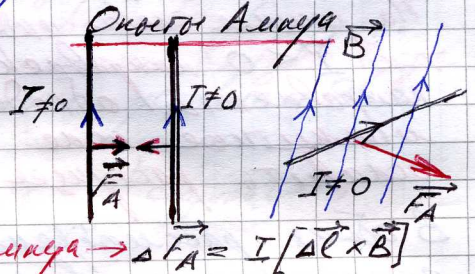
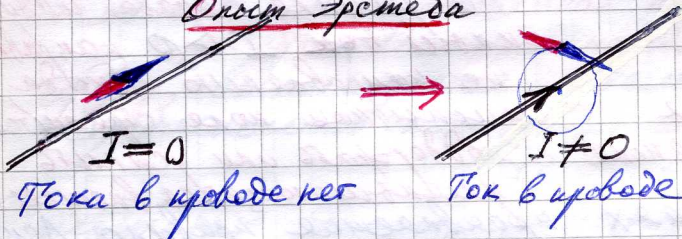


Лекция 24 Закон электромагнитной индукции Фарадея.

§1. Открытие закона электромагнитной индукции Фарадеем.

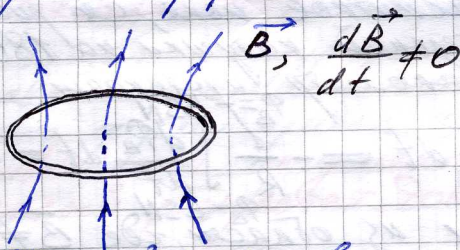
В конце 18^{го}, начале 19^{го} века предшественники Фарадея Эрстед, Ханс Кристиан (Н.С. Ørsted - датский физик 1777-1851 гг) и Ампер, Андре Мари (А.-М. Ампер - французский физик 1745-1836 гг) установили, что в природе существуют магнитные взаимодействия. Они наблюдали следующие электромагнитные явления

Опыт Эрстеда



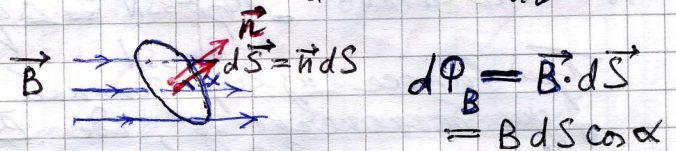
Суть таких явлений можно кратко выразить словами: "электричество порождает магнетизм", но если электрические токи порождают магнитные поля, посредством магнитных полей осуществляется магнитное взаимодействие.

Майкл Фарадей (Michael Faraday, англ. ученый, 1791-1867 гг) в 1820 году выдвинул гипотезу о том, что и "магнетизм порождает электричество". В 1831 году Фарадей установил закон электромагнитной индукции, который его ил. в следующей форме:

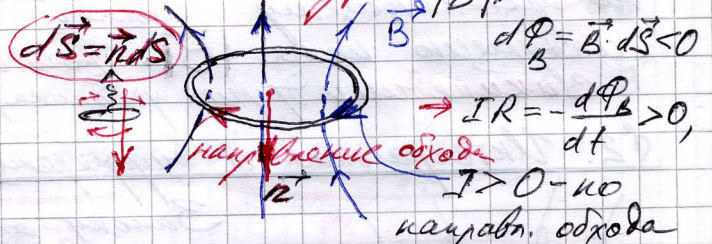
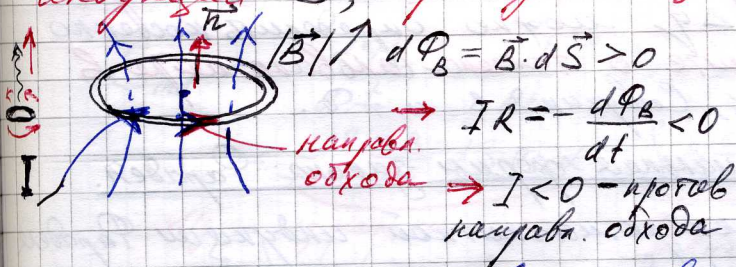


Проводящий контур в переменном магнитном поле

$$\mathcal{E}_{ind} = IR = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

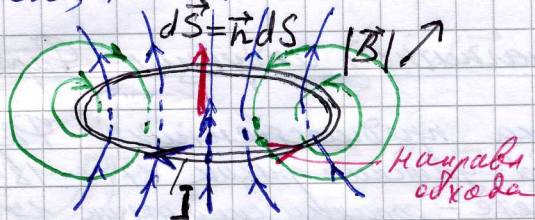


Индукционный ток в замкнутом проводнике с сопротивлением R пропорционален минус скорости изменения потока Φ_B индукции \vec{B} , пронизывающего данный контур.



