

№ 3201

53

Э 454

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Часть 2

Лабораторный практикум
по курсу общей физики

НОВОСИБИРСК
2006

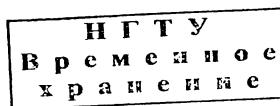
53
Э 454

№ 3201

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

ЧАСТЬ 2

Лабораторный практикум по курсу общей физики
для студентов I–II курсов всех факультетов
и форм обучения



НОВОСИБИРСК
2006

УДК 537(076.5)

Э 454

Составители: д-р физ.-мат. наук, профессор *Я. С. Гринберг*
(науч. и метод. редакция),
канд. физ.-мат. наук, доц. *M. Г. Honne*,
канд. физ.-мат. наук, доц. *A. A. Харьков*,
канд. физ.-мат. наук, доц. *B. N. Шмыков*,
канд. тех. наук, доц. *C. B. Спутай*,
канд. физ.-мат. наук, доц. *Э. А. Кошелев*,
канд. физ.-мат. наук, доц. *A. Г. Мусеев*

Рецензент д-р техн. наук, профессор *A.A. Корнилович*

Работа выполнена на кафедре прикладной
и теоретической физики НГТУ

© Новосибирский государственный
технический университет, 2006

ВВЕДЕНИЕ

НЕОБХОДИМЫЕ СВЕДЕНИЯ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

В лабораторном практикуме вы постоянно будете иметь дело с измерениями физических величин. Необходимо уметь правильно обрабатывать и представлять результаты этих измерений. Цель данного раздела – сообщить основные сведения, касающиеся особенностей физических измерений, обработки и представления результатов. Более подробная информация приведена в литературе, указанной в конце этого раздела.

1. Погрешности измерения физических величин. Основные сведения

Измерения бывают *прямые* и *косвенные*. В случае *прямого* измерения значение физической величины непосредственно измеряется с помощью прибора, шкала которого проградуирована в единицах измерения этой величины. В случае *косвенного* измерения значение величины вычисляется по формуле, которая связывает исходную величину с другими величинами, измеренными прямо или косвенно.

Прямые измерения могут быть *однократными* и *многократными*. При многократных измерениях одной и той же величины при одних и тех же условиях, как правило, получаются разные результаты. Это связано с тем, что любое измерение сопровождается *погрешностями*.

Погрешности в зависимости от характера вызвавших их причин принято разделять на три вида.

1. *Систематические погрешности* – это погрешности, остающиеся неизменными (как по величине, так и по знаку) или изменяющиеся по известному закону при многократных измерениях одной и той же величины. Эти погрешности могут быть связаны с ошибками измерительных приборов (инструментальная погрешность) и/или с самой постановкой опыта. Этот тип погрешностей наиболее опасен, так как их нельзя выявить при многократных измерениях или с помощью статистической обработки.

2. *Случайные погрешности* – погрешности, изменяющиеся случайным, непредсказуемым образом (по величине и по знаку) при многократных измерениях одной и той же величины. Случайный характер этой погрешности означает, что при многократных измерениях погрешность любого данного измерения не зависит от того, какое значение погрешности получилось при любом другом измерении. Этот тип погрешности возникает в результате действия неконтролируемых факторов, влияние которых нельзя точно предсказать. Однако существуют методы, основанные на теории вероятностей и законах математической статистики, позволяющие их уверенно оценить (и уменьшить) в каждом конкретном случае.

3. Промахи – грубые погрешности, существенно превышающие ожидаемую при данных условиях погрешность. Такие погрешности обычно связаны с невнимательностью экспериментатора, неверностью взятого отсчета или его записи и т. д. При повторных измерениях промах легко обнаруживается и исключается из эксперимента.

2. Случайные погрешности и статистические характеристики результатов прямых измерений физических величин

2.1. Среднее значение

В теории ошибок существует понятие *истинного значения* измеряемой физической величины, которое мы будем обозначать символом X . Это значение неизвестно, и целью любых измерений является определение соответствующей величины x_0 , которая по возможности является наиболее близкой к X : $x_0 \approx X$. Величина x_0 называется *оценкой истинного значения величины X* .

При проведении конечного, но достаточно большого числа измерений N одной и той же величины оценка x_0 приблизительно равна среднему арифметическому значению

$$x_0 \approx \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad (1)$$

где x_i – значение величины x , полученное в i -м измерении.

В теории ошибок доказывается, что при $N \rightarrow \infty$ оценка x_0 будет приближаться к истинному значению X .

Величина \bar{x} в (1) называется *выборочным средним* для данной серии измерений, а сама серия называется *выборкой*.

2.2. Среднеквадратичное отклонение

Истинная величина погрешности Δ величины X является также неизвестной, и в процессе измерений мы получаем оценку этой величины, которую обозначим σ_x . В теории ошибок доказывается, что при достаточно большом числе измерений N величина σ_x приблизительно равна Δ и определяется следующей формулой:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (2)$$

Эта величина называется среднеквадратичным отклонением (СКО) и показывает разброс «в среднем» значений x_i относительно x_0 . По сути, величина σ_x представляет собой погрешность единичного измерения: погрешность любого измеренного значения x_i в данной серии из N измерений одна и та же и равна σ_x . Множитель $(N-1)$ в знаменателе (2) отражает тот факт, что если вы проводите однократное измерение, то погрешность такого измерения является полностью неопределенной.

2.3. Погрешность среднего

Если провести несколько серий измерений, по N измерений в каждой серии, то мы обнаружим, что в каждой серии средние величины \bar{x} будут разными. Обозначим эти величины как \bar{x}_k , где k означает номер серии. Таким образом, сама оценка \bar{x} является случайной величиной.

Теперь по формуле (2) мы могли бы рассчитать СКО $\sigma_{\bar{x}}$ для величины \bar{x} . На самом деле в этом нет необходимости, так как в теории ошибок показано, что величину $\sigma_{\bar{x}}$ можно оценить по результатам одной серии из N измерений:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (3)$$

Таким образом, в итоге мы можем записать приближенное выражение для истинного значения величины X :

$$X \approx \bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}. \quad (4)$$

3. Погрешность косвенных измерений

На практике часто приходится определять значение физических величин, которые не измеряются непосредственно. Простой пример: определение высоты, с которой падает тело, по измерению времени падения. Соответствующее соотношение имеет вид $h = gt^2/2$, где g – ускорение свободного падения. В этом примере время падения измеряется непосредственно, а высота не измеряется, а вычисляется по приведенной выше формуле. В таком случае говорят, что высота измеряется косвенно. Таким образом, при косвенных измерениях физическая величина вычисляется по формуле через величины, полученные в прямых измерениях.

Пусть некоторая физическая величина f является функцией величин $x, y, z\dots$, которые определяются прямыми измерениями:

$$f = f(x, y, z, \dots).$$

Тогда наилучшей оценкой величины f при косвенном измерении является величина

$$\bar{f} = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots), \quad (5)$$

где $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}\dots$ – средние значения величин $x, y, z\dots$, вычисленные по формуле (1), а ее СКО σ_f определяется по формуле:

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \sigma_x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \sigma_y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \sigma_z\right)^2 + \dots}, \quad (6)$$

где СКО σ_x , σ_y , $\sigma_z \dots$ вычисляются по формуле (2), а производные $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, $\frac{\partial f}{\partial z} \dots$ вычисляются в точке $x = \bar{x}$, $y = \bar{y}$, $z = \bar{z} \dots$

Часто более удобно пользоваться формулой не для σ_f , а для относительной среднеквадратичной погрешности σ_f/f , которую удобно представить в следующем виде:

$$\frac{\sigma_f}{f} = \sqrt{\left(\frac{\partial(\ln f)}{\partial x} \sigma_x \right)^2 + \left(\frac{\partial(\ln f)}{\partial y} \sigma_y \right)^2 + \left(\frac{\partial(\ln f)}{\partial z} \sigma_z \right)^2 + \dots} \quad (7)$$

4. Инструментальная погрешность

Измерительные приборы «вносят свой вклад» в погрешность, зависящий от точности прибора. Эта точность выражается метрологической характеристикой, называемой *классом точности* прибора. Его величина указывается в паспорте и (или) на шкале прибора. Во многих случаях класс точности представляет собой относительную погрешность δ_x измерения величины x , выраженную в процентах:

$$\delta_x = \frac{\Delta_x}{\Pi_x} 100 \%,$$

где Δ_x – максимальная приборная абсолютная погрешность измерения величины x , Π_x – предел измерения прибора.

