

Министерство образования и науки Российской Федерации

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

53
М 55

№ 3307

МЕХАНИКА, МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Методические указания и сборник заданий

НОВОСИБИРСК
2007

УДК 531+539.19+536.7](07)
М 55

Составители: *О.В. Кибис*, д-р физ.-мат. наук, проф.
М.П. Сарина, канд. техн. наук, доц.
Ю.В. Соколов, канд. техн. наук, доц.
Рецензент: *А.В. Баранов*, канд. физ.-мат. наук, доц.

Представленные в данном сборнике задачи по механике, термодинамике и молекулярной физике могут быть использованы в качестве материалов расчетно-графического задания, выдаваемого студентам 1-го курса дневного и заочного отделений НГТУ, факультетов РЭФ, ФТФ, ФЭН.

Работа подготовлена на кафедре
прикладной и теоретической физики

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Решения большинства задач следует начинать с выполнения чертежа, даже если вам кажется, что и без чертежа условия задачи понятны. На чертеже должны быть указаны все приведенные в задаче данные.

2. Численные величины, представленные в задаче, должны быть переведены в систему СИ, что позволит в процессе решения избежать численных ошибок.

3. Решение задач сначала следует проводить в аналитическом виде и только в полученное выражение подставлять численные значения.

4. Следует проверить размерность полученного в аналитическом виде ответа.

5. Полученные вами численные ответы следует проверить на «здоровый смысл». Если скорость движения теннисного мяча окажется больше скорости света, а его масса окажется сравнима с массой Земли, то стоит еще раз проверить свое решение.

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

ДИНАМИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

1. Второй закон Ньютона в общем случае выражается формулой

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m\vec{V})}{dt} = m\vec{a}.$$

Если сила \vec{F} постоянна по величине и действует в неизменном направлении, то изменение импульса тела за конечный промежуток времени Δt равно

$$\Delta\vec{P} = \vec{F}\Delta t = m\vec{V}_2 - m\vec{V}_1.$$

2. Сила, действующая на материальную точку, движущуюся по кривой, может быть разложена на две составляющие: тангенциальную (направленную по касательной к траектории) и нормальную (направленную по нормали к центру кривизны).

Тангенциальная сила

$$F_{\tau} = ma_{\tau} = m \frac{dV}{dt}$$

или $F_{\tau} = m\varepsilon R$, где R – радиус кривизны траектории; ε – угловое ускорение.

Нормальная, или центростремительная, сила есть

$$F_n = ma_n = \frac{mV^2}{R} = m\omega^2 R,$$

где ω – угловая скорость.

3. Применение законов сохранения импульса и энергии к центральному соударению тел позволяет определить:

- работу деформации при абсолютно неупругом соударении как разность кинетической энергии тел до и после удара:

$$A = \Delta T = (T_1 + T_2) - T,$$

где T_1 и T_2 – кинетические энергии тел до соударения, а T – общая кинетическая энергия тел после соударения;

- скорости тел после абсолютно упругого соударения:

$$U_1 = \frac{V_1(m_1 - m_2) + 2m_2V_2}{m_1 + m_2}, \quad U_2 = \frac{V_2(m_2 - m_1) + 2m_1V_1}{m_1 + m_2},$$

где V_1 и V_2 – соответствующие скорости тел до соударения.

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

1. Момент импульса материальной точки относительно точки O :

$$\vec{L} = [\vec{r} \times m\vec{V}], \quad L = mVr \sin \alpha,$$

где m – масса материальной точки, \vec{V} – ее линейная скорость; \vec{r} – радиус-вектор, проведенный из точки O к материальной точке; α – угол между векторами \vec{V} и \vec{r} .

Момент импульса твердого тела относительно оси Z , совпадающей с его осью симметрии:

$$L_Z = \omega_Z J_Z,$$

где ω_Z – угловая скорость вращения тела относительно оси Z , а J_Z – его момент инерции относительно этой оси.

2. Момент силы относительно точки O

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}], \quad M = Fr \sin \alpha,$$

где \vec{r} – радиус-вектор, проведенный из точки O в точку приложения силы; α – угол между вектором силы и радиус вектором \vec{r} .

3. Момент инерции:

- материальной точки $J = mr^2$;
- твердого тела $J = \int r^2 dm$,

где r – расстояние от элемента массы dm до оси вращения.

Моменты инерции некоторых тел правильной геометрической формы:

- для однородного стержня массой m и длиной l :

$$J = \frac{1}{12} ml^2 \quad \text{– относительно оси, проходящей через центр стержня}$$

перпендикулярно к нему;

$$J = \frac{1}{3} ml^2 \quad \text{– относительно оси, проходящей через конец стержня}$$

перпендикулярно к нему;

- для тонкого кольца, обруча, трубы радиусом R и массой m :

$$J = mR^2 \quad \text{– относительно оси, совпадающей с осью симметрии;}$$

• для сплошного однородного цилиндра (диска) массой m и радиусом R :

$$J = \frac{1}{2} mR^2 \quad \text{– относительно оси, совпадающей с осью симметрии;}$$

- для однородного шара массой m и радиусом R :

$$J = \frac{2}{5} mR^2 \quad \text{– относительно оси, проходящей через центр шара.}$$

4. Теорема Штейнера:

$$J = J_0 + ma^2,$$

где J_0 – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс тела; J – момент инерции тела относительно произвольной оси, параллельной предыдущей; a – расстояние между осями; m – масса тела.

5. Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно оси Z

$$M_Z = J_Z \frac{d\omega}{dt},$$

где M_Z – момент действующих на тело сил относительно оси Z ; $d\omega$ – изменение угловой скорости тела за время dt ; J_Z – момент инерции тела относительно оси Z .

6. Закон сохранения момента импульса:

- в общем виде

$$\sum_i \vec{L}_i = \text{const};$$

- для двух тел

$$J_1\omega_1 + J_2\omega_2 = J'_1\omega'_1 + J'_2\omega'_2,$$

где $J_1, J_2, \omega_1, \omega_2$ – моменты импульса и угловые скорости тел до взаимодействия; $J'_1, J'_2, \omega'_1, \omega'_2$ – те же величины после взаимодействия.

7. Работа постоянного момента сил, действующего на вращающееся тело:

$$A = M\varphi,$$

где φ – угол поворота; M – момент сил.

8. Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости:

$$T = \frac{mV^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2},$$

где $\frac{mV^2}{2}$ – кинетическая энергия поступательного движения; $\frac{J\omega^2}{2}$ – кинетическая энергия вращательного движения.

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ МЕХАНИКА

1. В направлении движения длина ℓ тела, движущегося со скоростью V относительно некоторой системы отсчета, связана с длиной ℓ_0 тела, неподвижного в данной системе, соотношением

$$\ell = \ell_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}},$$

где c – скорость света.

2. Промежуток времени $\Delta\tau$ в системе, движущейся со скоростью V по отношению к наблюдателю, связан с промежутком времени $\Delta\tau_0$ в неподвижной для наблюдателя системе соотношением

$$\Delta\tau = \frac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

3. Полная энергия E тела массой m_0 , движущегося со скоростью V :

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

Если тело покоится ($V = 0$), то его энергия – это энергия покоя E_0 :

$$E_0 = m_0 c^2.$$

4. Релятивистский импульс

$$P = \frac{m_0 V}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

5. Соотношение полной энергии, импульса и массы тела представляется выражением

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4.$$

Сочетание $E^2 - p^2 c^2$ при любых скоростях тела остается неизменным, поскольку равно $m_0^2 c^4$ и называется инвариантом движения.

Легко запомнить связь между полной энергией, импульсом и энергией покоя с помощью прямоугольного треугольника (см. рисунок).

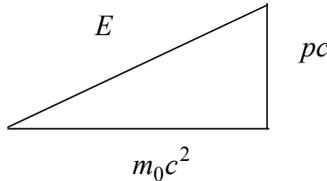


Рисунок к вопросу 5

По теореме Пифагора $E^2 = (m_0 c^2)^2 + (pc)^2$.

6. Релятивистская кинетическая энергия тела – это разность между полной энергией тела и его энергией покоя:

$$T = E - m_0 c^2$$

$$T = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \right) - 1.$$

7. Связь между импульсом тела p , его массой m_0 и кинетической энергией T задается соотношением

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{T(T + 2m_0 c^2)}.$$

8. Преобразования Лоренца. Инерциальная система K' движется относительно инерциальной системы K вдоль оси X со скоростью V . Переход от одной системы отсчета к другой позволяет производить следующие соотношения:

$$K \rightarrow K'; \quad K' \rightarrow K;$$

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}; \quad x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}};$$

$$y' = y; \quad y = y';$$

$$z' = z; \quad z = z';$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \left(t - \frac{Vx}{c^2} \right); \quad t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \left(t' + \frac{Vx'}{c^2} \right)$$

9. Интервал между событиями:

$$S_{12} = \sqrt{c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2} = \sqrt{c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2},$$

где $l_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ – расстояние между точками пространства; $t_{12} = (t_2 - t_1)$ – промежуток времени между событиями. Записанный в таком виде интервал инвариантен по отношению к преобразованиям от одной инерциальной системы к другой, т. е.

$$(S'_{12})^2 = (S_{12})^2.$$

10. Изменение массы системы на Δm соответствует изменению энергии системы

$$\Delta W = c^2 \Delta m.$$

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

1. Давление идеального газа

$$P = \frac{2}{3} n \langle W_k \rangle = nkT,$$

где n – концентрация молекул; $\langle W_k \rangle$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы; T – температура газа.

