжение V на конденсаторе в этот момент? д) Чему равен КПД зарядного процесса? (отношение энергии заряженного конденсатора ко всей затраченной энергии).

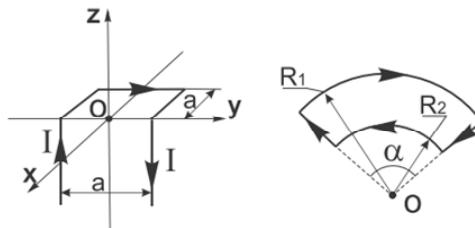
8. В зачерненной области, площадь которой S , имеется переменное однородное магнитное поле $B(t)$, направленное перпендикулярно плоскости рисунка. Вокруг этой области расположено проводящее кольцо, сопротивление которого равно R . К точкам 1 и 2 этого кольца, расстояние между которыми по дуге составляет четверть длины окружности кольца, подсоединен вольтметр, внутреннее сопротивление которого r . Какое напряжение покажет вольтметр? Какое напряжение покажет вольтметр, если перебросить его в положение, показанное на рисунке пунктирными линиями? Сопротивлением подводящих к вольтметру проводов пренебречь.



К задаче 30.8

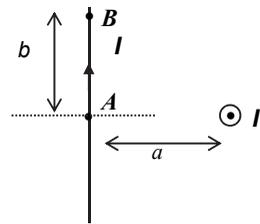
Вариант 31М

1. Для токовых петель, показанных на рисунке, найдите компоненты вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} и его модуль в точке O . Укажите в этой точке направление магнитного поля. Размеры петель и токи указаны на рисунке. На левом рисунке петля лежит в плоскости x, y .



К задаче 31.1

2. Два длинных прямых взаимно перпендикулярных провода отстоят друг от друга на расстояние $a = 10$ см. В каждом проводе течет ток $I = 10$ А в направлении, указанном на рисунке. Найдите силу Ампера, действующую на единицу длины левого провода в точке A и в точке B , находящейся от точки A на расстоянии $b = 15$ см. При каком значении величины b сила на единицу длины в точке B будет максимальной?



К задаче 31.2

3. Правая токовая петля из задачи 1 (см. рисунок) помещена в однородное постоянное магнитное поле B , направленное перпендикулярно плоскости рисунка от нас. Найдите результирующую силу, действующую на токовую петлю.

4. Между полюсами электромагнита помещена небольшая катушка так, что оси катушки и полюсных наконечников магнита совпадают. Площадь поперечного сечения катушки $S = 3$ мм², число витков $N = 60$. При повороте катушки на 180° через соединенный с ней баллистический гальванометр протекает заряд $q = 4.5$ мкКл. Сопротивление катушки, гальванометра и соединительных проводов $R = 40$ Ом. Определите напряженность магнитного поля между полюсами магнита. Зависит ли результат от индуктивности катушки L ? Ответ обоснуйте.

5. По бесконечно длинному металлическому проводу круглого сечения радиусом R вдоль оси провода течет ток I , равномерно распределенный по сечению провода. Найдите магнитное поле $B(r)$, создаваемое этим током внутри и вне провода. Нарисуйте качественную зависимость $B(r)$, где r – расстояние от оси провода.

6. Имеется рамка из провода сопротивлением $R = 0.01$ Ом и площадью $S = 100$ см². В момент времени $t_0 = 0$ включается магнитное поле $B(t)$, которое изменяется по закону: $B(t) = B_0(1 - \exp[-\lambda t])$, где $B_0 = 10$ мТл, $\lambda = 10$ с⁻¹. Рамка расположена перпендикулярно линиям индукции магнитного поля. Определите максимальный ток в рамке, а также количество электричества, которое протечет по рамке. Качественно покажите на графике зависимость от времени потока магнитного поля через рамку $\Phi(t)$ и тока $I(t)$.

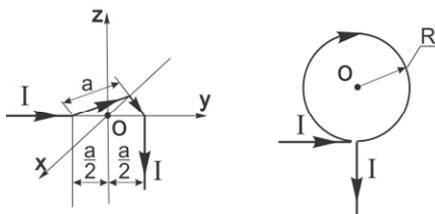
7. Найдите силу взаимодействия и ее знак (притяжение или отталкивание) двух магнитных моментов p_{m1} и p_{m2} , находящихся на расстоянии L друг от друга. Векторы p_{m1} и p_{m2} лежат на одной прямой, и их

направления противоположны друг другу. Расстояние между p_{m1} и p_{m2} значительно превышает их линейные размеры.

8. Найдите ток смещения в плоском конденсаторе, пластины которого раздвигаются с постоянной скоростью v , оставаясь параллельными друг другу, если: а) заряды на пластинах конденсатора остаются постоянными; б) разность потенциалов между пластинами остается постоянной. Что изменится, если пластины конденсатора не раздвигать, а сближать с той же скоростью? Расстояние между пластинами конденсатора остается все время малым по сравнению с линейными размерами пластин.

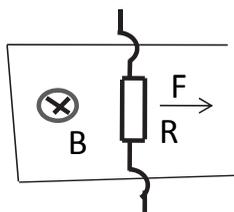
Вариант 32М

1. Для токовых петель, показанных на рисунке, найдите компоненты вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} и его модуль в точке O . Укажите в этой точке направление магнитного поля. Размеры петель и токи указаны на рисунке. На левом рисунке петля лежит в плоскости x, y .



К задаче 32.1

2. По П-образному проводнику, расположенному в горизонтальной плоскости, может скользить без трения перемычка (см. рисунок), имеющая длину l , массу m и сопротивление R . Вся система находится в вертикальном однородном магнитном поле с индукцией B . В момент $t = 0$ на перемычку стали действовать постоянной горизонтальной силой F , и перемычка начала перемещаться вправо. Найдите скорость перемычки как функцию времени. Магнитное поле индукционного тока и сопротивление П-образного проводника пренебрежимо малы.