Таким образом, зная класс точности δ_x , можно определить приборную погрешность Δ_x :

$$\Delta_x = \delta_x \Pi_x / 100. \quad (8)$$

Определяемая таким образом приборная погрешность показывает максимально возможное отклонение показаний прибора от истинного значения измеряемой величины, обусловленное несовершенством конструкции и неточностью изготовления измерительных приборов.

Если класс точности прибора неизвестен или прибор не имеет *класса точности* (измерительная линейка, например), то приборная погрешность определяется *половиной цены деления* шкалы прибора.

Если в процессе многократных измерений выясняется, что основной вклад в случайную погрешность вносит приборная погрешность, то в данном эксперименте можно ограничиться однократными измере-

ниями. Практически так довольно часто и делается. При этом оценка истинного значения измеряемой величины будет определяться однократным показанием прибора, а оценка погрешности измерения – приборной погрешностью. Если же основной вклад определяется не приборной погрешностью, то принципиальным становится именно проведение многократных измерений. При этом оценкой истинного значения будет служить величина среднего значения (1), а оценкой погрешности – среднеквадратичное отклонение (3).

В общем же случае необходимо принимать во внимание как случайные, так и инструментальные погрешности. При этом стандартная погрешность величины x вычисляется по формуле

$$\Delta_x = \sqrt{\sigma_{\bar{x}}^2 + \Delta_x^2}. \quad (9)$$

Если $\sigma_{\bar{x}}$ и Δ_x отличаются друг от друга в два и более раз, то практически можно считать, что Δ_x равна большей из них.

Из формулы (9) следует, что для повышения точности измерений надо либо увеличить число измерений, либо принять меры к уменьшению инструментальной погрешности (например, использовать более точный прибор).

5. Представление результатов однократных измерений

Часто на практике достаточно провести однократное измерение интересующей нас величины x . В этом случае результат однократного измерения представляется в виде

$$x \pm \Delta_x,$$

где величина Δ_x есть приборная погрешность.

Погрешность косвенных измерений в этой ситуации определяется формулой, аналогичной (6):

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \Delta_x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \Delta_y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \Delta_z\right)^2 + \dots}, \quad (10)$$

где величины Δ_x , Δ_y , Δ_z и так далее представляют собой приборные погрешности измерения величин x , y , z .

6. Построение графика. Общие правила

Целью любого эксперимента является установление зависимости между измеряемыми величинами и объяснение этой зависимости на основе теоретических моделей. Довольно часто эксперимент проводится с целью проверки уже известных (или предполагаемых) теоретических зависимостей, а также для определения каких-либо параметров теоретической формулы, которые нельзя получить экспериментально.

Удобным представлением функциональной зависимости одной величины от другой является *график*. При его построении необходимо придерживаться следующих правил.

1. График необходимо строить на миллиметровой бумаге.

2. По горизонтальной оси графика откладываются значения независимой переменной, по вертикальной – значения функции этой переменной. На каждой оси графика через равные интервалы наносятся *масштабные метки*. Для выбора масштаба вдоль каждой оси вначале необходимо определить диапазон изменения значений измеряемых величин. При этом масштаб нужно выбрать так, чтобы экспериментальные точки максимально распределились вдоль каждой оси. Около координатных осей указываются символы (обозначения) величин и единицы их измерений.

3. После того как простоялены масштабные метки и указаны обозначения осей с единицами измерений, на график наносятся *экспериментальные точки*. При этом численные значения величин, соответствующие экспериментальным точкам, на осях не проставляются. Желательно, чтобы интервалы между экспериментальными точками, которые откладываются по оси абсцисс, были примерно одинаковыми. Это особенно важно, если величина, откладываемая по оси абсцисс, получается в результате косвенных измерений. Например, для измерения ускорения свободного падения строится график зависимости высоты падения h тела от величины $t^2/2$, где t – время падения. Этот график представляет собой линейную зависимость $y = kx$, где $y = h$, $x = t^2/2$, а угловой коэффициент наклона k равен ускорению свободного падения g . В этом примере время измерения t необходимо выбирать таким образом, чтобы экспериментальные точки лежали на равных расстояниях не по шкале t , а по шкале $t^2/2$.

4. Кроме самих экспериментальных точек, на графиках около каждой точки иногда указывается соответствующая этой точке *погрешность*. Это делается с помощью горизонтальных и вертикальных чер-

точек, пересекающих экспериментальные точки. Длина каждой черточки определяется погрешностью измерения соответствующей величины. Если экспериментальная точка получена однократным измерением, то погрешность соответствующей величины определяется инструментальной погрешностью. Если же экспериментальная точка получена в результате многократных измерений, то погрешность соответствующей величины определяется с помощью статистической обработки [формулы (3), (4), (6)].

5. По нанесенному на график массиву экспериментальных точек проводят плавную, без изломов кривую. Существуют строгие математические методы, позволяющие построить по полученным экспериментальным точкам наилучшую кривую. Однако и не прибегая к таким методам, можно «на глаз» построить кривую, достаточно близкую к наилучшей. Дело в том, что в лабораторном практикуме ожидаемая зависимость чаще всего известна, поэтому понятно, какую кривую надо строить. **Основное правило состоит в том, что кривую надо строить так, чтобы число точек, лежащих выше и ниже кривой, было примерно одинаковым.**

6.1. Графический метод определения погрешности углового коэффициента наклона линейного графика

Поскольку прямую линию строить гораздо проще, чем кривую, то часто экспериментальные результаты приводят к такой форме, чтобы зависимость между измеряемыми величинами была линейной. При этом, как правило, величины, откладываемые по осям ординат графика, получают в результате косвенных измерений. В настоящем практикуме такой метод применяется в работах 14, 15, 17. В этих работах экспериментальная зависимость имеет вид прямой линии, выходящей из начала координат: $y = kx$. Величиной, подлежащей определению, является угловой коэффициент наклона k . Он определяется по наклону прямой, проведенной по массиву экспериментальных точек согласно правилу, указанному в п. 5.

Графический способ определения погрешности углового коэффициента состоит в следующем.

1. Весь диапазон экспериментальных точек по оси абсцисс (от нуля до последней точки) разбивается на три равные части, и самую левую

часть (ближнюю к началу координат) из дальнейшего рассмотрения исключают.

2. Через начало координат проводятся две прямые так, чтобы выше одной из них лежало $2/3$ оставшихся точек, а выше другой – $1/3$ точек. Различие в величине k между этими прямыми определяет величину Δk . Стандартная погрешность k находится по формуле

$$\sigma_k = \frac{\Delta k}{\sqrt{n}}, \quad (11)$$

где n – полное число точек на графике.

7. Построение наилучшей прямой методом наименьших квадратов

Этот метод представляет собой способ аналитического определения углового коэффициента и его погрешности. Если согласно теоретической модели ожидаемая прямая проходит через начало координат:

$$y = kx,$$

то наилучшее значение углового коэффициента k и его среднеквадратичная погрешность σ_k определяются по формулам:

$$k = \sum_i x_i y_i / \sum_i x_i^2, \quad (12)$$

$$\sigma_k = \sqrt{\sum (y_i - kx_i)^2 / (N-1) \sum x_i^2}, \quad (13)$$

где x_i, y_i – координаты экспериментальных точек.

ЛИТЕРАТУРА

1. Анализ, обработка и представление результатов измерения физических величин: Лаб. практикум/ В. Н. Холявко и др. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2004.
2. Механика и термодинамика: Лабораторный практикум. Вводное занятие / В.Г. Дубровский и др. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2005.
3. Лабораторные занятия по физике: Учеб. пособие / Гольдин Л.Л., Игошин Ф.Ф., Козел С.М. и др. – М.: Наука, 1983.