2. Средняя кинетическая энергия поступательного и вращательного движения одной молекулы

$$\langle W_i \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где i – число степеней свободы молекулы. Это число равно 3 для одноатомных молекул (три поступательных степени свободы), 5 – для двухатомных (три поступательных степени свободы и две вращательных) и 6 для трех- и многоатомных молекул (без учета колебаний молекул).

3. Барометрическая формула, выражающая зависимость давления идеального газа от высоты h над поверхностью Земли, есть

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right) = P_0 \exp\left(-\frac{m_0 gh}{kT}\right),$$

где P_0 – давление на высоте $h=0$; μ – молярная масса; m_0 – масса одной молекулы.

4. Распределение Больцмана (распределение концентрации молекул в силовом поле):

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{W_P}{kT}\right) = n_0 \exp\left(-\frac{m_0 gh}{kT}\right),$$

где W_P – потенциальная энергия в точке пространства, где концентрация молекул газа равна n .

5. Скорости молекул:

$$\langle V_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3KT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \text{ – средняя квадратичная;}$$

$$\langle V \rangle = \sqrt{\frac{8KT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} \text{ – средняя арифметическая;}$$

$$\langle V_{\text{в}} \rangle = \sqrt{\frac{2KT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \text{ – наивероятнейшая.}$$

6. Теплоемкость одного моля газа:

$$C_V = \frac{i}{2} R \text{ – при постоянном объеме;}$$

$$C_P = \frac{i+2}{2} R \text{ – при постоянном давлении;}$$

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i} \text{ – показатель адиабаты.}$$

ТЕРМОДИНАМИКА

1. Внутренняя энергия идеального газа:

$$U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT = \frac{m}{\mu} C_V T ,$$

где m – масса газа.

2. Первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A ,$$

где Q – теплота, сообщенная газу; ΔU – изменение внутренней энергии газа; A – работа, совершенная газом:

- при изохорическом процессе ($V = \text{const}$)

$$A = 0 , \quad Q = \Delta U ;$$

$$Q = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T ;$$

- при изобарическом процессе ($P = \text{const}$)

$$A = P \Delta V = \frac{m}{\mu} R \Delta T ;$$

$$Q = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T + \frac{m}{\mu} R \Delta T ;$$

- при изотермическом процессе ($T = \text{const}$)

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{p_1}{p_2},$$

$$\Delta U = 0, \quad Q = A;$$

- при адиабатическом процессе ($Q = 0$)

$$A = -\frac{m}{\mu} C_V \Delta T = \frac{RT_1}{(\gamma-1)\mu} m \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] = \frac{p_1 V_1}{(\gamma-1)\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right],$$

$$A = -\Delta U.$$

3. Уравнение Пуассона. При адиабатическом процессе давление, объем и температура связаны следующими соотношениями:

$$PV^\gamma = \text{const}; \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}; \quad T^\gamma P^{1-\gamma} = \text{const}.$$

4. Энтропия состояния равна $S = k \ln W$, где W – термодинамическая вероятность состояния системы; k – постоянная Больцмана. Изменение энтропии системы при переходе из одного состояния в другое:

$$\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{m}{\mu} \left(C_V \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \right),$$

где 1 и 2 – пределы интегрирования, соответствующие начальному и конечному состояниям системы.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Шар массой $m = 2,6$ кг падает без начальной скорости с высоты $h = 55$ см на расположенную вертикально пружину, которая при ударе сжимается. Коэффициент жесткости пружины равен $k = 72$ н/м. На какую максимальную длину сожмется пружина?

Решение. Все расстояния отсчитываем от точки соприкосновения шара с недеформированной пружиной. Полная энергия системы шар–пружина в исходном состоянии равна

$$E_1 = mgh.$$

При максимальном сжатии пружины полная энергия системы представима в виде

$$E_2 = kY^2/2 - mgY,$$

где Y – максимальная величина деформации пружины. Первое слагаемое в правой части уравнения – это энергия упругой деформации пружины; второе слагаемое – потенциальная энергия в поле тяжести Земли. Используя закон сохранения энергии, можем записать

$$E_1 = E_2;$$

$$mgh = kY^2/2 - mgY;$$

$$Y = mg/k \pm (m^2g^2 + 2mghk)^{0.5} / k = 1,1 \text{ м.}$$

Из двух возможных знаков выбираем знак плюс, так как величина Y положительна.

Задача 2. Два диска, установленные на одной вертикальной оси, вращаются с угловыми скоростями ω_1 и ω_2 (J_1 и J_2 – моменты инерции дисков). Перемещая диски вдоль оси, приводят их в соприкосновение (коэффициент трения поверхностей дисков $\mu > 0$). Найдите изменение кинетической энергии системы.

Решение. Из закона сохранения момента импульса находим угловую скорость совместного вращения дисков:

$$J_1\omega_1 + J_2\omega_2 = (J_1 + J_2)\omega_{12},$$

$$\omega_{12} = \frac{J_1\omega_1 + J_2\omega_2}{J_1 + J_2}.$$

Первоначальная кинетическая энергия системы равна

$$E_{K1} = \frac{J_1\omega_1^2}{2} + \frac{J_2\omega_2^2}{2}.$$

Кинетическая энергия системы после того, как диски начали вращаться совместно, есть

$$E_{K2} = \frac{(J_1 + J_2)\omega_{12}^2}{2}.$$

Изменение кинетической энергии системы равно

$$\begin{aligned} \Delta E_K = E_{K2} - E_{K1} &= \frac{J_1 + J_2}{2} \left(\frac{J_1\omega_1 + J_2\omega_2}{J_1 + J_2} \right)^2 - \left[\frac{J_1\omega_1^2 + J_2\omega_2^2}{2} \right] = \\ &= \frac{J_1 J_2}{2(J_1 + J_2)} (\omega_1 - \omega_2)^2. \end{aligned}$$

Знак минус в полученном результате говорит об уменьшении кинетической энергии, т.е. часть энергии пошла на преодоление работы сил трения в процессе выравнивания угловых скоростей дисков.

Задача 3. Покоящаяся частица массой m_0 распалась на две частицы массами m_1 и m_2 . Определите импульсы и энергии образовавшихся частиц.

Решение. Для процесса распада запишем законы сохранения импульса и энергии:

$$E_0 = E_1 + E_2; \tag{1}$$

$$\vec{P}_0 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = 0; \tag{2}$$

$$|\vec{P}_1| = |\vec{P}_2| \tag{3}$$

(так как частица первоначально покоилась).

Связь энергии и импульса частиц задается уравнением

$$E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2. \tag{4}$$

Из уравнений (2) и (4) получаем

$$E_1^2 - m_1^2 c^4 = E_2^2 - m_2^2 c^4. \tag{5}$$

Совместное решение уравнений (1) и (5) дает

$$E_1 - m_1^2 c^4 = (E_0 - E_1)^2 - m_2^2 c^4. \quad (6)$$

Решая уравнение (6) относительно E_1 , получим

$$E_1 = \frac{m_0^2 c^4 - m_1^2 c^4 - m_2^2 c^4}{2E_0}.$$

С учетом того, что $E_0 = m_0 c^2$, находим энергию первой частицы

$$E_1 = \frac{c^2}{2} \left[m_0 + \frac{m_1^2}{m_0} - \frac{m_2^2}{m_0} \right]. \quad (7)$$

Используя уравнение (1), находим энергию второй частицы

$$E_2 = E_0 - E_1 = \frac{c^2}{2} \left[m_0 + \frac{m_2^2}{m_0} - \frac{m_1^2}{m_0} \right].$$

Совместным решением уравнений (4) и (7) находим импульсы частиц

$$|P_1| = |P_2| = \frac{1}{c} \sqrt{E_1^2 - m_1^2 c^4}.$$

Задача 4. Один моль газа нагревают в закрытом сосуде. Сравните приращение энтропии в процессе нагревания:

- а) если газ одноатомный,
- б) если газ двухатомный.

Начальные и конечные температуры в обоих случаях одинаковы.

Решение. В общем случае, т. е. когда к газу подводится некоторое количество тепла δQ и газ переходит из одного состояния в другое, изменение энтропии представимо в виде

$$\Delta S_{12} = S_1 - S_2 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU + \delta A}{T},$$

где $dU = \frac{m}{\mu} C_V dT$ – изменение внутренней энергии газа;

$\delta A = PdV = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{dV}{V}$ – работа, совершаемая газом.