К задаче 32.2

3. По бесконечно длинному металлическому проводу круглого сечения радиусом R вдоль оси провода течет ток I , равномерно распределенный по сечению провода. В проводе есть цилиндрическая полость радиуса R_0 ($R_0 < R$). Ось цилиндрической полости совпадает с осью провода. Найдите магнитное поле $B(r)$, создаваемое этим током

внутри и вне провода. Нарисуйте качественную зависимость $B(r)$, где r – расстояние от оси провода.

4. Пространство между обкладками плоского конденсатора, имеющими форму круглых дисков, заполнено однородной слабо проводящей средой с удельной проводимостью σ и диэлектрической проницаемостью ϵ . Расстояние между обкладками d . Пренебрегая краевыми эффектами, найдите напряженность магнитного поля между обкладками на расстоянии r от их оси, если на конденсатор подано переменное напряжение $U = U_m \cos \omega t$.

5. Найдите силу взаимодействия и знак (притяжение или отталкивание) двух магнитных моментов p_{m1} и p_{m2} , находящихся на расстоянии L друг от друга. Векторы \mathbf{p}_{m1} и \mathbf{p}_{m2} параллельны друг другу, и расстояние между ними значительно превышает их линейные размеры.

6. В постоянном однородном магнитном поле находится кольцо радиусом R , сопротивление которого равно нулю (сверхпроводник). Коэффициент самоиндукции кольца равен L . В начальный момент плоскость кольца параллельна направлению внешнего магнитного поля \mathbf{B} и ток в кольце равен нулю: а) определите силу тока в кольце I сразу после того, как кольцо было повернуто так, что его плоскость стала перпендикулярна силовым линиям магнитного поля; б) определите работу, которую необходимо затратить на поворот кольца; в) определите величину напряженности магнитного поля в центре кольца B_0 сразу после того, как кольцо было повернуто так, что его плоскость стала перпендикулярна силовым линиям внешнего магнитного поля; г) постройте качественный график распределения напряженности магнитного поля вдоль линии, совпадающей с диаметром кольца; д) какова будет напряженность магнитного поля и сила тока в кольце, если после того, как его повернули перпендикулярно магнитному полю, внешнее магнитное поле выключить?

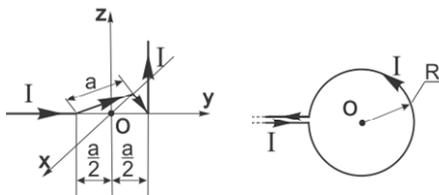
7. Через конденсатор с плоскопараллельными пластинами площадью A каждая и расстоянием d между ними течет переменный ток. Покажите, что поток вектора Пойтинга S через боковую поверхность между пластинами равен $Ad \frac{dW}{dt}$, где $W = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ – плотность энергии в объеме между пластинами. Искажением электрического поля на краях пренебречь.

8. Электрическая цепь состоит из последовательно соединенных резистора $R = 7.22$ Ом, индуктивности $L = 12.3$ Гн и конденсатора $C = 3.18$ мкФ. В начальный момент времени ток в цепи равен нулю и

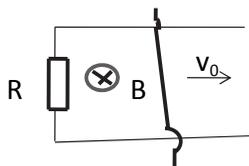
заряд на конденсаторе $q_0 = 6.31$ мкКл. Вычислите заряд на конденсаторе через N полных периодов колебаний для $N = 5, 10, 100$. Для этих же моментов времени вычислите ток в цепи.

Вариант 33М

1. Для токовых петель, показанных на рисунке, найдите компоненты вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} и его модуль в точке O . Укажите в этой точке направление магнитного поля. Размеры петель и токи указаны на рисунке. На левом рисунке петля лежит в плоскости x, y .



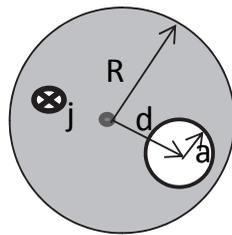
К задаче 33.1



К задаче 33.2

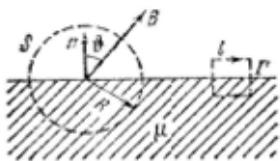
2. Стержень массой m скользит без трения по двум длинным рельсам, расположенным на расстоянии l друг от друга (см. рисунок). На левом конце рельсы замкнуты сопротивлением R . Система находится в вертикальном однородном магнитном поле с индукцией B . В момент $t = 0$ стержню сообщили вправо начальную скорость v_0 . Пренебрегая сопротивлением рельсов и стержня, а также магнитным полем индукционного тока, найдите: а) расстояние, пройденное стержнем до остановки; б) количество теплоты, выделенной при этом на сопротивлении.

3. По бесконечно длинному металлическому проводу круглого сечения радиусом R равномерно по сечению вдоль оси провода течет ток, плотность которого равна j . В проводе есть цилиндрическая полость радиусом a ($a < R$). Ось цилиндрической полости находится на расстоянии d от оси провода. Найдите магнитное поле в полости.



К задаче 33.3

4. Длинный прямой соленоид имеет n витков на единицу длины. По нему течет переменный ток $I = I_m \sin \omega t$. Найдите плотность тока смещения как функцию расстояния r от оси соленоида и нарисуйте график этой зависимости. Радиус сечения соленоида R .