4. Сквайрс Дж. Практическая физика. – М.: Мир, 1971.
5. Зайдель А.Н. Погрешности измерений физических величин. – Л.: Наука, 1985.
6. Агекян Т.А. Основы теории ошибок для астрономов и физиков. – М.: Наука. 1972. – 172 с.
7. Тейлор Дж. Введение в теорию ошибок. – М.: Мир, 1985.
8. Худсон Д. Статистика для физиков. – М.: Мир, 1967.
9. Портис А. Физическая лаборатория. – М.: Наука, 1972.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 13

ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ИНДУКЦИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ D ОТ НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ E В СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКЕ

Цель работы

Ознакомление с основными свойствами сегнетоэлектрика. Изучение зависимости индукции электрического поля D и диэлектрической проницаемости ϵ сегнетоэлектрика от напряженности электрического поля E .

Описание установки

На рис. 1 показана схема установки, позволяющая исследовать зависимость $D(E)$ в веществе. В схеме имеется конденсатор C_Y с известным значением емкости и плоский конденсатор C_X , между пластинами которого находится изучаемое вещество. Конденсаторы C_X и C_Y соединены последовательно и подключены к источнику переменного напряжения. Как видно из схемы, напряжение с конденсатора C_X подается на вход X осциллографа, а напряжение с конденсатора C_Y подается на вход Y этого же осциллографа.

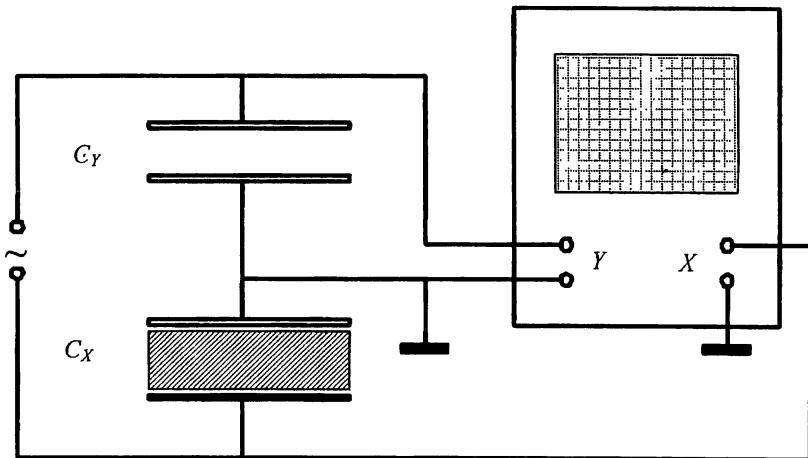


Рис. 1. Блок-схема измерительной установки

Метод измерения

Напряжение U_Y между пластинами конденсатора C_Y есть:

$$U_Y = \frac{q}{C_Y}, \quad (1)$$

где q – заряд на каждой из пластин конденсатора C_Y .

Поскольку оба конденсатора соединены последовательно, то такой же заряд будет на каждой из пластин конденсатора C_X .

Этот заряд можно выразить через индукцию электрического поля D :

$$D = \frac{q}{S}, \quad (2)$$

где S – площадь обкладок конденсатора C_X .

Следовательно,

$$U_Y = \frac{DS}{C_Y}. \quad (3)$$

С другой стороны, напряжение U_X между пластинами конденсатора C_X есть

$$U_X = Ed, \quad (4)$$

где E – напряженность электрического поля между обкладками конденсатора C_X , d – расстояние между его обкладками.

Таким образом, в силу (3) и (4) вертикальное смещение луча осциллографа будет пропорционально индукции электрического поля D в диэлектрике, а горизонтальное смещение луча будет пропорционально напряженности электрического поля в диэлектрике, помещенном между обкладками конденсатора C_X . Следовательно, линия, которую вычертит луч осциллографа, будет показывать зависимость $D(E)$. Для линейного диэлектрика это должна быть прямая линия, а для сегнетоэлектрика получится петля гистерезиса (рис. 2).

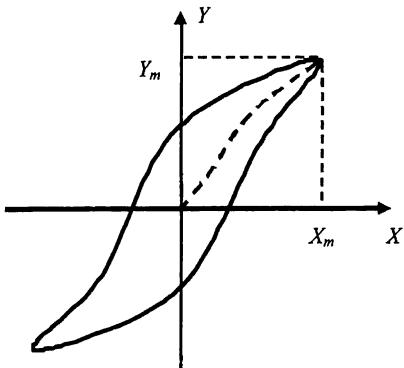


Рис. 2. Петля гистерезиса

Если масштабы разверток осциллографа по осям X и Y известны (m_X, m_Y), то $U_X = m_X x$, $U_Y = m_Y y$. Из (3) и (4) получим:

$$E = x \frac{m_X}{d}, \quad (5)$$

$$D = y \frac{m_Y C_Y}{S}. \quad (6)$$

Измеряя координаты x и y линий на осциллографе, можно затем, используя формулы (5) и (6), построить зависимость $D(E)$, а после этого определить относительную диэлектрическую проницаемость по формуле:

$$\epsilon = \frac{D}{\epsilon_0 E}. \quad (7)$$

Задание к работе

1. Соберите схему по рис. 1 и получите на экране осциллографа ожидаемую картину зависимости $D(E)$.
2. Изменяя напряжение на входе схемы, измерьте шесть раз координаты X_m и Y_m точки, максимально удаленной от начала координат (рис. 2). При нулевом напряжении светящаяся точка должна находиться в центре экрана осциллографа.
3. Используя формулы (5) и (6), рассчитайте соответствующие величины E и D .
4. Нанесите на график, по оси ординат которого откладывается величина $y = D$, а по оси абсцисс – величина $x = E$, точки, соответствующие величинам, вычисленным в п. 3.
5. Выбирая в качестве значений σ_x и σ_y 0.5 цены деления сетки осциллографа, рассчитайте с помощью формул (5) и (6) инструментальные погрешности D и E , нанесите эти погрешности на график.
5. По массиву измеренных экспериментальных точек проведите на графике «наилучшую» кривую, описывающую зависимость $D(E)$.
6. По формуле (7) рассчитайте значения диэлектрической проницаемости ϵ , а также ее погрешность – величину σ_ϵ для всех измеренных значений E и D .
7. Постройте график зависимости диэлектрической проницаемости ϵ от напряженности электрического поля E . На графике укажите область (если таковая есть), где ошибки σ_ϵ сопоставимы с измеряемыми величинами ϵ .

Контрольные вопросы

1. Какова цель работы?
2. Какие зависимости вы собираетесь получить в данной работе?
3. Объясните, почему в схеме, показанной на рис. 1, на экране осциллографа будет вычерчиваться зависимость $D(E)$.
4. Нарисуйте качественный график зависимости $D(E)$ для сегнетоэлектрика при двух разных значениях амплитуды напряжения источника питания. Почему такая зависимость означает, что электрическое поле в сегнетоэлектрике зависит от предыстории диэлектрика, т. е. от предшествующих значений E ?
5. Какие величины характеризуют электрические свойства вещества? Как они связаны между собой?

6. Что называется поляризованностью диэлектрика и каков механизм ее возникновения?
7. Какие вещества называются сегнетоэлектриками и чем они отличаются от обычных диэлектриков?
8. Каков физический смысл вектора D ? Какими зарядами определяется поле вектора D и его поток через замкнутую поверхность в диэлектрике? Объясните соотношение (2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3 т. Том 2. – М.: Наука, 1977. Курс общей физики. В 5 кн. Кн. 2. Электричество и магнетизм. Глава 2. – М.: Наука, 1998.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. В 5 т. Т. III. Электричество, § 10, 12, 15, 26, 39. – М.: Физматлит; Изд-во МФТИ, 2002.
3. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы. Глава 3. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2000 (и любой другой год издания).
4. Калашников С.Г. Электричество, § 50. – М.: Физматлит, 2003.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 14

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ КОНДЕНСАТОРНОГО МАСЛА

Цель работы

Исследование поведения жидкого диэлектрика в неоднородном электрическом поле плоского конденсатора и определение диэлектрической проницаемости этого диэлектрика.

Описание установки

Опытное определение диэлектрической проницаемости в данной работе основано на явлении втягивания диэлектрика в область более сильного поля в неоднородном электрическом поле. Схема установки

приведена на рис. 1. В нее входят: лабораторный автотрансформатор (ЛАТР), вольтметр, высоковольтный трансформатор, к которому подключен плоский конденсатор, погруженный в масло. С помощью ЛАТРа можно изменять напряжение на пластинах конденсатора. Уровень масла в конденсаторе измеряется с помощью микроскопа, который на рис. 1 не показан.