Изменение энтропии

$$\Delta S_{12} = \frac{m}{\mu} C_V \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \frac{m}{\mu} R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} \left(C_V \ln \frac{T_2}{T_1} \right) + \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

В условии задачи сказано, что нагревание происходит в закрытом сосуде, т. е. $dV = 0$. Следовательно, изменение энтропии

$$\Delta S_{12} = \frac{m}{\mu} C_V \ln \frac{T_2}{T_1},$$

где $C_V = \frac{i}{2} R$ – теплоемкость при постоянном объеме.

Отношение изменения энтропии для одноатомного газа к изменению энтропии для двухатомного равно

$$\frac{\Delta S(\text{одно})}{\Delta S(\text{двух})} = \frac{C_V(\text{одно})}{C_V(\text{двух})} = \frac{3}{5}.$$

ВАРИАНТЫ ЗАДАЧ

МЕХАНИКА

В а р и а н т 1

1. Диск радиусом $R = 5$ см вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угловой скорости от времени задается уравнением $\omega = 2At + 5Bt^4$ ($A = 2$ рад/с², $B = 1$ рад/с⁵). Определить для точек на ободе диска к концу первой секунды после начала движения полное ускорение; число оборотов, сделанных диском.

2. Тело массой m брошено под углом α к горизонту с начальной скоростью V_0 . Построить зависимость высоты подъема тела, проекций ускорения и потенциальной энергии от времени подъема. Определить изменение импульса тела в верхней точке траектории и в момент падения. Показать $\Delta\vec{P}$ графически.

3. Вычислить момент инерции относительно оси, показанной на рисунке, каждого из проволочных квадратов со стороной b , изображенных также на рисунке. Квадраты имеют одинаковые размеры. Момент инерции какой фигуры больше?

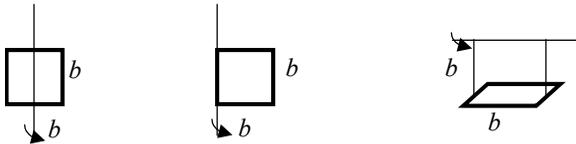


Рисунок к вопросу 3

4. Тело массой m соскальзывает без трения по наклонной плоскости (см. рисунок). С какой минимальной высоты должно начать двигаться тело, чтобы описать окружность радиусом R ? Определить силу, с которой тело давит на поверхность в точках A и B , если оно соскальзывает с высоты $3R$.

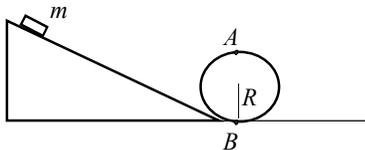


Рисунок к вопросу 4

5. Горизонтальный диск вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг неподвижной вертикальной оси, проходящей через его центр – точку O . В момент $t = 0$ из этой точки пустили шайбу массой m со скоростью V_0 относительно диска. Шайба без трения скользит по диску. Найти момент импульса шайбы относительно точки O в системе отсчета, связанной с диском в момент времени t_1 . Трением пренебречь.

6. Два равных груза массой m удерживаются в состоянии покоя на гладких наклонных плоскостях (см. рисунок). Если позволить им двигаться, то какова будет их скорость после прохождения расстояния l ?

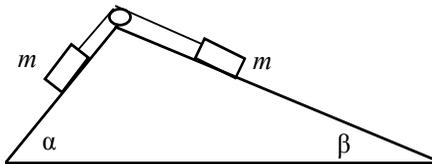


Рисунок к вопросу 6

7. Площадь квадрата в K -системе равна 8 м^2 . Определите площадь квадрата в K' -системе, если последняя движется со скоростью $0,75c$ относительно K -системы. Одна из сторон квадрата параллельна осям X и X' .

8. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти μ -мезон, чтобы его скорость составляла $0,95c$? Первоначально мезон покоился. Заряд μ -мезона равен заряду электрона, масса μ -мезона в 206 раз больше массы электрона.

9. Покоящаяся частица распалась на протон и π -мезон. Кинетическая энергия протона равна его энергии покоя. Определить массу распавшейся частицы.

10. Частица движется в K -системе со скоростью V под углом α к оси X . Найти угол α' между осью X' и вектором скорости частицы в системе K' , движущейся со скоростью V_0 относительно K -системы. Оси X и X' систем параллельны. Скорость V_0 параллельна оси X .

В а р и а н т 2

11. По дуге окружности радиусом $R = 10 \text{ м}$ движется материальная точка. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки $a_n = 4,9 \text{ м/с}^2$. В этот момент векторы полного и нормального ускорения образуют угол $\varphi = 60^\circ$. Найти скорость V и полное ускорение a точки.

12. Вычислить моменты инерции относительно показанных на рисунке осей каждой из фигур, состоящих из одинаковых шаров радиусом R и массой m .

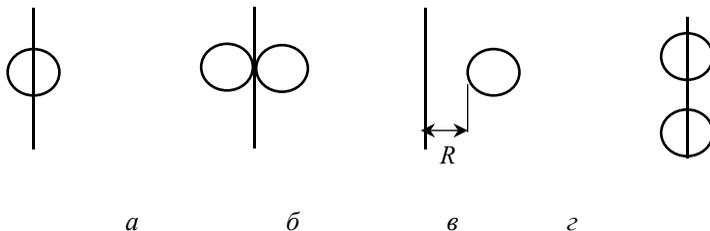


Рисунок к вопросу 12

13. Шар массой m со скоростью V налетает на стенку под углом α к нормали. Определить изменение импульса шара в результате упругого столкновения. Показать изменение вектора импульса графически.

14. Пуля массой $m_1 = 10$ г, летящая с горизонтальной скоростью $V_1 = 400$ м/с, попадает в мешок с ватой массой $m_2 = 4$ кг, висящий на длинном шнуре, и застревает в нем. Найти высоту, на которую поднимается мешок, и долю кинетической энергии пули, которая будет израсходована на пробивание ваты.

15. Диск массой m и диаметром D вращается с угловой скоростью ω . При торможении он остановился за время t . Найти величину тормозящего момента. Построить зависимость угла поворота, угловой скорости и ускорения от времени торможения, считая движение равнозамедленным.

16. Стержень массой M и длиной l , лежащий в горизонтальной плоскости, может вращаться вокруг перпендикулярной к нему оси, проходящей через центр инерции. В конец стержня попадает пуля массой m , летящая перпендикулярно к оси и стержню со скоростью V . Определить угловую скорость вращения стержня после абсолютно неупругого удара.

17. На сколько увеличивается энергия α -частицы при ее ускорении от начальной скорости, равной нулю, до скорости $0,9c$?

18. В K' -системе, движущейся со скоростью $0,4c$ параллельно оси X системы K , в точке $x' = y' = z'$ происходит вспышка света в момент времени t . Пучок направлен по оси Y' . Отразившись от зеркала, установленного на оси Y' , пучок возвращается в исходную точку через

0,1 мкс. Полагаем, что испускание света – событие A , возвращение пучка в исходную точку – событие B . Определить время и расстояние между событиями A и B в системе K .

19. Частица массой M распалась на две частицы массами m_1 и m_2 . Определить энергию и импульс каждой из образовавшихся частиц. Частица M первоначально покоилась.

20. Определить импульс частицы, если ее масса равна M , а полная энергия в два раза больше кинетической.

В а р и а н т 3

21. Материальная точка начинает двигаться по окружности радиусом $R = 12,5$ см с постоянным тангенциальным ускорением $\alpha_\tau = 0,5$ см /с². Определить:

1) момент времени, при котором вектор ускорения образует с вектором скорости угол $\alpha = 45^\circ$;

2) путь, пройденный за это время движущейся точкой.

22. Тело соскальзывает без трения с двух горок (см. рисунок).

Сравнить:

а) скорость тела в точках A и B ;

б) время движения до точек A и B ;

в) ускорения, с которыми движется тело в обоих случаях.

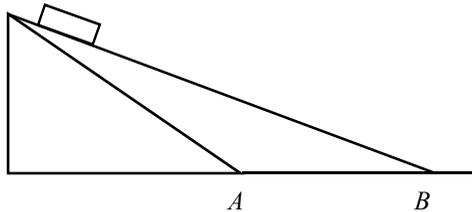


Рисунок к вопросу 22

23. Капля жидкости K , находящаяся на середине проволоки AB , равномерно растеклась по ней (см. рисунок). Как изменились моменты инерции жидкости относительно осей X и Y ? Масса капли равна m , длина проволоки – l , расстояние от оси Y до проволоки равно a .

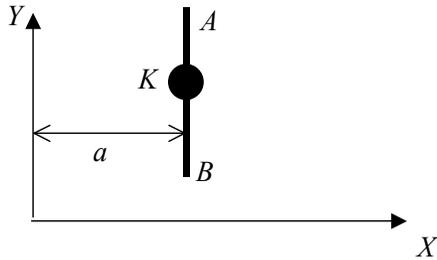


Рисунок к вопросу 23

24. Определить, во сколько раз уменьшится скорость шара, движущегося со скоростью V_1 , при его соударении с покоящимся шаром, масса которого в n раз больше массы налетающего шара. Удар считать центральным, абсолютно упругим.

