

Министерство образования и науки Российской Федерации
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

53
К 321

№ 3224

КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА, ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА, ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

Методическое пособие
для студентов дневного отделения РЭФ, ФЭН, ФТФ

НОВОСИБИРСК
2006

УДК 530.145.6+539.2+539.14] (07)
К 321

Составители: *К.Л. Заринг*, канд. физ.-мат. наук, доц.,
О.В. Кибис, д-р физ.-мат. наук, проф.,
В.Ф. Ким, канд. физ.-мат. наук, доц.,
В.М. Любимский, канд. физ.-мат. наук, доц.,
Ю.В. Соколов, канд. техн. наук, доц.,
В.Н. Холявко, канд. физ.-мат. наук, доц.,
Г.С. Шауро, канд. техн. наук, доц.

Рецензент *С.В. Спутай*, канд. техн. наук, доц.

Работа подготовлена на кафедре прикладной
и теоретической физики

© Новосибирский государственный
технический университет 2006

**КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА, ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА,
ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА**

Методическое пособие

Редактор *Т.П. Петроченко*
Технический редактор *Н.В. Гаврилова*
Корректор *И.Е. Семенова*
Компьютерная верстка *Г.И. Якименко*

Подписано в печать 24.11.2006. Формат 60 x 84 1/16. Бумага офсетная
Тираж 500 экз. Уч.-изд. л. 2,55. Печ. л. 2,75. Изд. № 170
Заказ № Цена договорная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630092, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20

ВВЕДЕНИЕ

В пособии приведены задачи для самостоятельного решения студентами дневных отделений РЭФ, ФЭН, ФТФ по разделам курса общей физики «Квантовая механика», «Физика твердого тела», «Физика атомного ядра».

В начале пособия приведен теоретический материал, по каждому из разделов имеются примеры решения задач по тем темам, по которым предлагаются задачи для самостоятельного решения.

Задачи для самостоятельного решения представлены в виде десяти вариантов по десять задач в каждом. Кроме того, приведены варианты заданий по эффекту Холла и полупроводниковому диоду, а также вариант письменного экзаменационного задания. В конце пособия помещены таблицы некоторых физических величин и физические константы.

Для самостоятельного изучения материала по указанным разделам приведен список рекомендуемой литературы.

1. КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА

1.1. Волновые свойства вещества

В 1924 году Луи де Бройль выдвинул гипотезу, согласно которой волновыми свойствами обладают не только фотоны, но и электроны. Длина волны движущегося электрона равна

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (1.1)$$

где h – постоянная Планка; p – импульс частицы.

В нерелятивистском случае импульс равен

$$\mathbf{p} = m\mathbf{V}, \quad (1.2)$$

а при скоростях \mathbf{V} , сравнимых со скоростью света c :

$$\mathbf{p} = \frac{m\mathbf{V}}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}.$$

Впоследствии было экспериментально подтверждено, что волновыми свойствами обладают не только электроны, но и атомы и даже молекулы.

Пример 1.1. На две тонкие щели, расположенные друг от друга на расстоянии $d = 5$ мкм, падает пучок электронов с энергией $E_k = 1$ эВ. На расстоянии $L = 5$ м от щелей находится экран. Каково расстояние между соседними минимумами на экране?

Решение. Так как кинетическая энергия электрона значительно меньше его энергии покоя $E_0 = 0,512$ МэВ, релятивистский эффект можно не учитывать и импульс электрона согласно (1.2) равен

$$p = \sqrt{2E_k m_e} = \sqrt{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} = 5,3 \cdot 10^{-25} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Используя выражение (1.1), находим λ :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{5,9 \cdot 10^{-25} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}} = 1,24 \cdot 10^{-9} \text{ м}.$$

При интерференции волн от двух когерентных источников положение минимумов на экране определяется отношением

$$x = \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda L}{d},$$

где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

Расстояние между двумя соседними минимумами равно:

$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{\lambda L}{d} = \frac{1,24 \cdot 10^{-9} \cdot 5}{5 \cdot 10^{-6}} = 1,24 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Ответ: $\Delta x = 1,24 \text{ мм}$.