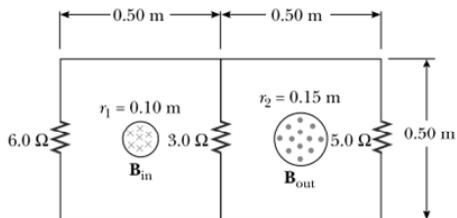
К задаче 33.5

5. Индукция магнитного поля в вакууме вблизи плоской поверхности магнетика равна B , и вектор \mathbf{B} составляет угол θ с нормалью n к поверхности (см. рисунок). Магнитная проницаемость магнетика μ . Найдите: а) индукцию B' магнитного поля в магнетике вблизи поверхности; б) циркуляцию вектора \mathbf{B} по квадратному контуру Γ со стороной l , расположенному, как показано на рисунке;

в) поток вектора \mathbf{H} через поверхность сферы S радиусом R , центр которой лежит на поверхности магнетика.

6. Найдите силу взаимодействия и ее знак (притяжение или отталкивание) двух магнитных моментов p_{m1} и p_{m2} , находящихся на расстоянии L друг от друга. Векторы \mathbf{p}_{m1} и \mathbf{p}_{m2} антипараллельны друг другу и расстояние между ними значительно превышает их линейные размеры.

7. Электрическую цепь, показанную на рисунке, пересекают два бесконечно длинных соленоида (показанные в поперечном сечении). Магнитное поле B в каждом соленоиде одинаково и изменяется со скоростью 100 Тл/с. Найдите ток в каждом из резисторов. Направление магнитного поля, параметры соленоидов и сопротивление резисторов указаны на рисунке.

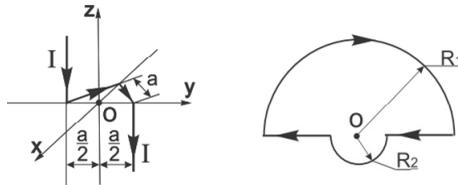


К задаче 33.7

8. Найдите добротность контура с емкостью $C = 2$ мкФ и индуктивностью $L = 5$ мГн, если на поддержание в нем незатухающих колебаний с амплитудой напряжения на конденсаторе $U_m = 1$ В необходимо подводить мощность $P = 10$ мВт. Затухание колебаний в контуре достаточно мало.

Вариант 34М

1. Для токовых петель, показанных на рисунке, найдите компоненты вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} и его модуль в точке O . Укажите в этой точке направление магнитного поля. Размеры петель и токи указаны на рисунке. На левом рисунке петля лежит в плоскости x, y .

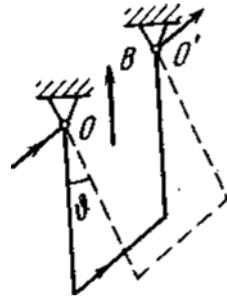


К задаче 34.1

2. Пространство между двумя concentрическими металлическими сферами заполнено слабо проводящей средой с удельным сопротивлением ρ и диэлектрической проницаемостью ϵ . В некоторый момент заряд на внутренней сфере равен q . Найдите: а) связь между векторами плотностей токов смещения и проводимости в каждой точке среды; б) ток смещения в некоторый момент времени через произвольную поверхность в среде, охватывающую внутреннюю сферу, если заряд этой сферы в этот момент времени равен q .

3. На расстоянии $a = 1$ м от длинного прямого провода, по которому течет переменный ток амплитудой $I = 1$ кА и частотой 50 Гц, расположено кольцо радиусом $r = 1$ см. Кольцо расположено так, что поток, пронизывающий его, максимален. Чему равна амплитуда тока в кольце и амплитуда магнитного поля в центре кольца? Сопротивление кольца $R = 10$ Ом. Указание: магнитное поле провода в пределах кольца считать однородным.

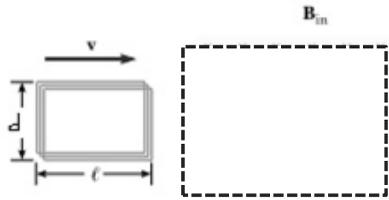
4. Медный провод сечением $S = 2.5$ мм², согнутый в виде трех сторон квадрата, может поворачиваться вокруг горизонтальной оси OO' (см. рисунок). Провод находится в однородном вертикально направленном магнитном поле. Найдите индукцию поля, если при пропускании по данному проводу тока $I = 16$ А угол отклонения $\theta = 20^\circ$.



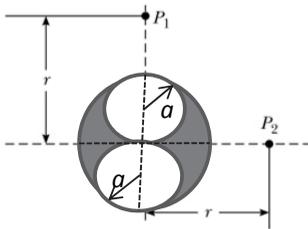
К задаче 34.4

5. В схеме, показанной на правом рисунке к задаче 1, дополнительно через точку O перпендикулярно плоскости рисунка проходит длинный проводник, по которому течет ток I , равный току в петле и направленный перпендикулярно плоскости рисунка от нас. Найдите момент сил Ампера, действующий на петлю, а также направление вектора момента сил.

6. Прямоугольная катушка, имеющая сопротивление R и N витков, каждый из которых имеет длину l и ширину d , входит со скоростью v в область (показана пунктиром) в однородное постоянное магнитное поле B , направленное перпендикулярно плоскости рисунка от нас. Чему равна сила, действующая на катушку и ее направление: а) когда она входит в область магнитного поля; б) когда она целиком движется в области магнитного поля; в) когда она выходит из области магнитного поля?



К задаче 34.6

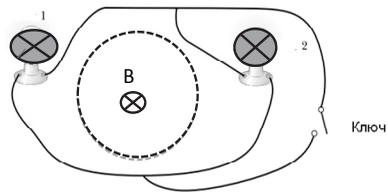


К задаче 34.7

7. Длинный цилиндрический проводник радиусом $2a$ имеет вдоль всей длины две цилиндрические полости радиусом a каждая, как показано на рисунке. Ток I направлен перпендикулярно плоскости рисунка на нас и равномерно распределен по сечению проводника. Найдите величину и направление магнитного поля в точках P_1 и P_2 .

8. Две электрические лампочки 1 и 2 включены в цепь, как показано на рисунке. Сопротивление лампочек одинаково и равно R .