25. На рельсах стоит платформа с песком массой $m_1 = 5 \cdot 10^3$ кг. В песок попадает снаряд массой $m_2 = 5$ кг, летящий под углом $\alpha = 37^\circ$ к горизонту со скоростью 400 м/с. Найти скорость платформы после неупругого удара и изменение импульса снаряда.

26. Найти момент импульса Земли относительно собственной оси вращения. Плотность Земли $\rho = 5,5 \cdot 10^3$ кг/м³, радиус $R = 6500$ км, период обращения Земли $T = 24$ ч.

27. Определить кинетическую энергию гусеницы трактора, движущегося со скоростью V (см. рисунок). Масса гусеницы – m .



Рисунок к вопросу 27

28. Определить скорость частицы, если ее кинетическая энергия составляет половину полной энергии.

29. Время жизни μ -мезона в системе K равно $3 \cdot 10^{-6}$ с. Собственное время жизни частицы равно $2,2 \cdot 10^{-6}$ с (время жизни, связанное с системой K'). Определить расстояние, пройденное частицей до распада в системе наблюдателя (т.е. в системе K). Задачу решать, используя понятие «интервала».

30. Частица распалась на две одинаковые частицы массами m и импульсами в СЦИ равными P . Найти массу распавшейся частицы M , скорость и кинетическую энергию образовавшихся частиц в системе центра инерции.

В а р и а н т 4

31. Колесо автомашины вращается равнозамедленно. За время $t = 2$ мин оно изменило частоту вращения от 240 мин^{-1} до 60 мин^{-1} . Определить угловое ускорение колеса и число полных оборотов, сделанных за это время.

32. Вычислить моменты инерции тел, изображенных на рисунке:

а) стержень длиной l и массой m ;

б) материальная точка массой m на невесомой нити длиной l ;

в) стержень массой m и длиной l на невесомой нити длиной l .

Во всех случаях моменты инерции вычислять относительно оси, проходящей через точку O перпендикулярно к плоскости рисунка.

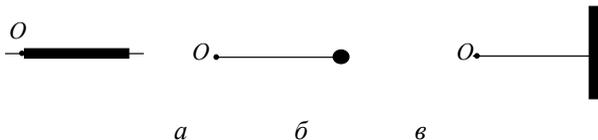


Рисунок к вопросу 32

33. В покоящийся шар 1 массой m упруго ударяется шар 2 массой $m/2$, двигавшийся со скоростью V . После удара шар 2 движется в направлении, перпендикулярном к первоначальному направлению движения шара 2. Под каким углом α к первоначальному направлению движения шара 2 будет двигаться после удара шар 1? Определить изменение импульса шара 2. Показать это изменение на диаграмме импульсов.

34. Тело массой M подвешено на нити, длиной l . В тело попадает пуля массой m , в результате чего тело отклоняется на угол α . Найти первоначальную кинетическую энергию пули:

а) если удар неупругий;

б) если горизонтальная скорость пули после удара равна 0;

в) если пуля отскакивает назад со скоростью V .

35. К диску, вращающемуся с угловой скоростью ω , приложена тормозящая сила \vec{F} под углом α к касательной (см. рисунок). Определить:

- угловое ускорение при торможении;
- количество оборотов, которое сделает диск до полной остановки;
- работу, затраченную на остановку диска. Масса диска – m , радиус диска – R . Построить зависимость ускорения, скорости и угла поворота от времени торможения.

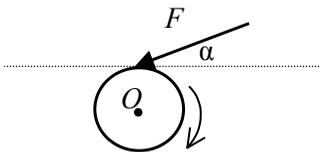


Рисунок к вопросу 35

36. На скамейке Жуковского стоит человек и держит в руках стержень, расположенный вертикально по оси вращения скамейки. Скамейка с человеком вращается с частотой $1,0$ об/с. С какой частотой будет вращаться скамейка, если стержень повернуть так, чтобы он принял горизонтальное положение и его конец оказался на оси вращения? Суммарный момент инерции человека и скамейки – $6,0$ кг·м². Длина стержня – $2,4$ м, его масса – $6,0$ кг.

37. Из винтовки сделано в горизонтальном направлении два выстрела в щит, находящийся на расстоянии $l = 50$ м. После первого выстрела перед стволом винтовки поставили доску. Вторая пуля, пробив доску, попала в щит на $h = 0,49$ м ниже первой. Какая работа совершена пулей при пробивании доски, если начальная скорость пули $V_0 = 300$ м/с? Масса пули $m = 5$ г.

38. Кинетическая энергия частицы оказалась равной ее энергии покоя. Определить скорость частицы.

39. В системе K происходит событие A , через время Δt в другой точке этой же системы происходит событие B . На каком расстоянии в системе K должны происходить эти события, чтобы в системе K' они были одновременны? K' -система движется со скоростью V относительно K -системы.

40. Покоящаяся частица испускает γ -квант с импульсом P_γ . Масса дочерней частицы – m_0 . Определить массу распавшейся частицы M_x .

В а р и а н т 5

41. Тело соскальзывает без трения с наклонной плоскости. Построить зависимости пройденного пути, скорости и ускорения от времени. Записать соответствующие уравнения.

42. Гирия, положенная на верхний конец спиральной пружины, находящейся на подставке, сжимает ее на $\Delta x = 2$ мм. На сколько сожмет пружину та же гирия, упавшая с высоты $h = 5$ см?

43. Малый шарик, подвешенный на нити, движется по окружности в горизонтальной плоскости (см. рисунок). Найти отношение моментов инерции шарика относительно оси, проходящей через центр круговой траектории и точку подвеса, при углах отклонения нити $\alpha_1 = 60^\circ$ и $\alpha_2 = 30^\circ$.

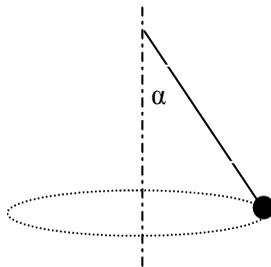


Рисунок к вопросу 43

44. Движущийся шар массой m упруго ударяется в шар массой M , который покоится. После удара шар массой m движется в направлении, противоположном первоначальному. Во сколько раз изменилась энергия шара массой m ?

45. Шарик массой $m = 0,1$ кг, укрепленный на конце легкого стержня длиной $l = 1,27$ м, вращается в вертикальной плоскости. В верхней точке шарик имеет скорость $V_0 = 4,13$ м/с. Выразить потенциальную и кинетическую энергию шарика как функцию угла между стержнем и вертикалью. Считать $\alpha = 0$ в нижней точке. Отсчет потенциальной энергии вести от нижнего положения.

46. Столб высотой h из вертикального положения падает на землю. Определить момент импульса L столба относительно точки вращения и скорость верхнего конца в момент падения. Масса столба — m .

47. Однородный цилиндр радиусом R скатывается без скольжения с наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол α . Угловая

скорость вращения цилиндра ω . Найти время, за которое угловая скорость возрастает вдвое.

48. В системе K имеем неподвижный стержень длиной $l = 1$ м, ориентированный под углом 45° к оси X . Определить длину стержня l' и угол α' в системе K' . Скорость движения K' относительно K равна $0,5c$ (система K' движется параллельно оси X).

49. При каких значениях скорости частицы ее релятивистский импульс отличается от классического на 10 %?

50. Скорость электрона равна $0,8c$. Определить кинетическую энергию электрона в МэВ.

В а р и а н т 6

51. Шар без скольжения скатывается с наклонной плоскости, составляющей угол с горизонтом. Определить значения скорости и ускорения поступательного и вращательного движения как функцию высоты H . Построить графики зависимости этих величин от времени движения. Масса шара – m , радиус – R .

52. Под каким углом к горизонту следует установить ствол орудия, чтобы снаряд пролетал максимальное расстояние.

53. Снаряд, летевший на высоте 40 м горизонтально со скоростью $V = 100$ м/с, разбивается на две равные части. Одна часть спустя время $t = 1$ с падает на землю точно под местом взрыва. Определить:

- а) скорость другой части сразу после взрыва;
- б) изменение импульса каждого из осколков снаряда.

54. Тело брошено под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $V_0 = 25$ м/с. Масса тела $m = 130$ г. Найти момент импульса тела L относительно точки бросания:

- а) в момент, когда тело находится на вершине траектории;
- б) в момент падения тела на землю.

55. Расположенный горизонтально однородный цилиндр массой M и радиусом R начинает вращаться вокруг закрепленной оси под действием груза массой m , прикрепленного к нити, намотанной на цилиндр. Найти время, за которое груз пройдет путь, равный h .