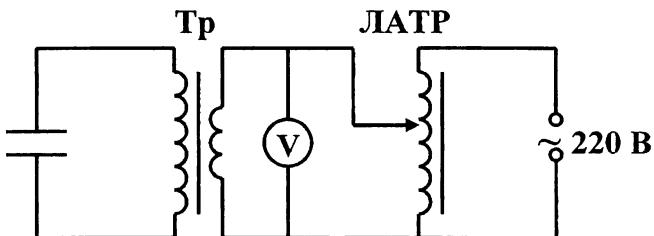


Рис. 1. Блок-схема измерительной установки

Описание метода измерения

Молекулы диэлектрика представляют собой диполи, и поэтому на эти молекулы во внешнем неоднородном электрическом поле будет действовать сила, направленная в сторону возрастания электрического поля. Поскольку на краю конденсатора напряженность электрического поля меньше, чем в средней части конденсатора, возникает сила, втягивающая диэлектрик в конденсатор (рис. 2). Для вычисления этой силы воспользуемся следующими рассуждениями. Если жидкость поднимается на высоту Δh , то втягивающая сила F совершает работу $\Delta A_1 = F\Delta h$. При этом изменится количество энергии, запасенной в конденсаторе, на величину ΔW . Для того чтобы напряжение между обкладками осталось постоянным, нужно, чтобы источник тока совершил работу $\Delta A_2 = U\Delta q$, где U – напряжение между об-

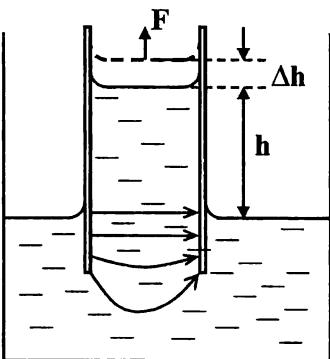


Рис. 2. Схема эксперимента

кладками, Δq – изменение заряда на пластинах конденсатора. Из закона сохранения энергии следует

$$\Delta A_1 + \Delta W = \Delta A_2. \quad (1)$$

Так как заряд конденсатора $q = CU$, где C – емкость конденсатора, то $\Delta q = \Delta C U$, а работа источника тока

$$\Delta A_2 = \Delta C U^2. \quad (2)$$

В этих соотношениях $\Delta C = C(h + \Delta h) - C(h)$, где $C(h)$ – емкость конденсатора с диэлектриком, заполняющим конденсатор на глубину h длины пластины.

Энергия, запасенная в конденсаторе $W = CU^2/2$, а изменение энергии

$$\Delta W = \frac{\Delta C U^2}{2}. \quad (3)$$

Подставляя формулы (2), (3) в (1), получим

$$F\Delta h = \frac{\Delta C U^2}{2}. \quad (4)$$

Вычислим теперь емкость конденсатора $C(h)$ с диэлектриком, вставленным на глубину h длины пластины. Очевидно, такой конденсатор можно рассматривать как параллельное соединение двух конденсаторов, отличающихся только длиной пластин. Та часть конденсатора, в которой нет диэлектрика, имеет емкость

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 a(b-h)}{d}, \quad (5a)$$

а та часть, в которую вставлен диэлектрик, имеет емкость:

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon h a}{d}, \quad (56)$$

где ϵ_0 – электрическая постоянная; ϵ – диэлектрическая проницаемость диэлектрика, a – ширина пластин конденсатора, b – длина пластин конденсатора, d – расстояние между пластинами,

Таким образом, емкость конденсатора с диэлектриком

$$C(h) = C_1 + C_2 = C_0 + \frac{\epsilon_0(\epsilon - 1)ha}{d}, \quad (6)$$

где

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 ba}{d} \quad (7)$$

– емкость пустого конденсатора.

Следовательно,

$$\Delta C = \frac{\epsilon_0(\epsilon - 1)\Delta ha}{d}. \quad (8)$$

Так как в положении равновесия сила F в (4) уравновешивается силой тяжести диэлектрика P , втянутого в конденсатор, то, полагая в (4)

$$F = P = \rho g h da, \quad (9)$$

где ρ – плотность диэлектрика, получим с учетом (8)

$$\rho g h = \epsilon_0(\epsilon - 1) \frac{U^2}{2d^2}. \quad (10)$$

Из (10) видно, что если построить график, по горизонтальной оси которого отложить $U^2/(2d^2)$, а по вертикальной $\rho g h$, то получится прямая линия, угловой коэффициент которой равен $k = \epsilon_0(\epsilon - 1)$. Поэтому диэлектрическую проницаемость диэлектрика можно определить из соотношения

$$\epsilon = 1 + \frac{k}{\epsilon_0}, \quad (11)$$

где $k = \rho g h / (U^2 / (2d^2))$.

Таким образом, измеряя высоту поднятия диэлектрика в конденсаторе при различных напряжениях, мы можем построить этот график и, определив из этого графика угловой коэффициент k , вычислить диэлектрическую проницаемость по формуле (11).

Задание к работе

1. Соберите цепь по схеме рис. 1. От источника 220 В через ЛАТР и высоковольтный трансформатор подайте напряжение на конденсатор.
2. Измерительным микроскопом измерьте расстояние между пластинами конденсатора d , а также высоту поднятия диэлектрика h при

шести значениях напряжения U , на первичной обмотке трансформатора.

3. Зная коэффициент трансформации K , вычислите напряжение на конденсаторе $U = KU_1$, а также величины ρgh и $U^2/2d^2$ для всех измеренных значений h и U_1 .

4. Нанесите на график, по оси ординат которого откладывается величина $y = \rho gh$, а по оси абсцисс – величина $x = U^2/2d^2$, точки, соответствующие величинам, вычисленным в п. 3.

5. Для каждой из измеренных точек вычислите инструментальную погрешность величин $y = \rho gh$ и $x = U^2/2d^2$ и нанесите эти погрешности на график.

6. Проведите «наилучшую» прямую и определите графическим способом угловой коэффициент наклона k этой прямой и его погрешность σ_k (см. п. 6 введения).

7. С помощью формулы (11) вычислите среднее значение диэлектрической проницаемости $\bar{\epsilon}$ и оцените ее погрешность $\sigma_{\bar{\epsilon}}$.

8. Рассчитайте коэффициент наклона k и его погрешность σ_k по формулам метода наименьших квадратов (формулы (12) и (13) введения). По полученным в этом пункте значениям k и σ_k вычислите величины $\bar{\epsilon}$, $\sigma_{\bar{\epsilon}}$ и сравните их с соответствующими величинами, найденными в п. 6.

Контрольные вопросы

1. Какова цель работы?

2. Опишите метод измерения диэлектрической восприимчивости в этой работе.

3. Назовите величины, прямые измерения которых необходимо провести в данной работе.

4. В чем причина втягивания диэлектрика в конденсатор?

5. Какие вещества называются диэлектриками? Каков механизм поляризации диэлектрика?

6. Как вычисляется сила, действующая на диполь в неоднородном электрическом поле?

7. Объясните, как выводится формула (10).

8. Как изменяется заряд на конденсаторе при втягивании диэлектрика при постоянном напряжении U между пластинами?

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И. В. Курс общей физики. В 3 т. – М.: Наука, 1977. – Т. 2, § 29. Курс общей физики. В 5 кн. Книга 2. Электричество и магнетизм. Глава 2, § 4.2. – М.: Наука, 1998.
2. Сивухин Д. В. Общий курс физики. В 5 т. Т. III. Электричество, § 15, 28, 32, 33. – М.: Физматлит; Изд-во МФТИ, 2002.
3. Иродов И. Е. Электромагнетизм. Основные законы. Глава 3. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2000 (и любой другой год издания).

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 15

ИЗМЕРЕНИЕ ГЛУБИНЫ ПРОНИКОВЕНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ВНУТРЬ ПРОВОДНИКА

Цель работы

Изучение зависимости величины ослабления магнитного поля от толщины проводника, зависимости глубины проникновения магнитного поля от его частоты и определение удельной электропроводности проводника.

Теоретическое введение

Рассмотрим полупространство $z > 0$, заполненное однородным проводящим веществом с удельной электропроводностью σ , к которому при $z \leq 0$ приложено внешнее переменное магнитное поле, параллельное оси OX : $B_x(t) = B_0 \cos \omega t$. Магнитное поле $B = B_x(z, t)$, возникающее при этом в проводящей среде, будет зависеть только от расстояния z рассматриваемой точки внутри проводника до его поверхности (рис. 1).