Магнитное поле ограничено круговой областью и направлено перпендикулярно плоскости рисунка от нас. При уменьшении магнитного поля в петле возникает электродвижущая сила, которая вызывает свечение лампочек. Укажите направление тока в петле. Что произойдет с яркостью лампочек, если замкнуть ключ? Сопротивлением проводов пренебречь. Рассмотрите два случая: а) сопротивление ключа равно нулю; б) сопротивление ключа равно $r \ll R$.

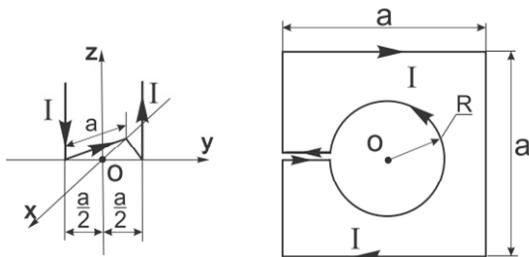


К задаче 34.8

Вариант 35M

1. Для токовых петель, показанных на рисунке, найдите компоненты вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} и его модуль в точке O . Ука-

жите в этой точке направление магнитного поля. Размеры петель и токи указаны на рисунке. На левом рисунке петля лежит в плоскости x, y .



К задаче 35.1

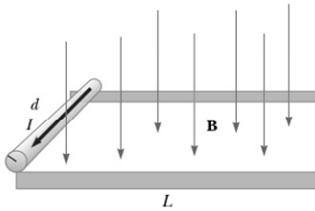
2. Внутри длинного соленоида находится катушка из N витков с площадью поперечного сечения S . Катушку поворачивают с постоянной угловой скоростью ω_1 вокруг оси, совпадающей с ее диаметром и перпендикулярной оси соленоида. Найдите ЭДС индукции в катушке, если индукция магнитного поля в соленоиде меняется со временем как $B = B_0 \sin \omega_2 t$ и в момент $t = 0$ ось катушки совпадает с осью соленоида.

3. По длинному соленоиду с внутренним радиусом 10 см течет ток, зависящий от времени по закону $I = 0.01t$ А. Плотность намотки $n = 100$ витков/см. Найдите электрическое поле на расстоянии от оси соленоида $r_1 = 5$ см и $r_2 = 15$ см. Нарисуйте график зависимости $E(r)$.

4. Точечный заряд q движется с нерелятивистской скоростью $v = \text{const}$. Найдите плотность тока смещения $\mathbf{j}_{\text{см}}$ в точке, находящейся на расстоянии r от заряда на прямой: а) перпендикулярной траектории и проходящей через заряд; б) совпадающей с траекторией заряда.

5. Кольцо, диаметр которого $D = 10$ см, сделано из медной проволоки диаметром $d = 1$ мм, вращается в однородном магнитном поле ($B = 0.001$ Тл) с частотой $f = 10$ Гц. Индуктивность кольца таких размеров $L = 2.5 \cdot 10^{-7}$ Гн. Найдите амплитуду тока в кольце. Удельное сопротивление меди $\rho = 1.75 \cdot 10^{-8}$ Ом \cdot м. Какой бы был ток в кольце, если бы оно было сверхпроводящим, т. е. с равным нулю сопротивлением?

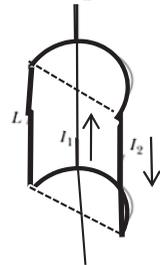
6. Бесконечная пластина из изотропного магнетика толщиной a помещена в перпендикулярное к ней однородное внешнее магнитное поле с индукцией B_0 . Магнитная проницаемость пластины изменяется линейно от значения μ_1 на левой границе до значения μ_2 на правой



К задаче 35.7

7. Стержень массой 0.72 кг и радиусом 6 см лежит на двух длинных параллельных рельсах длиной $L = 45 \text{ м}$, расстояние между которыми $d = 12 \text{ см}$, как показано на рисунке. Стержень, по которому течет ток $I = 48 \text{ А}$ (в показанном на рисунке направлении), катится по рельсам без проскальзывания. Однородное магнитное поле величиной 0.24 Тл направлено перпендикулярно стержню и рельсам. С какой скоростью стержень соскочит с рельс, если он начал движение из состояния покоя?

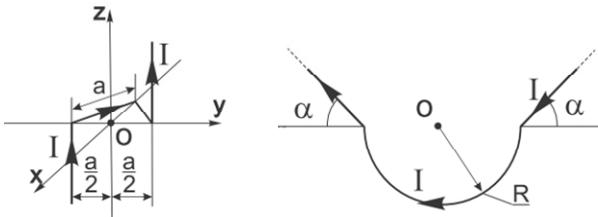
8. Бесконечно длинный прямой проводник, по которому течет ток I_1 , окружен токовой петлей, как показано на рисунке. Длина петли L , радиус R , по ней течет ток I_2 . Ось петли совпадает с осью длинного провода. Найдите силу взаимодействия между проводом и петлей.



К задаче 35.7

Вариант 36М

1. Для токовых петель, показанных на рисунке, найдите компоненты вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} и его модуль в точке O . Укажите в этой точке направление магнитного поля. Размеры петель и токи указаны на рисунке. На левом рисунке петля лежит в плоскости x, y .



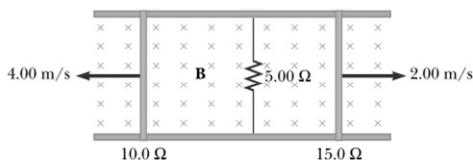
К задаче 36.1

2. Сверхпроводящее кольцо радиусом a , имеющее индуктивность L , находится в однородном магнитном поле с индукцией B . Плоскость кольца параллельна вектору \mathbf{B} , ток в кольце равен нулю. Затем плоскость кольца повернули на 90° в положение, перпендикулярное полю. Найдите: а) ток в кольце после поворота; б) работу, совершенную при этом; в) магнитное поле в центре кольца. Покажите на рисунке направление тока в кольце.