1.2. Принцип неопределенности Гейзенберга

В 1927 году Гейзенберг сформулировал принцип неопределенности, согласно которому произведение неопределенностей сопряженных переменных $\Delta p_x \Delta X$ и $\Delta E \Delta t$ не может быть по порядку величин меньше, чем \hbar . Это означает, что положение частицы не может быть определено точнее, чем

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{\Delta p_x}, \quad \Delta y \geq \frac{\hbar}{\Delta p_y}, \quad \Delta z \geq \frac{\hbar}{\Delta p_z}, \quad (1.3)$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$; p_x, p_y и p_z – проекции импульса частицы на осях x, y и z соответственно.

Пример 1.2. Частица движется вдоль оси x . При этом ее скорость определена с точностью $\Delta V_x = 10^{-3} \text{ м/с}$. Оценить неопределенность координаты ΔX : а) электрона, б) протона, в) дробинки массой 10^{-4} кг . Масса электрона равна $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$, масса протона $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

Решение. Неопределенность координаты связана с неопределенностью импульса соотношением $\Delta p_x \Delta X \geq \hbar$, из которого следует

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{m\Delta V_x}.$$

Неопределенность координаты:

а) электрона

$$\Delta x \geq \frac{1,054 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-3}} = 0,116 \text{ м};$$

б) протона

$$\Delta x \geq \frac{1,054 \cdot 10^{-34}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 10^{-3}} = 6,3 \cdot 10^{-5} \text{ м};$$

в) дробинки

$$\Delta x \geq \frac{1,054 \cdot 10^{-34}}{10^{-4} \cdot 10^{-3}} = 1,054 \cdot 10^{-27} \text{ м}.$$

1.3. Уравнение Шредингера

Одномерное стационарное уравнение Шредингера, описывающее движение микрообъектов, имеет вид

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi = 0, \quad (1.4)$$

где Ψ – волновая функция; E – полная энергия частицы; U – потенциальная энергия частицы.

Квадрат модуля волновой функции равен плотности вероятности нахождения частицы в соответствующем месте пространства. Вероятность того, что частица будет обнаружена в пределах объема dV равна:

$$dW = |\Psi|^2 dV. \quad (1.5)$$

Для частицы, находящейся в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками и шириной L , решением уравнения Шредингера является волновая функция:

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \cdot \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad (1.5)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$

Энергия частицы в этом случае имеет дискретные значения, равные

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2mL^2}. \quad (1.6)$$

При переходе частицы с одного дискретного (k -уровня) на другой (n -уровень) выделяется или поглощается квант энергии с частотой:

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = \left| \frac{E_k - E_n}{h} \right|. \quad (1.7)$$

Вероятность обнаружения частицы в интервале от x_1 до x_2 определяется выражением

$$W = \int_{x_1}^{x_2} |\Psi(x)|^2 dx. \quad (1.8)$$

Пример 1.3. Для электрона, находящегося в одномерной потенциальной яме шириной $L = 7 \cdot 10^{-9}$ м, определить:

а) W – вероятность его обнаружения в интервале от $x_1 = 0,3L$ до $x_2 = 0,8L$ при $n = 1$;

б) частоту светового кванта при переходе электрона из состояния $n_2 = 6$ в состояние $n_1 = 1$.

Решение. Используя соотношение (1.8) находим

$$W = \int_{0,3L}^{0,8L} \frac{2}{L} \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi x}{L} \right) dx = 0,803.$$

Исходя из соотношения (1.6) и (1.7) получим

$$\nu = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2 h} (n_2^2 - n_1^2) = \frac{\pi^2 \cdot (1,054 \cdot 10^{-34})^2 \cdot 35}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 49 \cdot 10^{-18}} =$$

$$= 2,07 \cdot 10^{13} \text{ Гц.}$$

Ответ: $W = 0,803$, $\nu = 2,07 \cdot 10^{13}$ Гц.

1.4. Состояние электрона в атоме водорода

Если электрон находится в атоме, то его состояние необходимо описывать четверкой квантовых чисел: n, l, m_l, s .

Главное квантовое число – $n = 1, 2, 3, 4, \dots$. Оно определяет энергию электрона в поле ядра. Главное квантовое число определяет номер, порядок слоя электронов в сложных атомах. Электроны с одним и тем же главным квантовым числом образуют электронную оболочку.