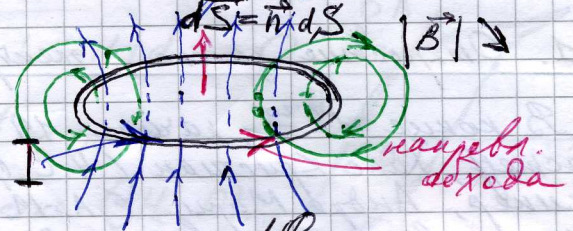
Обычно при анализе возникновения индукционного тока в замкнутом проводнике выбирается направление обхода контура (произвольно). С направлением обхода ассоциируется по правилу правого винта направление \vec{n} нормали к площадке, ограниченной контуром, и, следовательно, направление $d\vec{S} \stackrel{def}{=} \vec{n} dS$. Знак тока, возникающего в контуре, согласуется по умолчанию с направлением обхода: если $I < 0$ то индукционный ток направлен против направления обхода (рисунок слева, см. выше); если $I > 0$, то индукционный ток направлен по направлению обхода, как на рисунке справа, см. выше. В обоих случаях, независимо от выбора направления обхода, индукционный ток, см. рисунки слева и справа выше, имеет одно и то же направление.

Знак минус в законе Фарадея, $\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$, очень важен, так как имеет место следующее наблюдение.



$$\mathcal{E}_{ind} = IR = -\frac{d\Phi_B}{dt} < 0, I < 0$$

На рисунке слева индукционный ток $I < 0$ направлен против направления обхода его магнитное поле стремится ослабить растущее внешнее поле.

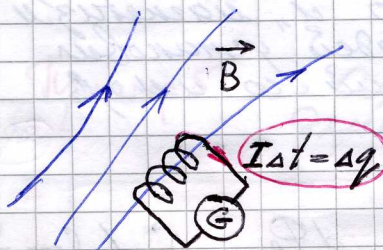


$$\mathcal{E}_{ind} = IR = -\frac{d\Phi_B}{dt} > 0, I > 0$$

На рисунке справа индукционный ток $I > 0$ направлен по направлению обхода его магнитное поле стремится поддержать или усилить уменьшающееся внешнее поле.

В обоих рассмотренных случаях правая рука Лейбнера заключающаяся в том, что магнитное поле \vec{B} индукционного тока, оно показано зелеными силовыми линиями, стремится противодействовать причине, вызывающей индукционный ток.

Пример На законе электромагнитной индукции основах способ измерения магнитной индукции \vec{B} с помощью так называемого таксис-гальванометра.



Измерительная катушка таксис-гальванометра помещается в магнитное поле, сдвигаясь при повороте измерительной катушки на 180° , через таксис-гальванометр протекает заряд:

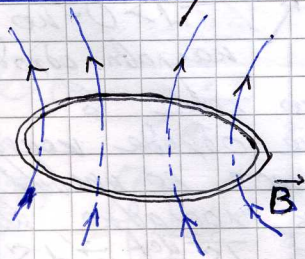
$$N \text{ — число витков} \quad \frac{1}{R} \int_{\Phi_B = BS_N}^{\Phi_B = -BS_N} \mathcal{E}_{ind} dt = \Delta q = \int_{t_0}^{t_1} I_{ind} dt = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_B = BS_N}^{\Phi_B = -BS_N} \frac{d\Phi_B}{dt} dt = \frac{2BS_N}{R}$$

При выносе измерительной катушки из области, где $\vec{B} \neq 0$ на бесконечность, где $\vec{B} = 0$, по таксис-гальванометру протекает в два раза меньший заряд:

$$\Delta q = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_B = BS_N}^{\Phi_B = 0} d\Phi_B dt = -\frac{1}{R} \Phi_B \Big|_{\Phi_B = BS_N}^{\Phi_B = 0} = \frac{BS_N}{R}$$

По протекающему заряду Δq можно определить косвенно индукцию поля $|\vec{B}|$. Смотрите о таксис-гальванометре в Википедии других учебниках, Сивухин 8.3. и т.д.