56. Сила, действующая на частицу массой m , задана уравнением $\vec{F} = 26\vec{i} - 12t^2\vec{j}$ (Н), где \vec{i} и \vec{j} – единичные векторы вдоль осей X и Y соответственно. Каково будет изменение импульса частицы за промежуток времени от 1,0 до 3,0 с?

57. Стержень движется вдоль линейки с некоторой постоянной скоростью. Если зафиксировать положение обоих концов стержня одновременно в системе, связанной с линейкой, то получится $l_1 = 4$ м. Если зафиксировать положение обоих концов одновременно в системе отсчета «стержень», то разность отсчета по линейке $l_2 = 9$ м. Определить собственную длину стержня l_0 и скорость движения стержня.

58. Найти скорость μ -мезона, прошедшего разность потенциалов 1 КэВ. Масса мезона в 206 раз больше массы электрона.

59. В системе K одновременно происходят два события A и B : координаты событий X_A и $X_B = X_A + 1$ км. Система K' движется относительно K -системы со скоростью $0,4c$. На каком расстоянии в системе K' происходят события A и B ? Какое время между событиями можно зафиксировать в K' -системе? Оси X и X' параллельны.

60. Нейтрон с кинетической энергией $T = 2mc^2$ налетает на другой, покоящийся, нейтрон. Определить в СЦИ суммарную кинетическую энергию нейтронов T и импульс каждого из них.

В а р и а н т 7

61. Колесо радиусом R катится по горизонтальной поверхности со скоростью V_0 без скольжения (см. рисунок). Найти скорость движения точек A , B , C и D и угловую скорость вращения колеса относительно земли.

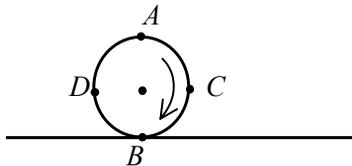


Рисунок к вопросу 61

62. Стальной шарик падает на горизонтальную поверхность стола с высоты 25,6 см и, отскочив, поднимается на высоту 19,6 см. Масса шарика – 10 г. Время удара $\Delta t = 0,1$ с. Найти среднюю силу удара шарика о стол.

63. Вычислить момент инерции каждой из фигур относительно осей, показанных на рисунке. Каждая фигура состоит из двух тонких стержней длиной l и массой m каждый.

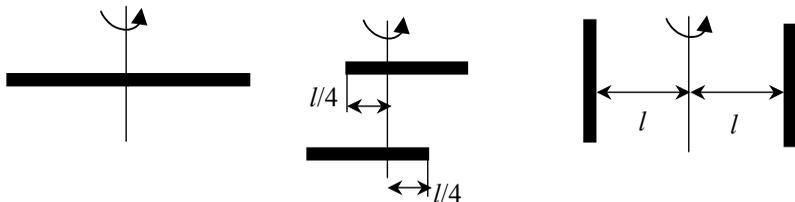


Рисунок к вопросу 63

64. В течение какого времени t будет скатываться без скольжения обруч с наклонной плоскости длиной $l = 2$ м и высотой $h = 10$ см ?

65. Крестовина с четырьмя грузиками массой m каждый вращалась с угловой скоростью ω . Под действием центробежных сил грузики без трения переместились из положения с радиусом R в положение с радиусом $3R$. Во сколько раз изменится скорость вращения крестовины?

66. На вершине клина зафиксирован брусок массой m . Масса клина равна M , угол между наклонной плоскостью и основанием равен α . Какую скорость приобретает клин, скользящий по горизонтальному основанию, к тому моменту времени, когда брусок, соскальзывая вниз по наклонной плоскости, достигнет ее нижней границы?

67. Какую скорость должно иметь движущееся тело, чтобы его продольные размеры уменьшились в два раза?

68. Два ускорителя выбрасывают частицы навстречу друг другу со скоростью $0,9c$. Определить скорость сближения частиц с точки зрения наблюдателя, движущегося вместе с одной из частиц.

69. Частица массой M испустила фотон. Масса дочерней частицы – m . Определить кинетическую энергию образовавшейся частицы, ее скорость и импульс фотона в СЦИ.

70. Определить скорость частицы, кинетическая энергия которой $T = 500$ МэВ, а импульс $P = 4,61 \cdot 10^{-19}$ кг·м/с.

В а р и а н т 8

71. Линейная скорость V_1 точки, находящейся на ободе вращающегося диска, в три раза больше, чем скорость V_2 точки, находящейся на 6 см ближе к его оси. Найти радиус диска.

72. Цилиндр радиусом R вращается вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью ω . Вдоль образующей цилиндра с постоянной относительно поверхности цилиндра скоростью u движется тело. Найти скорость тела и ускорение в неподвижной системе координат. Какова траектория движения тела в этой системе отсчета?

73. Вычислить момент инерции диска массой M и радиусом R при вращении его относительно осей, показанных на рисунке:

а) ось проходит через центр диска перпендикулярно к его плоскости;

б) ось проходит через точку, расположенную на краю диска, перпендикулярно к его плоскости;

в) ось расположена на расстоянии R от края диска и перпендикулярна к плоскости рисунка.

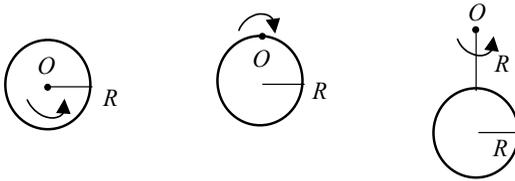


Рисунок к вопросу 73

74. По гладкой наклонной плоскости скользит ящик с песком массой M . После того как ящик прошел путь S , в него попадает камень массой m , летевший под углом β к горизонту. Какова была скорость камня, если ящик после попадания в него камня остановился? Угол наклона плоскости к горизонту равен α .

75. На оси диска массой M , вращающегося с частотой n оборотов в минуту, находится человек массой m . Найти скорость вращения диска, если человек перейдет на его край. Радиус диска равен R .

76. В стену вбиты два гвоздя – один под другим на расстоянии H . К верхнему гвоздю подвешен грузик на нити длиной $L = 2H$. Маятник отклоняют до горизонтального положения и отпускают (начальная скорость грузика равна 0). Достигнет ли маятник верхней точки?

77. В системе K происходит событие A , через промежуток времени 1 мкс на расстоянии $\Delta X = 10 \text{ км}$ от места протекания события A происходит событие B . Происходящие события независимы. С какой скоростью должна двигаться система K' , чтобы в ней событие B произошло ранее, чем событие A ?

78. Частица распадается с испусканием γ -кванта с энергией E . Масса дочерней частицы равна m . Определить массу распавшейся частицы.

79. Частица распалась на две частицы массами m_1 и m_2 , имеющие импульс P . Определить массу распавшейся частицы.

80. Пучок релятивистских частиц с кинетической энергией T падает на поглощающую мишень. Число частиц, попадающих за 1 с на единицу площади мишени, равно J , масса каждой частицы равна m . Определить давление пучка на мишень.

В а р и а н т 9

81. Частица прошла окружность радиуса R за время τ . Чему равны величины: а) изменения $\Delta \vec{r}$, $|\Delta \vec{r}|$, где \vec{r} – радиус-вектор, определяющий положение частицы относительно центра окружности; б) пройденный частицей путь S ; в) средняя скорость частицы $\langle \vec{v} \rangle$ и средний модуль скорости частицы $\langle V \rangle$?

82. Зависимость удерживающей пружину в сжатом состоянии силы F от деформации пружины x описывается выражением $F(x) = 230x + 2,7x^3$ (Н). Чему будет равна скорость шара массой $m = 3 \text{ кг}$, присоединенного к концу пружины, когда пружина распрямится? Масса пружины пренебрежимо мала по сравнению с массой шара.

83. Упругая рессора, один конец которой закреплен, останавливает налетающий на нее автомобиль массой $m = 1500 \text{ кг}$, движущийся со скоростью $V = 90 \text{ км/ч}$. Чему равен коэффициент упругости рессоры k , если в процессе торможения пассажиры автомобиля испытывают ускорение не более $1,5g$?

84. Два тела массами $m_1 = 1 \text{ кг}$ и $m_2 = 3 \text{ кг}$ скользят по гладкому столу во взаимно перпендикулярных направлениях. В процессе соударения тела слипаются и после соударения движутся вместе в направлении, составляющем угол $\alpha = 30^\circ$ с первоначальным направлением

движения первого тела. Чему равна первоначальная скорость движения второго тела, если первоначальная скорость движения первого тела $V_1=20$ м/с?

85. Цилиндрический вал массой $m=100$ кг и радиусом $R=5$ см вращается с частотой $\nu=8$ Гц. К цилиндрической поверхности вала с силой $F=40$ Н прижимается тормозная колодка, вследствие чего вал останавливается через время $t=10$ с. Найти величину коэффициента трения между тормозной колодкой и валом.

86. Частица, имеющая импульс p , сталкивается с покоящейся частицей. Чему равна масса покоящейся частицы, если скорость системы центра инерции двух частиц равна V ?