Орбитальное квантовое число l определяет возможные значения модуля момента импульса электрона. Для электронов, находящихся в данной оболочке, т.е. с заданным главным квантовым числом n , l может принимать значения: $0, 1, 2, \dots, (n-1)$, всего n значений. Подоболочки для $l = 0, 1, 2, 3$ обозначаются соответственно s, p, d и f .

Магнитное орбитальное квантовое число m_l определяет возможные значения проекции орбитального механического и магнитного моментов электрона на некоторое направление. При заданном значении l число m_l может принимать значения:

$$m_l = -l, -(l-1) \dots -1, 0, 1 \dots (l-1). l. \text{ Всего } (2l + 1) \text{ значений.}$$

Спиновое квантовое число s определяет собственный механический момент электрона. Значения, которые может принимать s , равны $\pm 1/2$.

Энергия электрона в атоме водорода может принимать только дискретные отрицательные значения

$$E_n = -\frac{e^4 m_e}{8h^2 \epsilon_0^2 n^2}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (1.9)$$

При $n = 1, E_1 = -13,6$ эВ

$$E_n = \frac{E_1}{n^2}.$$

При переходе электрона в атоме водорода с одной стационарной орбиты на другую испускается или поглощается квант энергии с циклической частотой ω , которую находят по формуле

$$\omega = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где $R = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$ – постоянная Ридберга; n и k – номера уровней энергии.

1.5. Сложные атомы

Энергия электронов, выраженная через главное квантовое число, дается простым выражением только для атома водорода или водородо-подобного иона:

$$E_n = \frac{E_1 Z^2}{n^2},$$

где $E_1 = -13,6$ эВ – энергия электрона при $n = 1$ согласно (1.9); Z – заряд ядра.

Для других, более сложных атомов первой группы таблицы Менделеева термы с большой точностью можно представить эмпирической формулой

$$T_n = \frac{R}{(n + \alpha)^2},$$

а следовательно,

$$E_n = \frac{E_1}{(n + \alpha)^2}, \quad (1.10)$$

где α – дробное число, называемое ридберговской поправкой.

Для различных щелочных металлов поправки имеют различные значения. Для натрия эти значения равны

$$s = -1,35, \quad p = -0,87, \quad d = -0,01, \quad f = 0,00.$$

При переходе электрона из состояния p на уровне энергии k в состояние s на уровень энергии n ($n < k$), частота испускаемого γ -кванта определяется соотношением

$$\omega = \left(\frac{R}{(n + s)^2} - \frac{R}{(k + p)^2} \right). \quad (1.11)$$

Примеры решения задач

Задача 1. Энергия связи валентного электрона в атоме лития в состоянии $2s$ и $2p$ равна 5,39 и 3,54 эВ. Вычислить ридберговские поправки для s и p термов этого атома.

Решение. Так как энергия связи равна модулю энергии электрона в атоме, используя выражения (1.10) и (1.11), получим

$$E_{\text{св}2s} = \frac{|E_1|}{(n+s)^2}.$$

Подставляя $|E_1| = 13,6$ эВ, $n = 2$ в уравнение для $E_{\text{св}2s}$, получаем

$$\frac{13,6}{(2+s)^2} = 5,39,$$

откуда находим

$$s = \sqrt{\frac{13,6}{5,39}} - 2 = -0,41.$$

Аналогично для p -термов:

$$\frac{13,6}{(2+p)^2} = 3,54,$$

откуда находим

$$p = \left(\sqrt{\frac{13,6}{3,54}} - 2 \right) = -0,04.$$

Ответ: $s = -0,41$, $p = -0,04$.

Задача 2. Определить длину волны спектральной линии, возникающей при переходе возбужденных атомов лития из состояния $3s$ в состояние $2p$.