При этих условиях система уравнений Максвелла для полей B , H , E и D в проводящем полупространстве, которое предполагается неферромагнитным, сводится к уравнениям:

$$\frac{\partial H_x(z, t)}{\partial z} = j_y + \frac{\partial D_y(z, t)}{\partial t}, \quad (1a)$$

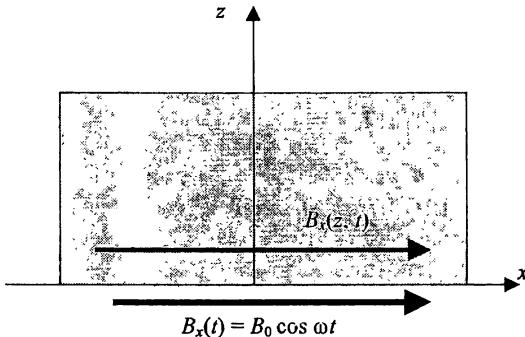


Рис. 1. Проводник в переменном магнитном поле

$$\frac{\partial E_y(z, t)}{\partial z} = \frac{\partial B_x(z, t)}{\partial t}, \quad (16)$$

которые следует дополнить уравнением, связывающим плотность тока j с напряженностью электрического поля E (закон Ома),

$$j_y = \sigma E_y. \quad (2)$$

В средах с хорошей проводимостью плотность тока смещения j_d , описываемая вторым членом в правой части уравнения (1а), мала по сравнению с плотностью тока проводимости j (отношение $j_d / j \approx \epsilon_0 v / \sigma$, где v – частота изменения поля во времени, в металлах много меньше единицы вплоть до частот $v \sim 10^{10}$ Гц). Поэтому, пренебрегая токами смещения, а также учитывая то, что в неферромагнитном проводнике $B = \mu_0 H$, уравнения (1) и (2) можно переписать в виде:

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} = \sigma E_y; \quad \frac{\partial E_y}{\partial z} = \mu_0 \sigma \frac{\partial H_x}{\partial t}. \quad (3)$$

Исключая электрическое поле (для этого первое уравнение дифференцируем по z и выражаем производную $\partial E_y / \partial z$ из второго уравнения), получаем уравнение, определяющее напряженность магнитного поля $H_x(z, t)$ внутри проводящей среды:

$$\frac{\partial^2 H_x(z, t)}{\partial z^2} = \mu_0 \sigma \frac{\partial H_x(z, t)}{\partial t}. \quad (4)$$

Если на поверхности проводника $z = 0$ создано переменное магнитное поле $H_x(0, t) = H_0 \cos \omega t$, то внутри проводника поле равно

$$H_x(z, t) = H_0 e^{-kz} \cos(\omega t - kz), \quad (5)$$

где $k = \sqrt{\omega \sigma \mu_0 / 2}$.

В справедливости (5) легко убедиться прямой подстановкой в уравнение (4). Из найденного решения следует, что амплитуда поля H_m убывает внутри проводника по закону

$$H_m = H_0 e^{-kz}. \quad (6)$$

Величина $\delta = 1/k$ называется глубиной проникновения поля в проводник (или толщиной скин-слоя) и равна расстоянию от поверхности проводника, на котором напряженность поля уменьшается в e раз. Логарифм отношения H_0/H_m линейно зависит от z : $\ln(H_0/H_m) = kz$. Используя эту зависимость, легко определить глубину проникновения поля в проводник (рис. 2).

Угловой коэффициент наклона прямой на рис. 2 равен $k = \Delta \ln(H_0/H_m) / \Delta z$.

Учитывая, что $k \equiv \frac{1}{\delta} = \sqrt{\omega \sigma \mu_0 / 2}$, отсюда можно получить значение удельной проводимости σ по формуле

$$\sigma = 2k^2 / \omega \mu_0 = k^2 / \pi v \mu_0. \quad (7)$$

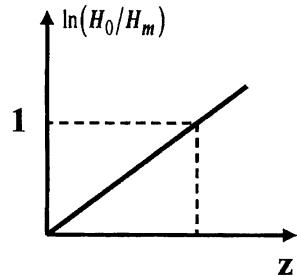


Рис. 2. Зависимость $\ln(H_0/H_m)$ от z

Описание эксперимента

Схема экспериментальной установки показана на рис. 3. Установка состоит из длинного соленоида S , подключенного к генератору переменного тока (на рисунке не показан), создающего однородное магнитное поле. Внутрь соленоида можно вставлять металлические цилиндры M с различной толщиной стенок d . Для измерения амплитуды

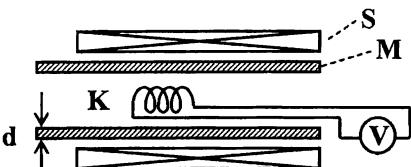


Рис. 3. Электрическая сила измерений

магнитного поля служит измерительная катушка K , подключенная к вольтметру. Легко показать, что при постоянной частоте источника тока напряжение на зажимах катушки прямо пропорционально напряженности магнитного поля на оси соленоида. Поэтому

$$\ln \frac{H_0}{H_m} = \ln \frac{U_0}{U_m}. \quad (8)$$

Здесь U_0 – напряжение на измерительной катушке, измеренное без цилиндра M , а U_m – напряжение, измеренное при вставленном цилиндре. Магнитное поле внутри стенок цилиндра будет затухать в соответствии с законом (6), где z следует заменить на d . Измеряя U_0 и U_m для различных значений d , можно построить график зависимости $\ln(U_0/U_m)$ от d , который должен совпадать с графиком на рис. 2 и может быть использован для расчета толщины скин-слоя δ и проводимости σ .

Задание к работе

1. Для нескольких цилиндров с различной толщиной стенки d проведите для каждого цилиндра измерения напряжений U_0 и U_m на трех разных частотах.
2. Постройте три графика, соответствующих трем различным частотам, нанеся экспериментальные точки, соответствующие величинам $\ln(U_0/U_m)$ и d . При этом по оси ординат откладывается величина $y = \ln(U_0/U_m)$, а по оси абсцисс – величина $x = d$.
3. Для каждой из полученных экспериментальных точек вычислите инструментальную погрешность величин $y = \ln(U_0/U_m)$ и $x = d$ и нанесите эти погрешности на соответствующие графики.
4. На каждом графике проведите «наилучшую» прямую и определите графическим способом угловой коэффициент наклона k этой прямой и его погрешность σ_k (см. п. 6 введения).
5. Используя результаты предыдущего пункта и формулу переноса ошибок, определите для каждого графика средние значения глубины проникновения $\bar{\delta}$ и проводимости $\bar{\sigma}$, а также их погрешности $\sigma_{\bar{\delta}}$ и $\sigma_{\bar{\sigma}}$.

6. Для каждого из графиков рассчитайте коэффициент наклона k и его погрешность σ_k по формулам метода наименьших квадратов (формулы (12) и (13) введены). По полученным в этом пункте значениям k и σ_k вычислите средние значения глубины проникновения $\bar{\delta}$ и проводимости $\bar{\sigma}$, а также их погрешности $\sigma_{\bar{\delta}}$ и $\sigma_{\bar{\sigma}}$. Сравните значения этих величин с соответствующими значениями, найденными в п. 5.

7. Постройте график зависимости $\bar{\delta}$ от обратной частоты $1/v$.

Контрольные вопросы

1. Какова цель работы?

2. Прямые измерения каких величин вы будете проводить в данной работе?

3. Что такое толщина скин-слоя δ и как она зависит от частоты v ?

Опишите метод измерения этой величины в данной работе.

4. Какие графики вы будете строить в данной работе?

5. Дайте вывод уравнения (4).

6. Покажите, что формула (5) является решением уравнения (4) и что $k = \sqrt{\omega \sigma \mu_0 / 2}$.

7. Докажите формулу (8).

8. Оцените величину отношения тока смещения к току проводимости I_d/I в ваших экспериментах.