87. Зависимость углового ускорения диска от времени имеет вид $\varepsilon(t)=8,0t-2,5t^2$ (рад/с²). Как зависят от времени угловая скорость ω и угол поворота φ , если вращение диска начинается с состояния покоя? Вычислить значения величин $\omega, \varepsilon, \varphi$ в момент времени $t=2$ с.

88. Покоящаяся частица массой m_0 распалась на частицу массой m и два фотона с импульсами p_γ каждый. Чему равен угол между направлениями разлета фотонов?

89. Определить скорость, до которой нужно разогнать протон, чтобы его энергия равнялась энергии покоя α -частицы.

90. В системе отсчета K два независимых события разделены промежутком времени Δt и происходят на расстоянии Δx друг от друга. В системе отсчета K' эти же события происходят одновременно. Чему равна скорость движения системы K' относительно системы K ?

В а р и а н т 10

91. Цилиндр массой $m=100$ кг и радиусом $R=0,05$ м вращается с частотой $\nu=8$ Гц. Под действием тормозной колодки, прижатой к цилиндрической поверхности с силой $F=40$ Н, он останавливается. Найти время от момента прижатия тормозной колодки до остановки цилиндра, если коэффициент трения между колодкой и поверхностью цилиндра $\mu=0,31$.

92. Тело брошено под некоторым углом к горизонту так, что импульс тела в начальный момент времени равен p_0 , а в точке максимального подъема тела – p_H . Определить угол, под которым брошено тело, и построить график зависимости модуля импульса тела от времени, пренебрегая трением о воздух.

93. Платформа в виде сплошного диска радиусом $R = 2$ м и массой $M = 100$ кг вращается по инерции вокруг оси, совпадающей с ее осью симметрии с частотой $n = 10$ мин⁻¹. В центре платформы стоит человек массой $m = 60$ кг. Какую линейную скорость относительно земли будет иметь человек, если он перейдет на край платформы?

94. Шар и куб сделаны из одного и того же материала и имеют одинаковую массу. Момент инерции куба относительно оси, проходящей через центры противоположных граней, равен $J_c = ma^2/6$, где a – сторона куба. На каком расстоянии от центра шара нужно расположить ось, чтобы момент инерции шара относительно этой оси равнялся J_c ?

95. Две цилиндрические шестеренки расположены так, что их края соприкасаются в одной точке. Первая шестеренка радиусом $R_1 = 3$ см начинает вращаться с угловым ускорением $\varepsilon = 0,88$ рад/с² и приводит во вращение вторую шестеренку радиусом $R_2 = 5$ см. Найти время, за которое вторая шестеренка достигнет частоты вращения 33 об/мин, и определить угловое ускорение второй шестеренки.

96. Зависимость угла поворота диска от времени определяется выражением $\varphi(t) = 5,0t - 4,5t^4$ (рад). Найти среднюю угловую скорость и среднее угловое ускорение диска за промежуток времени с момента $t_1 = 2$ с до момента $t_2 = 3$ с. Получить аналитические выражения для мгновенной угловой скорости и мгновенного углового ускорения диска в произвольный момент времени.

97. При столкновении двух протонов их полная кинетическая энергия в системе центра инерции есть $E = 3,2 \cdot 10^{-10}$ Дж. Чему равна энергия первого протона в лабораторной системе отсчета, если в этой системе отсчета второй протон покоится?

98. Покоящаяся частица массой m_0 распалась на дочернюю частицу и два фотона с импульсами p_γ каждый. Определить массу дочерней частицы, если угол разлета фотонов равен 2α .

99. Какую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы его кинетическая энергия равнялась энергии покоя?

100. Шар радиусом R движется со скоростью V , сопоставимой со скоростью света. Чему равен объем шара с точки зрения неподвижного наблюдателя?

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

В а р и а н т 1

1. При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул водорода больше наиболее вероятной скорости на 100 м/с ?

2. При расширении газа в цилиндре с поршнем молекулы газа, ударяясь об удаляющийся поршень, отражаются с меньшими скоростями, отдавая поршню часть своей энергии. Приток теплоты компенсирует это уменьшение энергии и увеличивает энергию молекул пропорционально объему. Какой это процесс?

3. Кислород массой $m = 250 \text{ г}$, имеющий температуру $T_1 = 200 \text{ К}$, был адиабатически сжат. При этом была совершена работа $A = 25 \text{ кДж}$. Определить конечную температуру T_2 газа.

4. Сравнить КПД циклов 123 и 134, изображенных на рисунке. Отношение $P_2/P_1 = 2$, $V_2/V_1 = 3$.

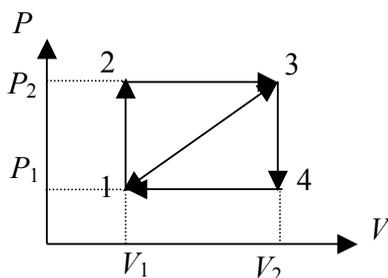


Рисунок к вопросу 4

5. Определить работу A_2 изотермического сжатия газа, совершающего цикл Карно, КПД которого $\eta = 0,4$, если работа A_1 изотермического расширения равна 8 Дж .

6. Газ, занимающий объем $0,390 \text{ м}^3$ при давлении 155 кПа , изотермически расширяется до десятикратного объема и затем изохорически

нагревается так, что в конечном состоянии его давление равно первоначальному. При этом процессу газу сообщается количество тепла, равное 1,50 МДж. Изобразить процесс на диаграмме P, V . Вычислить значение $\gamma = C_p/C_v$ для этого газа.

7. Идеальный газ совершает цикл, состоящий из изохоры, адиабаты и изотермы, причем изотермический процесс происходит при минимальной температуре цикла. Изобразить этот цикл на диаграмме P, V . Найти КПД цикла, если температура в его пределах изменяется в n раз.

8. Найти приращение энтропии ΔS при расширении 0,20 г водорода от объема $V_1 = 0,5$ л до объема $V_2 = 4,5$ л, если процесс происходит:

- а) при постоянном давлении;
- б) при постоянной температуре.

В а р и а н т 2

9. Определить температуру газа, для которой средняя квадратичная скорость молекул водорода больше их наиболее вероятной скорости на $\Delta V = 400$ м/с.

10. При расширении газа в цилиндре с поршнем молекулы газа, ударяясь об отступающий поршень, отражаются с меньшими скоростями, отдавая поршню часть своей энергии. Приток теплоты компенсирует эту убыль энергии. Какой это процесс?

11. В сосуде объемом $V = 40$ л находится кислород. Температура кислорода $T = 300$ К. Когда часть кислорода израсходовали, давление в баллоне понизилось на $\Delta P = 100$ кПа. Определить массу израсходованного кислорода, если температура газа в баллоне осталась прежней.

12. Сравнить изменения температуры газа в процессах $1 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 3$, показанных на рисунке, если отношение $P_2/P_1 = 2$, $V_2/V_1 = 2$.

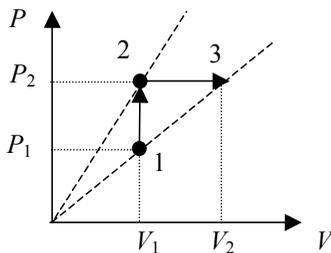


Рисунок к вопросу 12

13. Расширяются 14 г азота адиабатически так, что давление уменьшается в пять раз, и затем изотермически сжимаются до первоначального давления. Начальная температура азота $T_1 = 420$ К. Изобразить процесс на диаграмме P, V . Найти:

- температуру газа T_2 в конце процесса;
- количество тепла, отданного газом;
- приращение внутренней энергии газа.

14. Газ, совершающий цикл Карно, отдает охладителю 67 % теплоты, полученной от нагревателя. Определить температуру охладителя T_2 , если температура нагревателя $T_1 = 430$ К.

15. Тепловые машины с произвольным веществом в качестве рабочего тела совершают обратимые термодинамические циклы, показанные на рисунках. Выразить КПД этих циклов через максимальную T_1 и минимальную T_2 температуру газов.

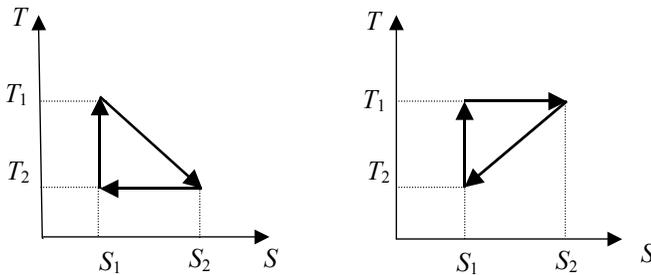


Рисунок к вопросу 15

16. В циклическом процессе в газе, показанном ниже на рисунке, ветвь $1 \rightarrow 2$ – изотерма. На каких стадиях процесса энтропия газа уменьшается?