Решение. Используя выражение (1.11) и результаты предыдущей задачи, находим

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{R}{(2+p)^2} - \frac{R}{(3+s)^2} = 2,07 \cdot 10^{16} \left(\frac{1}{(2-0,04)^2} - \frac{1}{(3-0,41)^2} \right) = \\ &= 2,3 \cdot 10^{15} \frac{\text{рад}}{\text{с}}. \end{aligned}$$

Длина волны спектральной линии равна

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^8}{2,29 \cdot 10^{15}} = 8,2 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Ответ: $\lambda = 820 \text{ нм.}$

1.6. Вращательные и колебательные спектры молекул

В первом приближении отдельные виды молекулярных движений (движение электронов, колебание и вращение молекулы) можно считать независимыми друг от друга. Поэтому полная энергия молекулы может быть представлена в виде суммы электронной (E_e), колебательной (E_u) и вращательной (E_r) энергий:

$$E = E_e + E_u + E_r.$$

Колебательная энергия молекулы может принимать следующие дискретные значения:

$$E_u = \left(u + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_u,$$

где u – колебательное квантовое число $u = 0, 1, 2, 3, \dots$; ω_u – циклическая частота осциллятора.

Вращательные энергии молекул также могут принимать только дискретные значения, равные

$$E_r = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2I} = \frac{(\omega_r I)^2}{2I} = \frac{M^2}{2I} = \frac{\omega_r^2 I}{2}, \quad (1.12)$$

где $J = 0, 1, 2, 3, \dots$ – вращательное квантовое число; I – момент инерции молекулы относительно оси, проходящей через центр инерции; $M = I\omega_r$ – момент импульса системы.

Задача 1. Найдите угловую скорость вращения молекулы водорода на первом возбужденном уровне, если расстояние между атомами $d = 0,74 \text{ \AA}$.

Решение. Исходя из соотношения (1.12) при $J = 1$ получим

$$E_r = \frac{\hbar^2}{I} = \frac{I\omega_r^2}{2},$$

m – масса атома водорода. Откуда $\omega_r = \frac{\hbar}{I} \sqrt{2}$.

Учитывая, что $I = 2m\left(\frac{d}{2}\right)^2$, окончательно получим

$$\omega_r = \frac{2\sqrt{2}\hbar}{md^2} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} (0,72 \cdot 10^{-10})^2} = 3,2 \cdot 10^{13} \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Здесь m – масса атома водорода.

Ответ: $\omega_r = 3,2 \cdot 10^{13} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Задача 2. Определить для молекулы HCl вращательные квантовые числа двух соседних уровней, разность энергий которых $\Delta E = 7,86 \cdot 10^{-3}$ эВ, а расстояние между ядрами $d = 1,275 \cdot 10^{-8}$ см.

Решение. Используя выражение (1.12), найдем ΔE между двумя уровнями $(J+1)$ и J :

$$\Delta E = \frac{\hbar^2}{2I}(J+1)(J+2) - \frac{\hbar^2}{2I}J(J+1) = \frac{\hbar^2}{I}(J+1).$$

Момент инерции молекулы HCl равен

$$I = m_c d^2,$$

где m_c – приведенная масса, равная

$$m_c = \frac{m_{\text{H}}m_{\text{Cl}}}{m_{\text{H}} + m_{\text{Cl}}} = \frac{35,5m_{\text{H}}^2}{36,5m_{\text{H}}} = \frac{35,5m_{\text{H}}}{36,5},$$

$$m_{\text{H}} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

Исходя из формулы для ΔE получим

$$(J+1) = \frac{\Delta E m_c d^2}{\hbar^2},$$

$$(J+1) = \frac{7,8610^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 35,5 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (1,275 \cdot 10^{-10})^2}{(1,054 \cdot 10^{-34})^2 \cdot 36,5} \cong 3,$$

$$J+1 = 3, \quad J = 2.$$

Ответ: $J+1 = 3, J = 2$.

2. ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

2.1. Распределение Ферми

Классическая функция распределения Максвелла неприменима к описанию распределения электронов по энергиям в твердом теле, поскольку не учитывает наличие у электрона волновых свойств. В рамках квантовой механики вероятность обнаружения электрона с энергией E при температуре T описывается функцией распределения Ферми–Дирака, имеющей вид:

$$f(E, T) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1}, \quad (2.1)$$

где E_F – уровень Ферми (энергия Ферми). Энергия Ферми – это максимальная энергия, которую может иметь электрон при $T = 0$, причем при нулевой температуре все энергетические уровни ниже уровня Ферми полностью заняты электронами.