9. Укажите на рис. 1, куда будет направлен поверхностный ток, и запишите его зависимость от координат и времени $j(z, t)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тамм И.Е. Основы теории электричества. Гл. 6, § 90. – М.: Физматлит, 2003.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. В 5 т. Т. III. Электричество, § 144. – М.: Физматлит; Изд-во МФТИ, 2002.
3. Калашников С.Г. Электричество. Глава 13, § 134. – М.: Физматлит, 2003.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 16

ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ B ОТ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ H В ФЕРРОМАГНЕТИКЕ

Цель работы

Ознакомление с основными свойствами ферромагнетика. Изучение кривой намагничивания ферромагнетика $B(H)$ и получение зависимости его магнитной проницаемости μ от напряженности магнитного поля H .

Описание метода измерений и установки

Петлю гистерезиса, описывающую зависимость $B(H)$ в ферромагнетике, можно получить на экране осциллографа, если на вход X подать напряжение U_X , пропорциональное напряженности магнитного поля H , а на вход Y подать напряжение U_Y , пропорциональное индукции поля B . Для этого служит установка, схема которой показана на рис. 1.

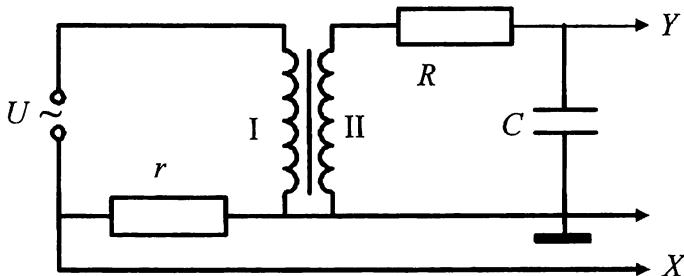


Рис. 1. Блок-схема измерительной установки

Регулируемое напряжение U подается через сопротивление r на первичную обмотку трансформатора с замкнутым сердечником из ферромагнетика. Ток в первичной обмотке I возбуждает в сердечнике магнитное поле. Мы будем предполагать, что весь поток магнитного

поля сосредоточен внутри сердечника. Тогда напряженность поля H постоянна вдоль сердечника и циркуляция магнитного поля внутри сердечника будет равна Hl , где l – длина средней силовой линии, равная среднему периметру сердечника.

По закону полного тока $Hl = N_I I$, где N_I – число витков в первичной обмотке; I – ток в ней. Падение напряжения на резисторе r равно

$$U_X = Ir = \frac{lr}{N_I} H . \quad (1)$$

Следовательно, если подать это напряжение на вход X осциллографа, то смещение луча по горизонтали будет пропорционально величине H .

Для измерения индукции B используется вторичная обмотка II трансформатора. Напряжение на зажимах этой обмотки, в соответствии с законом электромагнитной индукции, равно

$$U_{II} = N_2 \frac{d\Phi}{dt} = N_2 S \frac{dB}{dt} , \quad (2)$$

где Φ – поток магнитной индукции внутри сердечника; S – площадь поперечного сечения сердечника; N_2 – число витков во вторичной обмотке.

Напряжение U_{II} пропорционально производной dB/dt , поэтому для изучения зависимости $B(H)$ его необходимо проинтегрировать. Для этого используется цепь RC . Если сопротивление резистора R взять достаточно большим, то ток через цепь RC будет определяться величиной R :

$$I_{II} = \frac{U_{II}}{R} = \frac{N_2 S}{R} \frac{dB}{dt} . \quad (3)$$

При этом заряд конденсатора C равен

$$q = \int I_{II} dt = \frac{N_2 S}{R} B , \quad (4)$$

а напряжение на конденсаторе

$$U_Y = \frac{q}{C} = \frac{N_2 S}{RC} B . \quad (5)$$

Следовательно, если это напряжение подать на вход Y осциллографа, то отклонение луча по вертикали будет пропорционально величине B .

Наблюдаемые отклонения луча осциллографа вдоль осей X и Y связаны с подаваемыми напряжениями соотношениями $U_X = m_X \cdot x$, $U_Y = m_Y \cdot y$, где m_X и m_Y – масштабные коэффициенты развертки по осям X и Y соответственно (они показывают, сколько вольт приходится на 1 см отклонения луча); через эти отклонения в силу (1) и (5) можно выразить величины H и B :

$$H = \frac{m_X N_1}{l_r} x, \quad (6)$$

$$B = \frac{m_Y R C}{N_2 S} y. \quad (7)$$

На рис. 2 показана петля гистерезиса, описывающая зависимость $B(H)$. Площадь этой петли гистерезиса зависит от типа ферромагнетика и пропорциональна мощности потерь на его перемагничивание. Для трансформаторной стали (магнито-мягкое железо) эта площадь может быть очень малой. Вершина петли гистерезиса лежит на линии, называемой основной кривой намагничивания. Ее можно построить, измеряя координаты вершины при различных значениях амплитуды напряженности магнитного поля (пунктирная кривая на рис. 2).

Задание к работе

1. Соберите схему по рис. 1 и получите на экране осциллографа ожидаемую картину зависимости $B(H)$.

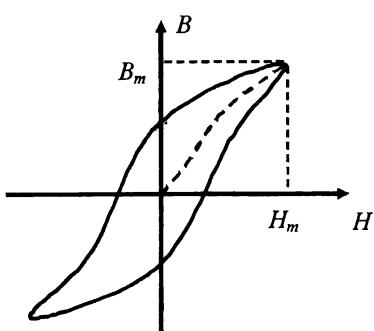


Рис. 2. Зависимость $B(H)$

2. Изменяя напряжение на входе схемы, измерьте шесть раз координаты H_m , B_m точки, максимально удаленной от начала координат (рис. 2). При нулевом напряжении светящаяся точка должна находиться в центре экрана осциллографа.

3. Используя формулы (6) и (7), рассчитайте соответствующие величины B_m и H_m для всех измеренных точек.

4. Нанесите на график, по оси ординат которого откладывается

величина $y = B_m$, а по оси абсцисс – величина $x = H_m$, точки, соответствующие величинам, вычисленным в п. 3.

5. Выбирая в качестве значений σ_x и σ_y 0.5 цены деления сетки осциллографа, рассчитайте с помощью формул (6) и (7) инструментальные погрешности B и H и нанесите эти погрешности на график.

6. По массиву измеренных экспериментальных точек проведите на графике «наилучшую» кривую, описывающую зависимость $B(H)$.

7. С помощью формулы $\mu = B/H\mu_0$ рассчитайте значения магнитной проницаемости μ и ее погрешность σ_μ для всех измеренных значений B и H .

8. Постройте график зависимости $\mu(H)$. На графике укажите область (если таковая есть), где ошибки σ_μ сопоставимы с измеряемыми величинами μ .

Контрольные вопросы

1. Какова цель работы?

2. Какие зависимости вы собираетесь получить в данной работе?

3. Объясните, почему в схеме, показанной на рис. 1, на экране осциллографа будет вычерчиваться зависимость $B(H)$.

4. Какие величины характеризуют магнитные свойства вещества? Как они связаны между собой?

5. Поясните природу пара-, диа- и ферромагнетизма и характер зависимости намагниченности M от поля H для каждого из этих случаев.

6. Каков физический смысл вектора H ? Какими токами в магнетике определяются поле вектора H и его циркуляция?

7. Нарисуйте качественный график ожидаемой зависимости $\mu(H)$.

8. Нарисуйте качественный график зависимости $B(H)$ для ферромагнетика при двух разных значениях амплитуды напряжения источника питания. Почему такая зависимость означает, что магнитное поле в ферромагнетике зависит от его предыстории, т. е. от предшествующих значений H ?

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3 т. Том 2. – М.: Наука, 1977. Курс общей физики. В 5 кн. Кн. 2. Электричество и магнетизм. Глава 7. – М.: Наука, 1998.

2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. В 5 т. Т. III. Электричество, § 74. – М.: Физматлит, Изд-во МФТИ, 2002.

3. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы. Глава 7. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2000 (и любой другой год издания).

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 17

ИЗМЕРЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ МАГНЕТОМЕТРИЧЕСКИМ МЕТОДОМ И ИЗУЧЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ КРУГОВОГО ТОКА

Цель работы

Измерение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли и измерение зависимости магнитного поля на оси кругового тока от расстояния до его центра.