§2. Интегральная и дифференциальная формы закона Фарадея.



Закону электромагнитной индукции Фарадея можно придать различные формы.

Пусть, например, в замкнутой проводящей контуре действуют внешние и сторонние электродвижущие силы, то есть, есть участки с $\mathcal{E}_s \neq 0$, тогда закон Фарадея примет следующую, более общую форму:

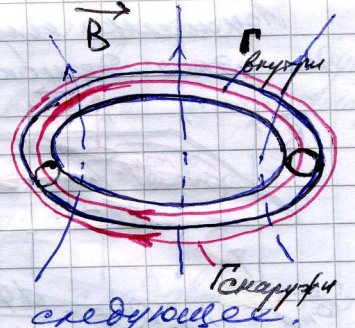
$$IR = \mathcal{E}_s - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

С другой стороны из закона Ома в дифференциальной форме следует соотношение: $\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}_s) \Rightarrow IR = \mathcal{E}_s + \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$

Сравнивая последние две формулы, находим:

$$\epsilon_3 - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \epsilon_3 + \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$



С последним уравнением мысленно сделаем следующее. Деформировав контур $\Gamma_{внутри}$, находящийся внутри проводника, выведем его из проводника наружу, в положение $\Gamma_{снаружи}$. Считаем, что оба контура находятся достаточно близко друг к другу, воспользуемся затем граничным условием для электростатического поля $E_{1r} = E_{2r} \Rightarrow E_{внутри} r = E_{снаружи} r$.

В результате данных действий, получим:

$$\oint_{\Gamma_{внутри}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_{\Gamma_{снаружи}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_{\Delta S} \vec{B} \cdot d\vec{S} = - \int_{\Delta S} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

используя также теорему Грина-Стокса

$$\oint_{\Gamma_{снаружи}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{\Delta S} [\vec{\nabla} \times \vec{E}] \cdot d\vec{S} = - \int_{\Delta S} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

Уравнение Максвелла

$$[\vec{\nabla} \times \vec{E}] = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

дифференциальная форма закона Фарадея!

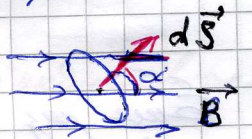
Проводящий контур, в конкретном случае волея и появилось уравнение Максвелла, описывающее действие Закона Фарадея! Такую форму придал закону Фарадея Максвелл, оценив приведенные примеры с помощью которых был проведен фактский эксперимент, довольно точные расхождения!

§ 3. Примеры использования закона электромагнитной индукции Фарадея.

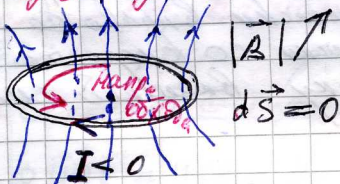
Электромагнитная сила индукции согласно закону Фарадея может возникать в силу нескольких причин:

$$\epsilon_{ind} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = - \frac{d}{dt} \left(\int |\vec{B}| dS \cos \alpha \right)$$

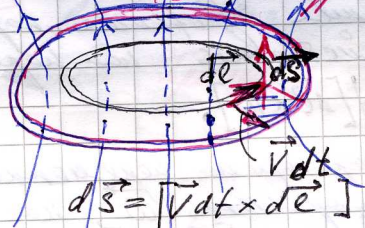
$$= - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dS \cos \alpha - \int \vec{B} \frac{dS}{dt} \cos \alpha + \int \vec{B} dS \sin \alpha \frac{d\alpha}{dt}$$



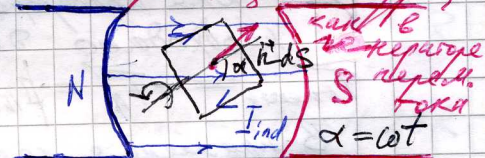
Из-за изменения поля



Из-за изменения площади контура



Из-за изменения ориентации контура



$$\epsilon_{ind} = - \int \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S}$$

Неподвижный контур, находящийся в поле в контуре возникает вихревое э. поле, так что $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \epsilon_{ind}$

$$\epsilon_{ind} = - \oint \vec{B} \cdot [\vec{v} \times d\vec{l}] = \oint d\vec{l} \cdot [\vec{v} \times \vec{B}] = \oint \vec{F}_{ср} \cdot d\vec{l}$$