Число электронов в единице объема, находящихся ниже определенного уровня энергии E_k , определяется соотношением

$$n(E_k) = \int_0^{E_k} N(E) f(E, T) dE,$$

где

$$N(E) = 4\pi \left(\frac{2m}{h^2}\right)^{3/2} E^{1/2}$$

есть плотность электронных состояний на единицу объема. Число электронов в единице объема, находящихся ниже энергии E_k при $T = 0$ К, равно

$$n(E_k) = \int_0^{E_k} 4\pi \left(\frac{2m}{h^2}\right)^{3/2} E^{1/2} dE = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{2m}{h^2}\right)^{3/2} E_k^{3/2}. \quad (2.2)$$

Полная концентрация электронов при нулевой температуре равна

$$n = n(E_F) = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{2m}{h^2}\right)^{3/2} E_F^{3/2}. \quad (2.3)$$

Пример 2.1. Определить, какая часть свободных электронов при $T = 0$ К имеет энергию, меньшую половины энергии Ферми.

Решение. Используя выражения (2.2) и (2.3), найдем отношение

$$\frac{n(E_F/2)}{n} = \frac{(E_F/2)^{3/2}}{E_F^{3/2}} = (1/2)^{3/2}.$$

Ответ: $\frac{n(E_F/2)}{n} = (1/2)^{3/2}$.

2.2. Собственный полупроводник

Распределение Ферми–Дирака для электронов в собственном полупроводнике описывается выражением (2.1), где в качестве начала отсчета энергии выбрано дно зоны проводимости. Распределение Ферми–Дирака для дырок имеет вид

$$f_p(E, T) = 1 - f(E, T) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_F - E}{kT}\right) + 1}.$$

Концентрации электронов n в зоне проводимости и дырок p в валентной зоне определяются выражениями

$$n = N_c \exp\left(\frac{E_F - E_c}{kT}\right); \quad (2.4)$$

$$p = N_v \exp\left(\frac{E_v - E_F}{kT}\right), \quad (2.5)$$

где E_c – энергия дна зоны проводимости, E_v – энергия потолка валентной зоны, а эффективные плотности состояний для зоны проводимости (N_c) и для валентной зоны (N_v) есть

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_n kT}{h^2} \right)^{3/2}, \quad (2.6)$$

$$N_v = 2 \left(\frac{2\pi m_p kT}{h^2} \right)^{3/2}, \quad (2.7)$$

где m_n – эффективная масса электронов в зоне проводимости, а m_p – эффективная масса дырок в валентной зоне.

Из (2.4)–(2.7) следует, что произведение концентраций электронов и дырок

$$n_i^2 = np = N_c N_v \exp\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right), \quad (2.8)$$

где $\Delta E = E_c - E_v$ – ширина запрещенной зоны полупроводника. Необходимо отметить, что соотношения (2.4)–(2.8) справедливы не только для собственного полупроводника, но и для примесного.

Энергия Ферми в собственном полупроводнике

$$E_F = \frac{E_c + E_v}{2} - \frac{kT}{2} \ln \frac{N_c}{N_v}. \quad (2.9)$$

Удельная проводимость собственного полупроводника определяется выражением

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right).$$

Пример 2.2. Найти положение уровня Ферми в собственном германии при $T = 100$ К.

Решение. Выберем в качестве начала отсчета энергии потолок валентной зоны. Тогда из соотношений (2.6), (2.7) и (2.9) получаем:

$$E_F = \frac{\Delta E}{2} - \frac{3kT}{4} \ln \frac{m_n}{m_p}.$$

В таблице параметров полупроводниковых материалов, приведенной в конце данного методического пособия, находим, что для германия $\Delta E = 0,74$ эВ, а $m_n/m_p = 0,56/0,37 = 1,5$. Тогда из полученного выражения для энергии Ферми следует, что $E_F = 0,36$ эВ.

Ответ: $E_F = 0,36$ эВ.

2.3. Примесный полупроводник

Концентрация неосновных носителей заряда n в примесном полупроводнике при высоких температурах связана с собственной концентрацией носителей n_i и концентрацией примеси N соотношением

$$n = \frac{n_i^2}{N}.$$

Удельная проводимость примесного полупроводника при низких температурах равна

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_a}{2kT}\right), \quad (2.10)$$

где E_a – энергия активации примеси.