Теория экспериментального метода

Земной шар – это громадный магнит со своим магнитным полем. Северный магнитный полюс Земли N расположен вблизи южного географического полюса, южный магнитный полюс S – вблизи Северного географического полюса. Положение полюсов N и S определяет направление магнитной оси Земли и ее магнитного экватора. И только на экваторе направление напряженности магнитного поля Земли совпадает с географическим горизонтом. Для всех других точек земной поверхности вектор напряженности магнитного поля представляется в виде суммы горизонтальной составляющей \vec{H}_0 и вертикальной составляющей \vec{H}_B . Метод определения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли состоит в том, что к этой неизвестной величине \vec{H}_0 , направленной по магнитному меридиану, с помощью плоской катушки добавляют поперечно направленное магнитное поле этой ка-

тушки с током, \vec{H}_z , которое легко вычисляется. В результате сложения образуется результирующее магнитное поле с напряженностью

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_z.$$

Напряженность магнитного поля на оси плоской круговой катушки

$$H_z = \frac{NIR^2}{2(R^2 + h^2)^{3/2}}, \quad (1)$$

где I – сила тока в катушке; N – число витков; R – радиус катушки; h – расстояние от плоскости катушки до точки наблюдения.

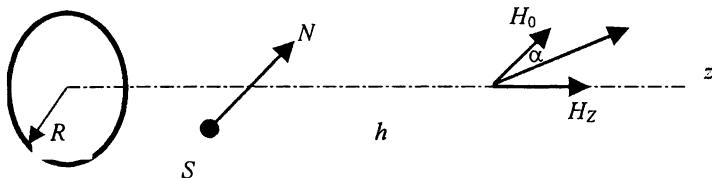


Рис. 1. Напряжение магнитного поля на оси катушки

Измерение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

Для измерения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли необходимо поместить в центр плоской катушки, сориентированной своей плоскостью вдоль магнитного меридиана, компас и пропустить по катушке ток. В результате стрелка компаса установится по направлению результирующего магнитного поля, которое является суперпозицией магнитного поля Земли и магнитного поля кругового тока. Из рис. 1 следует, что угол отклонения α стрелки компаса есть

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{H_z}{H_0}. \quad (2)$$

Из формул (1) и (2) следует, что $\operatorname{tg} \alpha$ пропорционален току I в круговой катушке:

$$\operatorname{tg} \alpha = K(h)I, \quad (3)$$

где

$$K(h) = \frac{NR^2}{2H_0(R^2 + h^2)^{3/2}}. \quad (4)$$

Если стрелка компаса находится в центре токовой петли ($h = 0$), то

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{N}{2H_0 R} I. \quad (5)$$

Таким образом, если построить график, по горизонтальной оси которого отложить ток I , а по вертикальной – $\operatorname{tg} \alpha$, то получится прямая линия, угловой коэффициент наклона которой равен

$$k = \frac{N}{2H_0 R}. \quad (6)$$

Экспериментально определив значение k , можно из (6) вычислить величину горизонтальной составляющей магнитного поля Земли:

$$H_0 = \frac{N}{2kR}. \quad (7)$$

Исследование магнитного поля на оси кругового тока

Зависимость магнитного поля на оси витка кругового тока от расстояния h до его центра определяется посредством перемещения компаса вдоль оси витка и измерением угла отклонения магнитной стрелки в фиксированных точках на оси. При этом ток I через виток не меняется. Зависимость магнитного поля витка от h определяется из (2):

$$H_z = H_0 \operatorname{tg} \alpha. \quad (8)$$

Задания к работе

Измерение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

1. Поместите компас в центр токовой катушки так, чтобы направление стрелки компаса совпало с плоскостью витков катушки.
2. Измерьте угол отклонения стрелки компаса для шести значений силы тока. Угол отклонения измеряется в каждом случае при двух про-

тивоположных направлениях тока и определяется его среднее значение по двум измерениям.

3. Нанесите на график, по оси ординат которого откладывается величина $y = \operatorname{tg} \alpha$, а по оси абсцисс – величина $x = I$, точки, соответствующие величинам, определенным в п. 2.

4. Для каждой из измеренных точек вычислите инструментальную погрешность величин $y = \operatorname{tg} \alpha$ и $x = I$ и нанесите эти погрешности на график.

5. Проведите «наилучшую» прямую и определите графическим способом угловой коэффициент наклона k этой прямой и его погрешность σ_k (см. п. 6 введения).

6. С помощью формулы (7) вычислите среднее значение магнитного поля Земли H_0 и оцените его погрешность σ_{H_0} .

7. Рассчитайте коэффициент наклона k и его погрешность σ_k по формулам метода наименьших квадратов (формулы (12) и (13) введения). По полученным в этом пункте значениям k и σ_k вычислите величины H_0 и σ_{H_0} и сравните их с соответствующими величинами, найденными в п. 6.

Измерение зависимости магнитного поля на оси витка от расстояния до его центра

1. Перемещая компас вдоль оси витка, измерьте угол отклонения магнитной стрелки для шести значений h . Для каждого значения h угол α определяется при двух противоположных значениях тока I и затем вычисляется среднее значение этого угла.

2. Используя полученные ранее значения для напряженности магнитного поля Земли и его погрешности, определите из формулы (8) магнитное поле витка H_z и его погрешность σ_{H_z} в каждой из шести точек.

3. Определенные в п. 2 значения H_z и его погрешности нанесите на график, по оси ординат которого откладывается величина H_z , а по оси абсцисс – величина h .

4. По массиву экспериментальных точек этого графика проведите «наилучшую» кривую.

5. Постройте на этом же графике теоретическую зависимость $H_z(h)$ (формула (1)) и сравните эту зависимость с «наилучшей» кривой, полученной в предыдущем пункте.

Контрольные вопросы

1. Какова цель работы?
2. Опишите метод измерения горизонтальной составляющей напряженности магнитного поля Земли, который применяется в данной работе.
3. Опишите метод измерения зависимости магнитного поля на оси кругового тока от расстояния до его центра, который применяется в данной работе.
4. Сформулируйте закон Био–Савара–Лапласа.
5. С помощью закона Био–Савара–Лапласа выведите формулу (1).
6. Как зависит напряженность магнитного поля кругового витка с током от h , если $h >> R$?
7. Как зависит угол отклонения стрелки компаса от ее расстояния h до центра круговой петли?

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3 т. Том 2. – М.: Наука, 1977. Курс общей физики. В 5 кн. Кн. 2. Электричество и магнетизм. Глава 6. – М.: Наука, 1998.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. В 5 т. Т. III. Электричество, § 50, 51. – М.: Физматлит; Изд-во МФТИ, 2002.
3. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы. Глава 6. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2000 (и любой другой год издания).
4. Калашников С.Г. Электричество. Глава 8. – М.: Физматлит, 2003.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 18

ИЗМЕРЕНИЕ МАГНИТНОЙ ВОСПРИИМЧИВОСТИ ПАРА- И ДИАМАГНИТНЫХ ВЕЩЕСТВ ПО МЕТОДУ ФАРАДЕЯ

Цель работы

Практическое ознакомление с работой измерителя магнитной восприимчивости (ИМВ) и определение с его помощью магнитной восприимчивости пара- и диамагнитных материалов.

Теория эксперимента и описание установки

Степень намагничивания вещества характеризуется магнитным моментом единицы объема. Эту величину называют намагченностью и обозначают M . Намагченность зависит от свойств вещества и значения индукции намагничивающего поля B_0 . Во многих случаях для однородных и изотропных сред эту зависимость можно считать линейной:

$$M = \frac{\chi B}{\mu_0}, \quad (1)$$

где μ_0 – магнитная постоянная, χ – магнитная восприимчивость: безразмерная величина, характеризующая способность вещества к намагничиванию. Магнитная восприимчивость выражается через магнитную проницаемость μ следующим образом: $\mu = 1 + \chi$.

Соотношение (1) справедливо при $\chi \ll 1$, что с большим запасом выполняется для слабомагнитных веществ, у которых χ лежит в диапазоне $10^{-6} \dots 10^{-3}$.

Для измерения магнитной восприимчивости слабомагнитных веществ наиболее распространен метод, основанный на измерении силы, действующей на исследуемый образец в неоднородном магнитном поле (метод Фарадея). Проекция силы f_x на направление неоднородности магнитного поля с индукцией $B(x)$, с которой поле действует на единицу объема образца в вакууме, равна

$$f_x = M \frac{dB(x)}{dx}. \quad (2)$$

Подставив (1) в (2), получим выражение для объемной плотности силы:

$$f_x = \chi \frac{B}{\mu_0} \frac{dB(x)}{dx}. \quad (3)$$

Для определения полной силы F_x , действующей на образец объема V , рассмотрим два предельных случая, реализуемых в реальных измерительных установках.