3. Часть петли, по которой течет ток 1 А , представляет собой два отрезка прямой, угол между которыми равен 45° . Длина каждого отрезка равна 10 см . Петля находится во внешнем магнитном поле $B = 10\text{ мТл}$, которое перпендикулярно плоскости петли. Определите величину и направление силы, действующей на эту петлю со стороны магнитного поля.

4. В вакууме в направлении оси x установилась стоячая электромагнитная волна, электрическая составляющая которой $\mathbf{E} = \mathbf{e}_y E_m \times \sin kx \cos \omega t$. Найдите: а) магнитную составляющую волны $\mathbf{B}(x, t)$; б) x -проекцию вектора Пойнтинга $S_x(x, t)$ и ее среднее за период колебаний значение.

5. Два параллельных рельса с пренебрежимо малым сопротивлением находятся на расстоянии 10 см друг от друга и соединены проводником с сопротивлением 5 Ом . Схема также содержит два металлических стержня сопротивлением 10 и 15 Ом . Стержни скользят по рельсам, удаляясь от резистора с постоянными скоростями 4 и 2 м/с соответственно. Определите ток через резистор.



К задаче 36.5

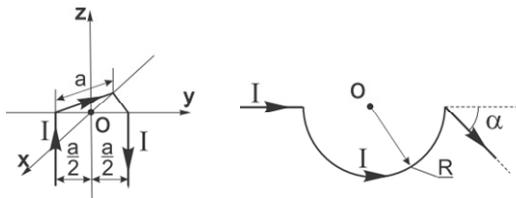
6. В схеме, показанной на правом рисунке задачи 1, дополнительно в плоскости рисунка имеется однородное магнитное поле B , направленное в положительном направлении оси x . Найдите момент сил Ампера, действующий на криволинейный участок петли. Найдите направление вектора момента сил.

7. Параметры колебательного контура имеют значения $C = 1$ нФ, $L = 6$ мкГн, $R = 0.5$ Ом. Какую мощность P нужно подводить к контуру, чтобы поддерживать в нем незатухающие колебания с амплитудой напряжения на конденсаторе $U_m = 10$ В?

8. Конденсатор, имеющий квадратные пластины со стороной 5 см, заряжается током 0.1 А. Расстояние между пластинами равно 4 мм. Найдите: а) скорость изменения потока электрического поля между пластинами; б) ток смещения между пластинами.

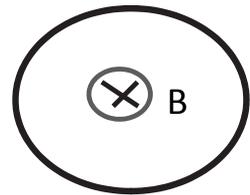
Вариант 37М

1. Для токовых петель, показанных на рисунке, найдите компоненты вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} и его модуль в точке O . Укажите в этой точке направление магнитного поля. Размеры петель и токи указаны на рисунке. На левом рисунке петля лежит в плоскости x, y ,



К задаче 37.1

2. Однородное магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости проволочной петли, имеющей радиус 10 см и сопротивление 10 Ом (см. рисунок). Магнитное поле изменяется со временем по закону $B = bt(\tau - t)$, где $b = 1$ Тл/с, $\tau = 4$ с, и в момент времени, непосредственно следующий за начальным, направлено так, как показано на рисунке. Вычислите величину I протекающего в кольце тока в моменты времени $t = 1$ с, 2 с, 3 с и укажите направление тока на рисунке в эти моменты времени. Изобразите на графике зависимости $B(t)$ и $I(t)$.



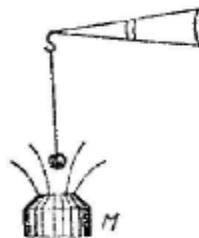
К задаче 37.2

3. По длинному соленоиду диаметром 3 см плотностью намотки $n = 200$ витков/см течет ток, зависящий от времени по закону $I = 4.0t - 1.0t^2$ А. В центре соленоида находится катушка диаметром $d = 2$ см, имеющая 100 витков. Сопротивление катушки 0.1 Ом. Ось

катушки совпадает с осью соленоида. Чему равен ток, текущий по катушке, в момент времени $t = 2$ с? Как зависит ЭДС индукции в катушке от времени? Качественно изобразите графически эту зависимость от времени в диапазоне от $t = 0$ до $t = 4$ с.

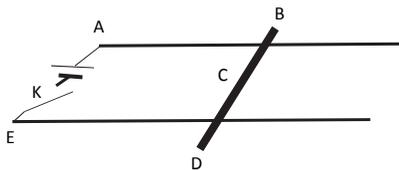
4. В вакууме вдоль оси x распространяются две плоские одинаково поляризованные волны, электрические составляющие которых изменяются по закону $\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - kx)$ и $\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$. Найдите x -проекцию вектора Пойнтинга $S_x(x, t)$ и его среднее за период колебаний значение.

5. В установке измеряют с помощью весов силу, с которой парамагнитный шарик объемом $V = 40$ мм³ притягивается к полюсу электромагнита M . Индукция магнитного поля на оси полюсного наконечника зависит от высоты x как $B = B_0 \exp(-ax^2)$, где $B_0 = 1.50$ Тл, $a = 100$ м⁻². Найдите: а) на какой высоте x_m надо поместить шарик, чтобы сила притяжения была максимальной; б) магнитную восприимчивость парамагнетика, если максимальная сила притяжения $F_{\max} = 160$ мкН.