Энергия Ферми в донорном полупроводнике при низких температурах находится по формуле

$$E_F = E_c - \frac{E_d}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_d}{N_c}, \quad (2.11)$$

где N_d – концентрация донорной примеси; E_d – энергия активации донорной примеси. Положение уровня Ферми в акцепторном полупроводнике при низких температурах определяется соотношением

$$E_F = E_v + \frac{E_a}{2} - \frac{kT}{2} \ln \frac{N_a}{N_v},$$

где N_a – концентрация акцепторной примеси; E_a – энергия активации акцепторной примеси.

Пример 2.3. Примесный полупроводник находится при температуре $T_1 = 77$ К. Увеличение температуры в четыре раза приводит к увеличению проводимости в два раза. Найти энергию активации примеси.

Решение. Из (2.10) получаем

$$\sigma_1 = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_a}{2kT_1}\right) \text{ и } \sigma_2 = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_a}{2kT_2}\right),$$

причем по условию задачи $T_2/T_1 = 4$ и $\sigma_2/\sigma_1 = 2$. Отсюда следует соотношение

$$2 = \exp\left(\frac{3E_a}{8kT_1}\right),$$

так что энергия активации примеси

$$E_a = \frac{8kT_1}{3} \ln 2 = 18 \text{ мэВ.}$$

Ответ: $E_a = 18$ мэВ.

2.4. Полупроводниковый диод

Основным элементом многих полупроводниковых приборов (в частности, диода) является p - n -переход. Он представляет собой тонкий слой на границе между двумя областями кристалла, отличающимися типом примесной проводимости. В связи с наличием разности концентраций в области контакта двух сред с p - и n -типами проводимости возникает диффузия дырок в n -полупроводник и диффузия электронов в p -полупроводник. Это, в свою очередь, приводит к возникновению контактной разности потенциалов U_0 (потенциального барьера), величина которого определяется первоначальной разностью положений уровней Ферми в n - и p -областях:

$$U_0 = \frac{E_{F_n} - E_{F_p}}{e}. \quad (2.12)$$

Если внешнее электрическое поле, приложенное к переходу, совпадает по направлению с внутренним, то высота барьера увеличивается и ток очень мал. Если внешнее поле направлено против внутреннего, то высота барьера уменьшается и ток резко возрастает. Поэтому зависимость протекающего через диод тока I от приложенного к диоду напряжения U имеет экспоненциальный вид:

$$I = I_0 \left(\exp \frac{eU}{kT} - 1 \right).$$

Пример 2.4. При температуре $T = 0$ К определить высоту потенциального барьера, возникающего при контакте собственного германия и германия, легированного фосфором.

Решение. Германий, легированный фосфором, является донорным полупроводником, причем из приведенной в конце пособия таблицы следует, что энергия активации этой донорной примеси $E_d = 12$ мэВ. Тогда из (2.11) получаем $E_{F_n} = E_c - E_d / 2$. Согласно (2.9), положение уровня Ферми в собственном германии при нулевой температуре определяется выражением

$$E_{F_i} = \frac{E_c + E_v}{2}.$$

Тогда, согласно (2.12), высота потенциального барьера равна

$$U_0 = \frac{E_{F_n} - E_{F_i}}{e} = \frac{\Delta E - E_d}{2e} = \frac{0,74 - 0,012}{2} \text{ В.}$$

Ответ: $U_0 = 0,36$ В.

2.5. Эффект Холла

Эффектом Холла называется возникновение разности потенциалов в проводнике с током I при наличии внешнего магнитного поля \mathbf{B} (ток не параллелен \mathbf{B}) в направлении, перпендикулярном к направлению магнитного поля и направлению тока. Величина этой холловской разности потенциалов определяется выражением

$$U_H = R_H \frac{BI}{d}, \quad (2.13)$$

где d – толщина проводящей пластинки в направлении приложения магнитного поля, а R_H — постоянная Холла. Если в проводнике носители заряда одного знака и полупроводник вырожден, то

$$R_H = \frac{1}{en}, \quad (2.14)$$

где n – концентрация носителей заряда. Если проводимость осуществляется как электронами, так и дырками, то величина постоянной Холла определяется как

$$R_H = \left| \frac{1}{e} \frac{p\mu_p - n\mu_n}{(p\mu_p + n\mu_n)^2} \right|,$$

где μ_n и μ_p – подвижности электронов и дырок соответственно.