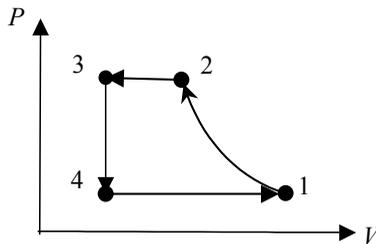


Рисунок к вопросу 16

В а р и а н т 3

17. Найти наиболее вероятную, среднюю квадратичную и среднюю арифметическую скорости молекул кислорода при $T = 300$ К.

18. Внутренняя энергия некоторого газа равна 55 МДж, причем на долю энергии вращательного движения приходится 22 МДж. Сколько атомов в молекуле данного газа?

19. Сравнить работы адиабатического расширения двухатомного газа при изменении объема от $V_1 = 1$ м³ до $V_2 = 2$ м³ и от $V'_1 = 2$ м³ до $V'_2 = 4$ м³, если первоначальное давление одинаково $P_1 = P'_1$.

20. Объем водорода при изотермическом расширении при $T = 400$ К увеличился в три раза. Определить работу A , совершенную газом, и теплоту Q , полученную им при этом. Масса m водорода равна 200 г.

21. Кислород массой $m = 200$ г занимает объем $V_1 = 100$ л и находится под давлением $P_1 = 200$ кПа. При нагревании газ расширился при постоянном давлении до объема $V_2 = 300$ л, а затем его давление возросло до $P_3 = 500$ кПа при неизменном объеме. Найти изменение внутренней энергии ΔU газа, совершенную им работу A и теплоту Q , переданную газу. Построить график процесса.

22. Во сколько раз увеличится коэффициент полезного действия цикла Карно при повышении температуры нагревателя от $T_1 = 360$ К до $T'_1 = 560$ К? Температура охладителя $T_2 = 260$ К.

23. Идеальный трехатомный газ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар (см. рисунок). Определить КПД цикла, если $V_1 = 1$ л, $V_2 = 2$ л, $P_2 = 1$ атм, $P_1 = 2$ атм.

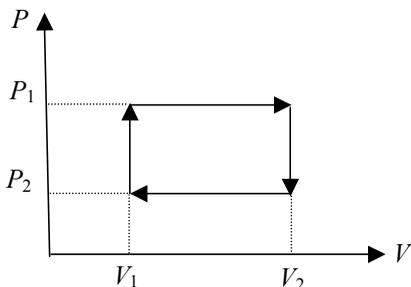


Рисунок к вопросу 23

24. Теплоизолированный сосуд разделен на две части перегородкой, в которой имеется закрывающееся отверстие. В одной половине сосуда содержится $m = 10$ г водорода. Вторая половина откачана до высокого вакуума. Отверстие в перегородке открывают, и газ заполняет весь объем. Считая газ идеальным, найти приращение его энтропии.

В а р и а н т 4

25. Найти отношение средних квадратичных скоростей молекул гелия и азота при одинаковых температурах.

26. В закрытом сосуде емкостью в 1 м^3 находится $0,9$ кг воды и $1,6$ кг кислорода. Найти давление в сосуде при температуре $500 \text{ }^\circ\text{C}$, зная, что при этой температуре вся вода превращается в пар.

27. В некотором газовом процессе импульс, передаваемый молекулами газа за 1 с стенкам сосуда, пропорционален температуре. Какой это процесс?

28. Азот сжимают до объема, в 10 раз меньше начального. Сжатие производят в одном случае изотермически, в другом – адиабатически. Необходимо ответить:

а) при каком из процессов и во сколько раз работа, затраченная на сжатие, будет больше;

б) в результате какого процесса и во сколько раз внутренняя энергия газа возрастет?

29. Сравнить количества теплоты, получаемые (отдаваемые) газом в процессах (см. рисунок):

а) 1 и 2,

б) 3 и 4.

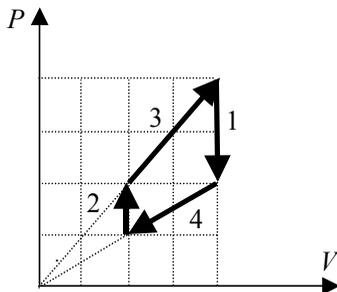


Рисунок к вопросу 29

30. Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает прямой цикл, состоящий из адиабаты, изобары и изохоры. Найти КПД цикла, если при адиабатическом процессе объем идеального газа увеличивается в n раз.

31. Тепловая машина Карно, имеющая КПД 40 %, начинает использоваться при тех же тепловых резервуарах как холодильная машина. Сколько тепла Q_2 эта машина может перевести от холодильника к нагревателю за один цикл, если в ней за каждый цикл совершается работа $A = 10$ кДж?

32. Газ расширяется изотермически от объема V_1 до объема V_2 :

а) при $T = T_1$;

б) при $T = T_2$ ($T_2 > T_1$).

Сравнить приращение энтропии.

В а р и а н т 5

33. Газ, состоящий из жестких двухатомных молекул, находится при температуре $T = 300$ К. Вычислить среднюю квадратичную угловую скорость вращения молекулы, если ее момент инерции $I = 2,1 \cdot 10^{-39}$ г · см².

34. При какой температуре средняя кинетическая энергия теплового движения атомов гелия будет достаточна для того, чтобы атомы гелия преодолели земное тяготение и навсегда покинули земную атмосферу?

35. В баллоне при температуре $T_1 = 145$ К и давлении $P_1 = 2$ МПа находится кислород. Определить температуру T_2 и давление P_2 кислорода, после того как из баллона будет очень быстро выпущена половина газа.

36. В цилиндре под поршнем находится водород массой $m = 0,02$ кг при температуре $T = 300$ К. Водород сначала расширился адиабатически, увеличив свой объем в $n_1 = 5$ раз, а затем был сжат изотермически, причем объем уменьшился $n_2 = 5$ раз. Найти температуру в конце адиабатического расширения и работу, совершенную газом при этих процессах. Изобразить процесс графически.

37. Сравнить количество теплоты, поглощенной (отданной) в процессах (см. рисунок):

а) AD и BC ;

б) AB и DC .

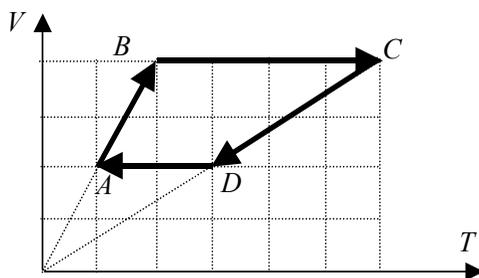


Рисунок к вопросу 37

38. Газ, совершающий цикл Карно, отдал охладителю теплоту $Q_2 = 14$ кДж. Определить температуру T_1 нагревателя, если при температуре охладителя $T_2 = 280$ К работа цикла $A = 6$ кДж.

39. Найти КПД цикла, состоящего из двух изохор и двух адиабат, если в пределах цикла объем идеального газа изменяется в $n = 10$ раз. Рабочим веществом цикла является азот. Изобразить этот процесс на диаграмме P, V .

40. Азот (2 моля) расширяется изотермически так, что объем газа увеличивается вдвое, затем сжимается адиабатно до начального объема. Найти изменение энтропии.

В а р и а н т 6

41. Молекулы какого из перечисленных газов, входящих в состав воздуха, в равновесном состоянии обладают наибольшей средней арифметической скоростью? 1) N_2 , 2) H_2 , 3) O_2 , 4) CO_2 .

42. Определить среднюю кинетическую энергию одной молекулы водяного пара при температуре $T = 500$ К.

43. При адиабатическом расширении газа объем его изменяется от V_1 до V_2 . Сравнить отношение давлений (P_1/P_2), если газ:

- а) одноатомный;
- б) двухатомный.

44. Определить количество тепла Q , выделяющееся при изотермическом сжатии $m = 7$ г азота, если давление газа при этом повышается в $n = 50$ раз. Определить также работу, которую надо затратить на это сжатие. Температура газа 27 °С.

45. Киломоль газа, находящегося при температуре $T_1 = 300$ К, охлаждается изохорически, вследствие чего его давление уменьшается в два раза. Затем газ изобарически расширяется так, что в конечном состоянии его температура равна первоначальной. Изобразить процесс на диаграмме P, V . Вычислить:

- количество поглощенного газом тепла Q ;
- совершенную газом работу A ;
- приращение внутренней энергии газа ΔU .

46. Газ, являясь рабочим веществом в цикле Карно, получил от нагревателя теплоту $Q = 4,38$ кДж и совершил работу $A = 2,4$ кДж. Определить температуру нагревателя, если температура охладителя $T_2 = 273$ К.

47. Заменяем цикл Карно $ABCD$ циклом с теми же пределами температур $KLMN$. Как изменится: а) количество теплоты Q_1 , полученной рабочим веществом за цикл; б) количество теплоты Q_2 , выделенной за цикл; в) КПД цикла, если считать, что $NKLM$ – эллипс?