К задаче 37.5

6. Параметры колебательного контура имеют значения $C = 1$ мкФ, $L = 1$ мГн, $R = 100$ мОм. Контур возбуждается переменным напряжением с действующим значением $U = 220$ В. а) При каком значении частоты ω полный ток I , текущий через контур, будет минимальным? б) Чему равны при этой частоте амплитуды тока I и токов, текущих через конденсатор I_C и через сопротивление I_R ? в) Чему равны при этой частоте амплитуды напряжений на конденсаторе U_C , на индуктивности U_L , на сопротивлении U_R ? Какую мощность P нужно подводить к контуру, чтобы поддерживать в нем незатухающие колебания с амплитудой напряжения на конденсаторе $U_m = 10$ В?



К задаче 37.7

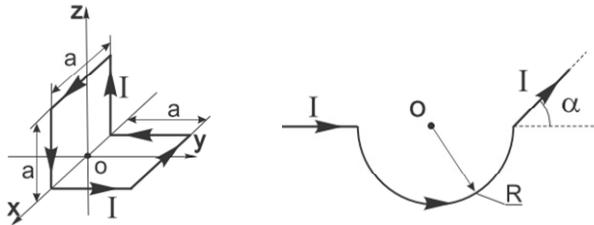
7. Рельсовая пушка представляет собой два длинных параллельных рельса на расстоянии 3.5 см друг от друга, соединенных стержнем BD массой 3 г. Первоначально стержень, который может скользить по рельсам без трения, находится в состоянии покоя. При замыкании ключа K в цепи $ABCDEA$ очень быстро уста-

навливается электрический ток в 24 А. а) Найдите величину магнитного поля на расстоянии 1.75 см от рельса. б) Найдите вектор магнитного поля в точке C (в средней точке стержня) непосредственно после замыкания ключа. в) В другой точке вдоль стержня магнитное поле направлено так же, как и в C , но оно больше по величине. Считая, что среднее эффективное магнитное поле вдоль стержня BD в пять раз больше, чем в точке C , найдите вектор силы, действующей на стержень. г) Найдите вектор ускорения, с которым движется стержень. д) Является ли это ускорение постоянным? е) Найдите величину этого ускорения, когда стержень пройдет расстояние в 130 см вдоль рельсов.

8. По длинному цилиндрическому проводнику радиусом R течет ток с плотностью $j(r) = j_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$ при $r \leq R$ и $j(r) = 0$ при $r > R$, где r – расстояние от центра проводника. а) Найдите магнитное поле в некоторой точке r_1 внутри проводника ($r_1 < R$) и в некоторой точке r_2 вне проводника ($r_2 > R$). б) Нарисуйте график зависимости магнитного поля от r . в) Найдите точку, в которой магнитное поле максимально, а также величину этого магнитного поля.

Вариант 38М

1. Для токовых петель, показанных на рисунке, найдите компоненты вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} и его модуль в точке O . Укажите в этой точке направление магнитного поля. Размеры петель и токи указаны на рисунке.



К задаче 38.1

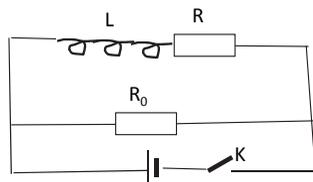
2. Металлический стержень длиной 25 см вращают с постоянной угловой скоростью $\omega = 130$ рад/с вокруг оси, проходящей через один

из его концов. Найдите разность потенциалов между концами стержня, если вдоль оси вращения стержня приложено внешнее однородное магнитное поле с индукцией $B = 5$ мТл. Укажите на рисунке знаки зарядов на концах стержня. Как изменится результат, если направление магнитного поля изменить на противоположное?

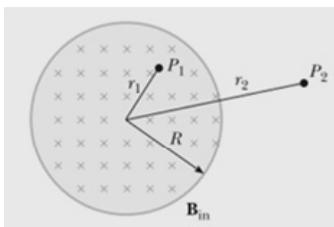
3. Индукция магнитного поля на оси полюсного наконечника магнита зависит от высоты h как $B = B_0 \exp(-ah^2)$, где $B_0 = 1.50$ Тл, $a = 100 \text{ м}^{-2}$. Найдите магнитную восприимчивость парамагнетика, если максимальная сила притяжения парамагнитного шарика объемом $V = 40 \text{ мм}^3$ равна $F_{\text{max}} = 160 \text{ мкН}$ (см. рисунок к задаче 37.5).

4. По длинному соленоиду диаметром 3 см плотностью намотки $n = 220$ витков/см течет ток, зависящий от времени по закону $I = 3.0t + 1.0t^2$ А. В центре соленоида находится катушка диаметром $d = 2$ см, имеющая 130 витков. Сопротивление катушки 0.15 Ом. Ось катушки совпадает с осью соленоида. Чему равен ток, текущий по катушке в момент времени $t = 2$ с? Как зависит ЭДС индукции в катушке от времени? Качественно изобразите эту зависимость от времени в диапазоне от $t = 0$ до $t = 4$ с.

5. Катушка индуктивностью $L = 2.0$ мГн и сопротивления $R = 1.0$ Ом подключена к источнику постоянной ЭДС $\mathcal{E} = 3.0$ В (см. рисунок). Параллельно катушке включено сопротивление $R_0 = 2/0$ Ом. Определите: а) силу тока I в резисторах R_0 и R в следующих трех случаях: 1) до размыкания цепи ключом К; 2) в момент размыкания ($t_1 = 0$); 3) через $t_2 = 0.01$ с после размыкания; б) количество теплоты, которая выделится в катушке после размыкания ключа К. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.