Пример 2.5. Образец донорного полупроводника имеет форму куба с ребром $a = 5$ мм и помещен в магнитное поле $B = 1$ Тл. При протекании тока $I = 50$ мА величина холловской разности потенциалов $U_H = 6$ мВ. Найти концентрацию электронов в полупроводнике.

Решение. Из (2.13) и (2.14) получаем выражение для концентрации электронов

$$n = \frac{IB}{eaU_H} = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{-3}} \text{ м}^{-3}.$$

Ответ: $n \approx 10^{22} \text{ м}^{-3}$.

3. ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

3.1. Составные части ядра и их обозначения. Ядерные реакции

Атом электрически нейтрален, поэтому число протонов в ядре равно числу электронов в атомной оболочке, т. е. зарядовому числу Z . Общее число нуклонов (т.е. протонов и нейтронов) в ядре обозначается A и называется массовым числом $A = Z + N$ (N – количество нейтронов). Ядро обозначается символом

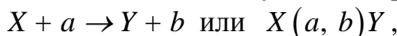
$${}^A_Z X,$$

где X – символ химического элемента.

Ядра с одним и тем же Z и разными A называются изотопами, а ядра с одинаковыми A , но разными Z – изобарами. В случае ядерных взаимопревращений (ядерных реакций) имеет место закон сохранения заряда Z и числа нуклонов A :

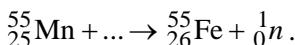
$$\sum_i Z_i = \sum_j Z_j, \quad \sum_i A_i = \sum_j A_j. \quad (3.1)$$

Наиболее распространенным видом ядерной реакции является реакция, записываемая символически следующим образом:

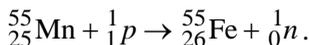


где X и Y – исходное и конечное ядра; a и b – бомбардирующая и испускаемая (или испускаемые) в ядерной реакции частицы.

Пример 3.1. Допишите ядерную реакцию



Решение. Исходя из соотношений (3.1) получим



3.2. Радиоактивный распад

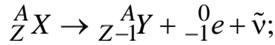
В процессе ядерных реакций происходят следующие виды распадов:

α -распад, который протекает по схеме



β -распад, который может протекать по трем схемам:

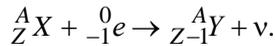
электронный распад (β^- -распад)



позитронный распад (β^+ -распад)



электронный захват

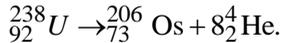


Здесь ν – нейтрино; $\tilde{\nu}$ – антинейтрино.

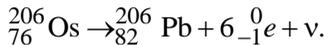
Пример 3.2. Сколько α - и β -распадов испытывает ${}^{238}\text{U}$, превращаясь в стабильный изотоп ${}^{206}\text{Pb}$?

Решение. Уменьшение массового числа A с 238 до 206 может осуществиться только при α -распадах. Так как один α -распад уменьшает массовое число на 4 согласно (3.2), ${}^{238}\text{U}$ должен испытать восемь

α -распадов, превращаясь в ${}^{206}\text{X}$. Однако при этом число протонов уменьшится на 16 и в результате восьми α -распадов получим



Для увеличения количества протонов с 76 до 82, что соответствует их количеству в стабильном изотопе свинца, необходимо еще шесть бета-распадов (β -распадов).



Ответ: восемь α -распадов и шесть β^- -распадов.

Закон радиоактивного распада

Количество ядер dN , распавшихся за промежуток времени dt , пропорционально как числу имеющихся ядер N , так и промежутку времени dt :

$$dN = -\lambda N dt, \quad (3.3)$$

где λ – постоянная распада.

Интегрирование выражения (3.3) приводит к соотношению

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (3.4)$$

где N – количество нераспавшихся ядер; N_0 – начальное количество ядер.