$\Rightarrow \vec{F}_{ср} = q[\vec{v} \times \vec{B}]$ действием ЭДС индукции создается электр. сила

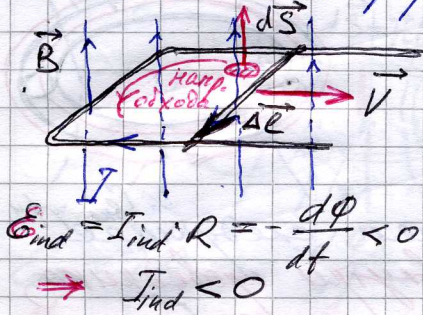
$$\epsilon_{ind} = - N \frac{d\Phi_B}{dt} = I_{ind} R$$

$$= - N \frac{d}{dt} (BS \cos \omega t)$$

$$= NBS \omega \sin \omega t$$

$$I_{ind} = \frac{NBS \omega \sin \omega t}{R}$$

Получается получить ЭДС индукции из энергетических соображений, как это демонстрирует следующий пример с проводящей катушкой и движущейся проводящей перемычкой.



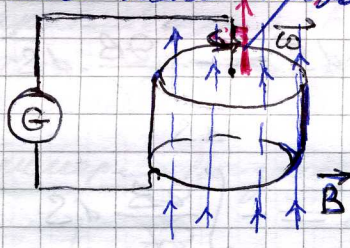
$$E_{ind} \cdot I_{ind} = \vec{F}_{внешн} \cdot \vec{v} =$$

$$= -|I| [\Delta \vec{e} \times \vec{B}] \cdot \vec{v} = |I| \vec{B} \cdot [\vec{e} \times \vec{v}] =$$

$$= -I_{ind} \vec{B} \cdot \frac{d\vec{S}}{dt}$$

$$\Rightarrow E_{ind} = -\vec{B} \cdot \frac{d\vec{S}}{dt} \leftarrow \text{в соответствии с } E_{ind} = \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Еще один интересный пример использования закона электромагнитной индукции. Такое устройство под названием **утиколарный генератор**. Вращающийся в однородном магнитном поле диск проводящий диск-цилиндр. В этом устройстве возникает как говорят, утиколарная индукция.



Между центром и краем диска, при вращении диска, возникает разность потенциалов - ЭДС индукции.

$$E_{ind} = \int_0^R \vec{E}_{сноп} \cdot d\vec{e} = \int_0^R [\vec{v} \times \vec{B}] \cdot d\vec{e} =$$

$$= \int_0^R B \omega r dr = \frac{B \omega R^2}{2}$$

(NB) Утиколарный генератор является генератором постоянного тока! ЭДС индукции генератора переменного тока также может быть получена из энергетических соображений.



$$\alpha = \omega t \quad \vec{M}_{внешн} \cdot \vec{\omega} = -[\vec{p}_m \times \vec{B}] \cdot \vec{\omega} =$$

$$= E_{ind} \cdot I_{ind} = N I_{ind} S \cdot B \omega \sin \omega t$$

$$\Rightarrow E_{ind} = NBS\omega \sin \omega t = I_{ind} R$$

конкретное то же resultado, это и выше, показанный в начале раздела.

Еще раз подчеркнем, что во всех рассмотренных примерах действует правило Ленца. Так в примере катушка с движущейся перемычкой $I_{ind} < 0$, направлена против указанного направления обхода, на перемычку действует сила Ампера $\vec{F}_A = |I| [\Delta \vec{e} \times \vec{B}]$, стремящаяся затормозить движение перемычки вправо со скоростью \vec{v} . Для поддержания движения перемычки со скоростью \vec{v} необходимо действовать на перемычку внешней силой $\vec{F}_{внешн} = -\vec{F}_A = I_{ind} [\Delta \vec{e} \times \vec{B}]$.

В примере с генератором переменного тока, при вращении диска с угловой скоростью $\vec{\omega}$ на раку действует тормозная сила $[\vec{p}_m \times \vec{B}]$, так удерживает себя правило Ленца. Для поддержания равномерного вращения раку с угловой скоростью $\vec{\omega}$, на раку необходимо действовать моментом сил $-\vec{M}_{внешн} = -[\vec{p}_m \times \vec{B}]$.

В явлении электромагнитной индукции мы имели цепочку колебаний частоты азвукания колебаний будем считать умеренными, так что пока мы смещения можно пренебречь.