К задаче 38.5



К задаче 38.6

6. В области, ограниченной окружностью радиусом $R = 2.5$ см, имеется однородное магнитное поле, изменяющееся по закону $B = (2t^3 - 4t^2 + 0.8)$ Тл. В начальный момент времени магнитное поле направлено так, как показано на рисунке. Найдите в момент времени $t = 2$ с величину и направление силы, действующей на электрон, помещенный в точку P_1 , расположенную от центра на расстоянии $r_1 = 2$ см,

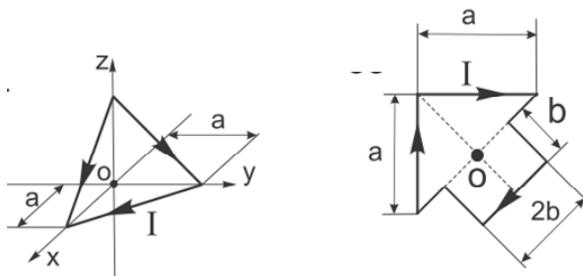
и в точку P_2 , расположенную от центра на расстоянии $r_2 = 5$ см. Качественно изобразите на графике зависимость этих сил от времени.

7. Собственная частота колебаний электрического контура $f_0 = 8$ кГц, добротность контура $Q = 72$. В контуре возбуждают незатухающие колебания: а) найдите закон убывания запасенной в контуре энергии W от времени t ; б) какая часть первоначальной энергии W_0 сохранится в контуре по истечении времени $\tau = 1$ мс?

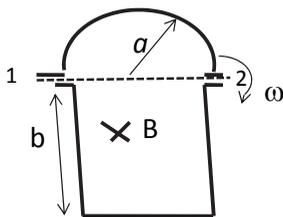
8. Конденсатор, имеющий круглые пластины радиусом 10 см, заряжается током 0.2 А. Расстояние между пластинами равно 4 мм. Найдите: а) скорость увеличения магнитного поля между пластинами; б) магнитное поле между пластинами на расстоянии 5 см от центра; в) магнитное поле между пластинами на расстоянии 15 см от центра.

Вариант 39М

1. Для токовых петель, показанных на рисунке, найдите компоненты вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} и его модуль в точке O . Укажите в этой точке направление магнитного поля. Размеры петель и токи указаны на рисунке.



К задаче 39.1

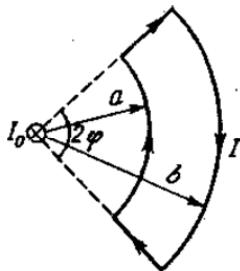


К задаче 39.2

2. Контур находится в однородном магнитном поле с индукцией B (см. рисунок). Верхнюю часть контура – провод в виде полуокружности радиусом a – вращают с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси 1–2. В момент $t=0$ магнитный поток через контур максимальный. Найдите ЭДС индукции в контуре как функцию времени t , а также среднюю за период вращения тепловую мощ-

ность в контуре, если сопротивление контура равно R . Магнитным полем индукционного тока пренебречь.

3. Замкнутый контур с током I находится в поле длинного прямого проводника с током I_0 . Плоскость контура перпендикулярна прямому проводнику. Найдите момент сил Ампера, действующих на замкнутый контур, если он имеет вид, показанный на рисунке. Необходимые размеры системы указаны на рисунке.



К задаче 39.3

4. В сеть переменного тока напряжением $U = 220$ В и частотой $\nu = 50$ Гц включены последовательно емкость $C = 18$ мкФ, индуктивность $L = 0.75$ Гн и активное сопротивление $R = 60$ Ом. Найдите силу тока I в цепи и напряжения на емкости U_C , на индуктивности U_L и на активном сопротивлении U_R .

5. Прямой бесконечно длинный проводник с током I лежит в плоскости раздела двух непроводящих сред с магнитными проницаемостями μ_1 и μ_2 . Найдите индукцию B магнитного поля во всем пространстве в зависимости от расстояния r до провода. Известно, что линии B являются окружностями с центром на оси проводника.

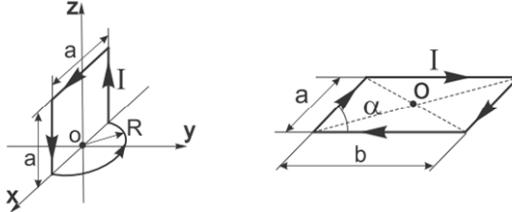
6. Две частицы, масса каждой из которых равна m , а заряды q и $-q$ движутся под действием электрического притяжения по окружности так, что соединяющая их прямая вращается с угловой скоростью ω . Найдите плотность тока смещения в центре этой системы.

7. На железном сердечнике в виде тора диаметром $d = 50$ см имеется обмотка с числом витков $N = 1000$. В середине сердечника сделана прорезь, в результате чего образовался воздушный зазор шириной $b = 1$ мм. При силе тока в обмотке $I = 0.85$ А напряженность поля в зазоре $H = 600$ кА/м. Определите магнитную проницаемость железа μ . Рассеянием поля на краях зазора пренебречь.

8. Вдоль проводника длиной 4 см, шириной 1.2 см и толщиной 9.5 мкм течет ток величиной 3.2 А. При наложении внешнего магнитного поля в 1.4 Тл, перпендикулярного большей грани этого проводника, возникает поперечное (вдоль ширины) холловское напряжение, равное 40 мкВ. Из этих данных найдите: а) дрейфовую скорость носителей заряда; б) плотность носителей заряда. Пользуясь табличными данными, определите, какой это проводник; в) на рисунке покажите полярность холловского напряжения при заданных направлениях магнитного поля и тока. Носителями заряда считать электроны.

Вариант 40М

1. Для токовых петель, показанных на рисунке, найдите компоненты вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} и его модуль в точке O . Укажите в этой точке направление магнитного поля. Размеры петель и токи указаны на рисунке. На левом рисунке петля лежит в плоскости x, y .



К задаче 40.1

2. Заряженный до U_0 конденсатор разряжается через катушку с индуктивностью L и активным сопротивлением R . Найдите зависимость от времени: а) тока в цепи; б) мощности, выделяемой на R . Каким должно быть волновое сопротивление $\rho = (L/C)^{1/2}$, чтобы мощность, выделяемая на R , была максимальной?