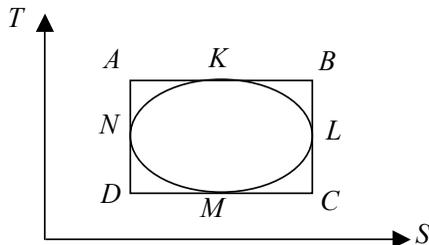


Рисунок к вопросу 47

48. Во сколько раз следует увеличить изотермически объем идеального газа в количестве $\nu = 4$ моля, чтобы его энтропия испытала приращение $\Delta S = 23$ Дж/К?

В а р и а н т 7

49. На какой высоте давление воздуха составляет 60 % от давления на уровне моря? Считать, что температура воздуха везде одинакова и равна 10°C .

50. Найти молярные теплоемкости C_p и C_v смеси кислорода массой $m_1 = 2,5$ г и азота массой $m_2 = 1$ г.

51. Водород массой $m = 40$ г, имевший температуру $T_1 = 300$ К, адиабатически расширился, увеличив объем в $n_1 = 3$ раза. Затем при изотерическом сжатии объем газа уменьшился в $n_2 = 2$ раза. Определить полную работу A , совершенную газом, и конечную температуру T_2 газа.

52. Газ объемом V_1 , расширяясь, достигает в одном и том же состоянии объема V_2 :

- а) изобарически;
- б) адиабатически;
- в) изотерически.

В каком процессе газ совершает наименьшую работу?

53. Сравнить работы газа в процессах ABC и ADC , представленных графиками на рисунке.

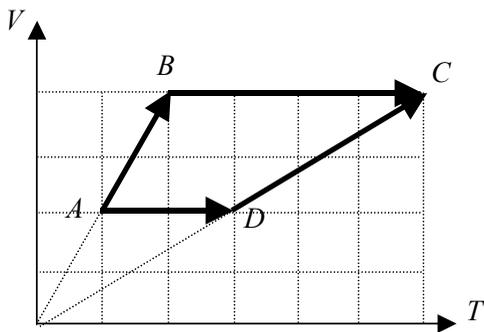


Рисунок к вопросу 53

54. Водород совершает цикл Карно. Найти КПД, если при адиабатическом расширении:

- а) объем газа увеличивается в два раза;
- б) давление уменьшается в два раза.

55. Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. Найти КПД такого цикла, если температура газа T возрастает в n раз как при изохорическом нагреве, так и при изобарическом расширении.

56. Найти изменение энтропии ΔS для 5 г водорода, изотермически расширившегося от объема 10 л до объема 25 л.

В а р и а н т 8

57. Во сколько раз надо адиабатически расширить газ, состоящий из жестких двухатомных молекул, чтобы их средняя квадратичная скорость уменьшилась в $n = 1,5$ раза?

58. К водороду, находящемуся в закрытом сосуде, подводится теплота. Как изменится количество теплоты, необходимое для увеличения давления газа на ΔP , если перейти к столь низким температурам, что вращательные степени свободы молекул «вымерзнут»? Газ остается идеальным.

59. Смесь двух газов состоит из гелия массой $m = 5$ г и водорода массой $m = 2$ г. Найти отношение теплоемкостей C_p / C_v этой смеси.

60. Один моль газообразного водорода, находившегося в закрытом сосуде объемом $V = 5$ л, охладили на $\Delta T = 55$ К. Найти приращение внутренней энергии газа и количество отданного им тепла.

61. Идеальный газ совершает цикл, состоящий из изобары, адиабаты и изотермы, причем изотермический процесс происходит при максимальной температуре. Найти КПД цикла, если температура в пределах цикла изменяется в n раз. Изобразить процесс на диаграмме P, V .

62. Тепловая машина Карно, имеющая КПД $\eta = 40\%$, начинает использоваться при тех же тепловых резервуарах как холодильная машина. Сколько тепла эта машина может перевести от холодильника к нагревателю за один цикл, если к ней за каждый цикл подводится работа $A = 10$ кДж?

63. Определить изменение энтропии при изотермическом расширении азота массой $m = 10$ г, если давление газа уменьшилось от $P_1 = 0,1$ МПа до $P_2 = 50$ кПа.

64. Работа расширения некоторого двухатомного идеального газа составляет $A = 2$ кДж. Определить количество подведенной к газу теплоты, если процесс протекал:

- а) изотермически;
- б) изобарно.

В а р и а н т 9

65. В закрытом сосуде объемом $V = 2$ л находится 10 г азота под давлением $P = 100$ кПа. Найти среднюю квадратичную скорость движения молекул азота.

66. Найти среднюю кинетическую энергию поступательного движения и среднюю кинетическую энергию вращательного движения молекул углекислого газа CO_2 при температуре $t=10^\circ\text{C}$.

67. При изотермическом расширении 10 г азота, находящегося при температуре $T=290\text{ K}$, была совершена работа $A=860\text{ Дж}$. Во сколько раз изменилось давление газа при этом расширении?

68. Найти давление и температуру 10 г кислорода, находящегося при нормальных условиях, после адиабатического сжатия до объема $V=1,4\cdot 10^{-3}\text{ м}^3$.

69. Три киломоля углекислого газа нагревают при постоянном давлении на температуру $\Delta T=40\text{ K}$. Найти изменение внутренней энергии газа, затраченную на расширение газа работу и сообщенное газу количество тепла.

70. Для газа, совершающего цикл Карно, температура нагревателя в три раза выше температуры холодильника. Найти совершенную газом работу, если нагреватель передал газу количество тепла $Q=41,9\text{ кДж}$.

71. Найти изменение энтропии в процессе перехода 8 г кислорода из состояния с объемом $V_1=10\text{ л}$ и температурой $t_1=80^\circ\text{C}$ в состояние с объемом $V_2=40\text{ л}$ и температурой $t_2=300^\circ\text{C}$.

72. Пять молей кислорода, занимающего объем $V_1=5\text{ л}$, при давлении $P_1=1\text{ МПа}$ подвергают изохорному нагреванию до температуры $T_2=500\text{ K}$. После этого газ изотермически расширится до начального давления, а затем в результате изобарного сжатия возвращается в первоначальное состояние. Построить график цикла и определить его КПД.

В а р и а н т 10

73. Найти кинетическую энергию поступательного движения и кинетическую энергию вращательного движения молекул, содержащихся в 1 кг кислорода при температуре $T=200\text{ K}$.

74. В сосуде объемом $V=10\text{ л}$ находится смесь водорода $m_1=10\text{ г}$ и водяного пара $m_2=60\text{ г}$ при температуре $T=300\text{ K}$. Найти давление смеси газов.

75. Работа изотермического расширения $m=10\text{ г}$ некоторого газа от объема $V_1=1\text{ л}$ до объема $V_2=2\text{ л}$ равна $A=375\text{ Дж}$. Найти среднюю квадратичную скорость молекул газа при данной температуре.

76. Азот занимает объем $V_1 = 0,5$ л при давлении $P_1 = 100$ кПа. Газ адиабатически сжимают до некоторого объема V_2 и давления P_2 , а затем изохорически охлаждают до первоначальной температуры так, что его давление становится равным 200 кПа. Изобразить график процесса в осях P, V . Найти давление P_2 и объем газа V_2 после адиабатического сжатия.

77. Кислород расширяется при постоянном давлении. При этом газу сообщается количество тепла $Q = 500$ Дж. Найти работу расширения газа.

78. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $A = 735$ кДж. При этом температура нагревателя машины 100°C , а температура холодильника 0°C . Найти КПД тепловой машины; получаемое газом от нагревателя количество тепла за один цикл; отдаваемое газом холодильнику количество тепла за один цикл.

79. Найти изменение энтропии 6 г водорода при его переходе из состояния с объемом $V_1 = 20$ л и давлением $P_1 = 1,5 \cdot 10^5$ Па в состояние с объемом $V_2 = 60$ л и давлением $P_2 = 1 \cdot 10^5$ Па.

80. Кислород массой 100 г, находящийся при давлении $P_1 = 1$ МПа и при температуре 350 К, изотермически расширяется так, что давление его уменьшается в три раза. После этого газ адиабатически сжимается до начального давления, а затем изобарно сжимается до первоначального объема. Построить график данного циклического процесса и определить работу, совершаемую газом за один цикл.

СОДЕРЖАНИЕ

Методические указания	3
Основные формулы	3
Динамика поступательного движения	3
Динамика вращательного движения	4
Релятивистская механика	7
Молекулярная физика	9
Термодинамика	11
Примеры решения задач	12
Варианты задач	17
Механика	17
Молекулярная физика и термодинамика	32

МЕХАНИКА, МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Методические указания и сборник заданий

Редактор *Н.А. Лукашова*
Технический редактор *Н.В. Гаврилова*
Корректор *И.Е. Семенова*
Компьютерная верстка *Н.М. Шуваева*

Подписано в печать 16.03.2007. Формат 60 x 84 1/16. Бумага офсетная.
Тираж 500 экз. Уч.-изд. л. 2,55. Печ. л. 2,75. Изд. № 376. Заказ №
Цена договорная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630092, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20