1. Пусть исследуемый образец настолько мал, что во всем его объеме произведение BdB/dx , входящее в выражение (3), можно считать постоянным (иначе говоря, размеры образца малы по сравнению с характерным размером неоднородности магнитного поля). Тогда полная сила

$$F_x = f_x V = \chi \frac{B}{\mu_0} \frac{dB(x)}{dx} V. \quad (4)$$

Применяя в качестве источника намагничивающего поля $B(x)$ магнит, размеры которого много меньше расстояния X до исследуемого образца, можно для $B(x)$ воспользоваться в формуле (4) выражением для магнитного поля диполя, ориентированного вдоль оси OX :

$$B(x) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{p_m}{x^3}, \quad (5)$$

где p_m – эффективный магнитный момент источника поля. Подставляя это значение $B(x)$ в формулу (4), получаем следующее выражение для силы:

$$F_X = -\chi \frac{3\mu_0}{4\pi^2} \frac{p_m^2}{x^7} V. \quad (6)$$

Недостатками метода определения магнитной восприимчивости χ , использующего рассмотренный предельный случай, являются, во-первых, зависимость силы не только от магнитных свойств образца, но и от его объема, и, во-вторых, быстрое убывание силы с ростом расстояния X между магнитом и образцом, что приводит к низкой эффективности взаимодействия магнита с образцом и поэтому требует очень высокой точности измерения силы.

2. Отмеченные недостатки устраняются при использовании другого предельного соотношения между размерами образца, магнита и расстояниями между ними. Пусть магнит по-прежнему мал по сравнению с расстоянием r до ближайшей поверхности образца, но размеры образца существенно превышают как размеры магнита, так и расстояние r . Благодаря быстрому $(1/x^7)$ убыванию силы взаимодействия магнита с каждым из элементарных объемов внутри исследуемого образца при

увеличении расстояния X между ними, можно предположить, что в образце существует прилегающая к магниту область («зона влияния»), которая дает основной вклад в полную силу F (заштрихованная область на рис. 1), а влиянием остального объема образца можно пренебречь.

Таким образом, сила взаимодействия F магнита с образцом в этом случае перестает зависеть от объема

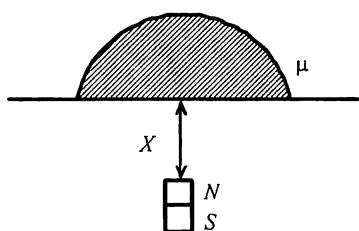


Рис. 1. Образец в поле магнита

(и формы) образца, а сам образец можно рассматривать как неограниченную среду с магнитной проницаемостью μ , заполняющую все полупространство.

Экспериментальные исследования показали, что «зона влияния» действительно существует, а при достаточно больших размерах образца сила взаимодействия с магнитом равна

$$F_x = -\chi \frac{\mu_0}{8} \frac{p_m^2}{x^4} = -\chi A. \quad (7)$$

Зная постоянную A , по измеренной силе F_x легко вычислить магнитную восприимчивость χ .

Рассмотренный принцип положен в основу работы измерителя магнитной восприимчивости (ИМВ). Упрощенная схема прибора приведена на рис. 2.

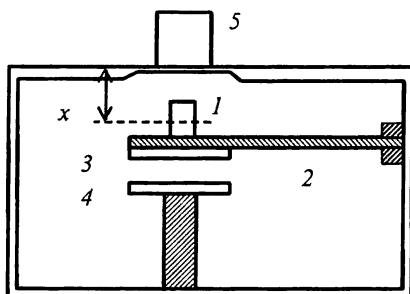


Рис. 2. Схема измерителя магнитной восприимчивости

При установке исследуемого образца 5 на предметный стол измерителя постоянный магнит 1, закрепленный на конце плоской пружины 2, будет изменять свое положение. При этом расстояние либо увеличится, либо уменьшится в зависимости от того, является вещества образца парамагнетиком или диамагнетиком. Изменение r приведет к изменению емкости C_0 конденсатора, образованного плоскими обкладками 3 (подвижная) и 4 (неподвижная). Последнее изменение с помощью электронной схемы преобразуется в электрический сигнал, выводимый на внешние измерительные приборы. Конструктивно ИМВ выполнен так, что расстояние r практически постоянно, так как его изменения $\Delta r << r$.

С помощью ИМВ реализуются два метода измерения.

1. Основной метод – метод непосредственной оценки, заключающийся в том, что измеряемая милливольтметром амплитуда выводимого сигнала U пропорциональна величине магнитной восприимчивости образца: $\chi = \alpha U$. Необходимые для расчета значения коэффициента α приведены на градуировке шкалы измерений ИМВ.

2. Метод сравнения с калибровочным образцом, аналитически выражаемый формулой $\chi = \chi_C U / U_C$, где χ_C – значение магнитной восприимчивости калибровочного образца, χ – измеряемая магнитная восприимчивость, U_C , U – показания милливольтметра, соответствующие калибровочному и исследуемому образцам.

Задания к работе

Измерение магнитной восприимчивости прямым методом

1. Изучить инструкцию по пользованию ИМВ и привести его в рабочее состояние.
2. Снять показания милливольтметра до и после установки образца на предметный столик и найти разность ΔU этих двух показаний в милливольтах. Повторить эти измерения для одного и того же образца не менее десяти раз.
3. Вычислить среднее значение $\overline{\Delta U}$ величины ΔU и ее стандартное отклонение $\sigma_{\Delta U}$; затем по формуле $\chi = \alpha \Delta U$, где α – цена деления шкалы ИМВ, определить среднее значение $\overline{\chi}$ величины χ и ее стандартное отклонение σ_χ .
4. Повторить пп. 2 и 3 для образцов двух других веществ.

Измерение магнитной восприимчивости методом сравнения

1. Переключатель «ЦЕНА ДЕЛЕНИЯ» ИМВ установить в положение «I».
2. Для одного из стандартных образцов с известным значением магнитной восприимчивости χ_C произвести ряд измерений (не менее десяти) разностей выходного напряжения ИМВ ΔU_C , устанавливая образец на предметный стол и снимая с него замеры.
3. Вычислить среднее значение $\overline{\Delta U_C}$ величины ΔU_C и ее стандартное отклонение $\sigma_{\Delta U_C}$.

4. Повторить измерения п. 2 для образца, магнитная восприимчивость которого неизвестна (желательно использовать один из образцов, восприимчивость которого определялась по методике, изложенной в пп. 2, 3 и 4 раздела I).

5. С помощью формулы $\chi = \chi_C (\Delta U / \Delta U_C)$ вычислить среднее значение магнитной восприимчивости $\bar{\chi}$ измеряемого образца и оценить ее среднюю квадратичную погрешность σ_χ . Сравнить полученные значения $\bar{\chi}$ и σ_χ с результатами измерений, проведенных на этом образце ранее (пп. 2, 3 и 4 раздела I).

Контрольные вопросы

1. Какова цель работы?
2. Какие методы измерения магнитной восприимчивости применяются в данной работе? Поясните их недостатки и достоинства.
3. Какие физические явления лежат в основе метода Фарадея? Почему этот метод мало пригоден для измерения магнитной восприимчивости ферромагнетиков?
4. Какие величины характеризуют магнитные свойства вещества? Как они связаны между собой?
5. Какова природа диа- и парамагнетизма? Каков характер зависимости намагниченности M от поля H для каждого из этих случаев?

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3 т. Том 2. – М.: Наука, 1977. Курс общей физики. В 5 кн. Кн. 2. Электричество и магнетизм. Глава 7. – М.: Наука, 1998.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. В 5 т. Т. III. Электричество, § 58, 59, 60, 61, 76, 77, М.: Физматлит; Изд-во МФТИ, 2002.
3. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы. Глава 7. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2000 (и любой другой год издания).
3. Антонов В.Г., Петров Л.М., Щепкин А.П. Средства измерений магнитных параметров. – Л.: Энергоатомиздат, 1986.