Время, за которое распадается половина первоначального количества ядер, называется периодом полураспада (T):

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}. \quad (3.5)$$

Среднее время жизни ядра τ – промежуток времени, за который число нераспавшихся ядер уменьшается в e раз:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Активность A нуклида (общее название ядер, отличающихся числом протонов Z и нейтронов N) в радиоактивном источнике есть величина, равная отношению числа dN распавшихся ядер к промежутку времени dt , за которое произошел распад:

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N.$$

Пример 3.3. Активность некоторого радиоизотопа уменьшается в 2,5 раза за $t = 7$ суток. Найти его период полураспада.

Решение. Используя закон для радиоактивного распада (3.4) для отношения активностей, получим выражение

$$\frac{1}{2,5} = \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t},$$

откуда выразим

$$\lambda = \frac{\ln \frac{N}{N_0}}{t} = \frac{\ln 2,5}{t}.$$

Исходя из (3.5) получим

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{7 \cdot 0,693}{\ln 2,5} = 5,3 \text{ сут.}$$

Ответ: $T = 5,3$ сут.

3.3. Энергия ядерных реакций

Масса ядра $m_{\text{я}}$ всегда меньше суммы масс входящих в него частиц. Это обусловлено тем, что при объединении нуклонов в ядро выделяется энергия связи. Энергия покоящегося ядра меньше суммарной энергии невзаимодействующих покоящихся нуклонов на величину

$$E_{\text{св}} = c^2 \left\{ \left[Zm_p + (A - Z)m_n \right] - m_{\text{я}} \right\} \text{ [Дж]}, \quad (3.6)$$

где m_p – масса протона; m_n – масса нейтрона.

В энергетических единицах выражение (3.6) имеет вид

$$E_{\text{св}} = 931,141 \left\{ \left[1,007276 \cdot Z + 1,008665 (A - Z) \right] - m_{\text{я}} \right\} \text{ [МэВ]}.$$

Энергия ядерных реакций равна разности суммарных энергий связи веществ, полученных в результате ядерной реакции, и исходных веществ до ядерной реакции. Если произошла ядерная реакция

$$\sum X_i \rightarrow \sum Y_j,$$

то энергия реакции равна

$$E_p = \sum E_{\text{св}j} - \sum E_{\text{св}i}.$$

В случае $\sum E_{\text{св}j} > \sum E_{\text{св}i}$ реакция идет с выделением энергии, а если $\sum E_{\text{св}j} < \sum E_{\text{св}i}$, то реакция идет с поглощением энергии.

Энергия связи, приходящаяся на один нуклон, называется удельной энергией связи нуклонов в ядре:

$$E_{\text{уд}} = \frac{E_{\text{св}}}{A},$$

где $E_{\text{св}}$ – энергия связи ядра; A – массовое число ядра.

Исходя из известных удельных энергий связи ядер энергия ядерной реакции равна

$$E_p = \sum_{j=1}^k A_j E_{\text{уд}j} - \sum_{i=1}^n A_i E_{\text{уд}i}. \quad (3.7)$$

Здесь A_j и $E_{\text{уд}j}$ – количество нуклонов ядер, полученных в результате ядерной реакции и их удельные энергии связи; A_i и $E_{\text{уд}i}$ – количество нуклонов исходных ядер и их удельные энергии связи.

Пример 3.4. Определить энергию реакции ${}^7_3\text{Li} + {}^1_1\text{p} \rightarrow 2 \cdot {}^4_2\text{He}$, если энергии связи на один нуклон в ядрах ${}^7_3\text{Li}$ и ${}^4_2\text{He}$ равны 5,6 и 7,06 МэВ.

Решение. Используя выражение (3.7) получим

$$E_p = 8 \cdot 7,06 - 7 \cdot 5,6 = 17,3 \text{ МэВ.}$$

Ответ: $E_p = 17,3 \text{ МэВ.}$

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. *Савельев И.В.* Курс общей физики. – М.: Наука, 1989. –Т. 3; 1998. – Кн. 5.
2. *Трофимова Т.И.* Курс физики. – М.: Высшая школа, 1985, 1990, 1994, 1997 – 1999.
3. *Епифанов Г.И.* Физика твердого тела. – М.: Высшая школа, 1977.

Дополнительная

1. *Яворский Б.М., Детлаф А.А.* Справочник по физике. – М.: Наука, 1985.
2. *Яворский Б.М., Детлаф А.А.* Курс физики. – М.: Высшая школа, 1989.