3. Круговой контур, имеющий площадь S и сопротивление R , вращают с постоянной угловой скоростью ω вокруг его диаметра, который перпендикулярен однородному магнитному полю с индукцией B . Пренебрегая магнитным полем индукционного тока, найдите, каким моментом силы $N(t)$ надо действовать на контур в этих условиях. В момент $t = 0$ плоскость контура перпендикулярна направлению магнитного поля.

4. Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено слабо проводящим диэлектриком. Конденсатор заряжен до потенциала U и отключен от батареи. Вычислите магнитное поле между обкладками конденсатора при его разряде через диэлектрик.

5. В вакууме распространяются две плоские электромагнитные волны, одна вдоль оси x , другая вдоль оси y : $\vec{E}_1 = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx)$, $\vec{E}_2 = \vec{E}_0 \cos(\omega t + ky)$, где вектор \mathbf{E}_0 направлен параллельно оси z . Найдите среднее значение потока энергии в точках плоскости $x = y$. На плоскости $x-y$ укажите: а) направление распространения каждой волны; б) направления электрической и магнитной составляющих каждой волны; в) направление вектора Пойнтинга в точках плоскости $x = y$.

6. В сеть переменного тока напряжением $U = 220$ В и частотой $\nu = 50$ Гц включены последовательно емкость $C = 18$ мкФ, индуктивность $L = 0,75$ Гн и активное сопротивление $R = 60$ Ом. Найдите силу тока I в цепи и напряжения на емкости U_C , на индуктивности U_L и на активном сопротивлении U_R .

7. Стержень массой m скользит без трения по двум длинным рельсам, расположенным на расстоянии l друг от друга (см. рисунок). На левом конце рельсы замкнуты сопротивлением R . Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B . В момент $t = 0$ стержню сообщили вправо начальную скорость v_0 . Пренебрегая сопротивлением рельсов и стержня, а также магнитным полем индукционного тока, найдите: а) скорость перемычки как функцию времени; б) расстояние, пройденное стержнем до остановки; в) количество теплоты, выделенной при этом на сопротивлении.

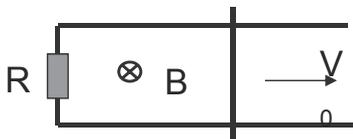


Рис. 242. К задаче 40.7

8. Длинный соленоид заполнен неоднородным парамагнетиком, восприимчивость которого зависит только от расстояния до оси соленоида как $\chi = ar^2$, где a – постоянная. На оси соленоида индукция магнитного поля равна B_0 . Найдите зависимость от r : а) намагниченности магнетика $J(r)$; б) плотности молекулярного тока $j(r)$ в магнетике.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Общие указания к решению задач	4
I. Дифференциальные векторные операторы	6
I.1. Градиент скалярной функции	6
I.2. Дивергенция векторной функции	7
I.3. Теорема Гаусса–Остроградского	7
I.4. Ротор векторной функции	7
I.5. Теорема Стокса	8
I.6. Лапласиан от векторной функции	8
I.7. Разложение произвольного вектора на градиентную и роторную составляющие	8
Примеры для самостоятельного решения	9
II. Электрическое поле	10
II.1. Закон Кулона	10
Пример II.1	11
II.2. Квантование заряда	13
II.3. Сохранение заряда	13
II.4. Электрическое поле точечного заряда	13
II.5. Электрическое поле системы точечных зарядов	14
Пример II.2	14
II.6. Сила, действующая на заряд в электрическом поле	15
Пример II.3	16
II.7. Дипольный момент системы точечных зарядов	18
II.8. Электрическое поле электрически нейтральной системы, обладающей дипольным моментом	18

II.9. Электрическое поле распределенного заряда. Плотность заряда	19
Пример II.4	20
Пример II.5	21
II.10. Потенциал электрического поля	22
Пример II.6	23
II.11. Закон Гаусса	24
Пример II.7	24
Пример II.8	25
II.12. Проводники в электрическом поле	27
Пример II.9	28
II.13. Электростатическая энергия	30
II.14. Диэлектрики	31
Пример II.10	32
III. Магнитное поле	34
III.1. Магнитное поле линейного тока	34
Пример III.1	35
Пример III.2	35
Пример III.3	37
Пример III.4	38
III.2. Теорема о циркуляции	39
Пример III.5	40
III.3. Магнитный диполь	42
Пример III.6	44
III.4. Сила Ампера	46
Пример III.7	46
Пример III.8	47
III.5. Поток вектора магнитного поля	48
Пример III.9	48
III.6. Закон электромагнитной индукции	49
Пример III.10	50
Пример III.11	51
Пример III.12	53
Пример III.13	55
Пример III.14	56

III.7. Ток смещения.....	57
Пример III.15.....	58
Пример III.16.....	59
Пример III.17.....	60
Пример III.18.....	61
III.8. Магнитное поле движущегося заряда.....	63
Пример III.19.....	63
III.9. Уравнения Максвелла. Электромагнитные волны.....	65
III.10. Вектор Пойнтинга.....	66
Пример III.20.....	67
Пример III.21.....	69
IV. Индивидуальные контрольные задания.....	71
Электрическое поле.....	71
Магнитное поле.....	123

**Гринберг Яков Симхонович
Кошелев Эдуард Алексеевич
Моисеев Алексей Георгиевич**

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Учебное пособие

Редактор *Л.Н. Ветчакова*
Выпускающий редактор *И.П. Брованова*
Корректор *Л.Н. Кинит*
Дизайн обложки *А.В. Ладыжская*
Компьютерная верстка *С.И. Ткачева*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
Издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Подписано в печать 07.03.2017. Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 100 экз.
Уч.-изд. л. 11,16. Печ. л. 12,0. Изд. № 268/16. Заказ № 398. Цена договорная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20